

MODELO TEORICO PARA LA PREDICCIÓN ANALÍTICA
DEL CONTENIDO DE CO₂ TERMOESFÉRICO

A. de la Torre y S. Duhau¹

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, República Argentina

RESUMEN

El método habitual de predicción de la densidad de CO₂ en la termósfera, consistente en la resolución numérica del sistema de ecuaciones de difusión y continuidad, se encuentra frente a dos inconvenientes principales: la condición de contorno a alguna altura fija de moléculas de CO₂ y el error de cómputo acumulado durante la integración numérica. En este trabajo se propone como modelo alternativo la resolución analítica de una ecuación de segundo orden con la variable densidad de CO₂ como única incógnita. Esto posibilita eliminar los inconvenientes antes mencionados y aprovechar el preciso conocimiento existente de la densidad de CO₂ y de su derivada espacial como condiciones de contorno en la zona de equilibrio de mezcla, dentro de la región D.

ABSTRACT

The usual method for predicting CO₂ densities in the thermosphere is the numerical solution of the diffusion and continuity equations. This method has two main difficulties: the CO₂ molecules flux boundary condition and the accumulated error in the numerical integration. A model consisting in a non-numerical solution of a second order differential equation for the CO₂ density, which is the only unknown variable, is proposed. So, the above mentioned difficulties are simultaneously overcome by means of the precise knowledge of CO₂ density and its space derivative in the mixing equilibrium D-region.

¹ Miembro de la Carrera del Investigador del CONICIT

INTRODUCCION

En un trabajo experimental realizado por Offermann y otros (1981) estos autores hallaron que el cociente de densidades medidas entre CO_2 y N_2 resulta aproximadamente constante entre el nivel del mar y una altitud de 95 km, lo que confirma que este constituyente minoritario de la atmósfera se halla en equilibrio de mezcla en toda región. A mayores alturas, los resultados medidos de CO_2/N_2 revelan valores por debajo de los correspondientes a una distribución de equilibrio difusivo, confirmando de este modo los resultados de Hunt (1973) y de Trinks y Fricke (1978) acerca de la importancia de los procesos fotoquímicos de pérdida de moléculas de CO_2 en la atmósfera.

Algunos modelos teóricos de perfiles de densidad de CO_2 han sido realizados en los últimos años por Hays y Olivero (1970), Wofsy y otros (1972), Whitten y otros (1973), Hunt (1973) y Trinks y Fricke (1978). Estos modelos suponen resolver numericamente el sistema de ecuaciones de continuidad y de difusión donde se desprecian las variaciones temporales y las derivadas espaciales en la dirección horizontal. Además se toman como condiciones de contorno la densidad de CO_2 en la zona de equilibrio de mezcla y el flujo de estas moléculas a alguna altura dentro de la atmósfera, para lo cual se hacen distintas hipótesis sobre la difusión de esta especie ya que no existen resultados experimentales del flujo de CO_2 . En este trabajo se propone la resolución analítica de una ecuación de segundo orden, obtenida a partir de las dos ecuaciones de primer orden antes mencionadas y donde la variable densidad es la única incógnita: En este caso, como se verá, pueden tomarse condiciones de contorno conocidas a priori con gran precisión.

ECUACIONES DEL MODELO

Las dos ecuaciones de primer orden y acopladas en las variables densidad, n , y flujo, ϕ , de moléculas de CO_2 mencionadas en la sección anterior tiene la siguiente estructura (ver p.e. Banks y Kockarts, 1973):

$$\frac{d\phi}{dz} + A(z)n = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dz} + B(z)\phi + C(z)n = 0 \quad (2)$$

donde

$$B = (K+D)^{-1}, \quad y$$

$$C = (K+D)^{-1} \left\{ \frac{D}{K} + \frac{K}{H_a} + [K + D(1+\alpha)] \frac{d \ln T}{dz} \right\}$$

A es la velocidad de pérdida de moléculas de CO_2 por procesos químicos y fotoquímicos, z es la altura, T es la temperatura neutra, H y H_a son respectivamente las escalas de altura del CO_2 y de la atmósfera y D, α y K son respectivamente los coeficientes de difusión, de difusión térmica y de difusión turbulenta.

Observando la estructura de estas ecuaciones se vé que si se multiplica la segunda por B^{-1} y se la deriva nuevamente respecto de z, eliminando la derivada de ϕ con la ecuación (1) se llega a una ecuación de segundo orden en la variable n como única incógnita:

$$\frac{d^2 n}{dz^2} + \beta(z) \frac{dn}{dz} + \gamma(z)n = 0, \quad (3)$$

donde:

$$\beta(z) = B \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{B} \right) + C \quad y$$

$$\gamma(z) = B \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{C}{B} \right) - A \right]$$

DISCUSION

La integración numérica de las ecuaciones (1) y (2) debe hacerse en el sentido decreciente de z, ya que de lo contrario, la disminución exponencial de n haría que esta variable divergiera rápidamente por acumulación del error de cómputo. La situación de equilibrio de mezcla por debajo de z \approx 80 km garantiza la confiabilidad del valor de n en esta zona como condición de contorno, aunque para ϕ no se puede inferir a priori más que un valor aproximado bien por encima de esta región, el cual se obtiene de la ecuación (1) (ver p.e. Trinks y Fricke, (1973):

$$\phi(z_0) = A(z_0)n(z_0)H \quad (1)$$

Recientemente, Duhau y de la Torre (1985) hallaron que existen infinitos pares posibles de n y ϕ como valores iniciales en la integración numérica de las ecuaciones (1) y (2), tales que reproducen indistintamente la condición de equilibrio de mezcla a los 80 km, reobteniendo además los resultados experimentales hallados en la región E recientemente por Offermann y otros (1981) en condiciones atmosféricas equivalentes. La condición mas restrictiva para obtener estos últimos resultados es que las condiciones de contorno para n y ϕ deben tomarse al menos 100 km sobre la región E.

Como alternativa, puede resolverse la ecuación (3) dados n y dn/dz a alguna altura z_0 . En efecto, de acuerdo a lo discutido anteriormente, tomando z_0 dentro de la zona de equilibrio de mezcla, el problema de las condiciones de contorno queda por demás resuelto así como el originado por los errores acumulados durante la integración numérica en modelos tradicionales. De este modo, estudiando la dependencia de los coeficientes β y γ con z es, en principio, posible resolver dicha ecuación en forma analítica.

Finalmente, queda aún pendiente el problema matemático de una solución en serie de potencias de la ecuación (3), cuyos resultados y respectiva comparación con datos experimentales estan actualmente en desarrollo por los autores.

BIBLIOGRAFIA

- Banks, P.M. y Koçkarts, G., 1973, Aeronomy, New York, Academic Press.
- Duhau, S. y de la Torre, A., 1985, Geoacta, enviado para su publicación.
- Hays, P.B. y Olivero, J.J., 1970, Planet. Space Sci., 19, 1729.
- Hunt, B.G., 1973, J. Atmos. Terr. Phys., 35, 1755.
- Offermann, D., Friedrich, V., Ross, P. y von Zahn, U., 1981, Planet. Space Sci., 29, 747.
- Trinks, H. y Fricke, K.H., 1978, J. Geophys. Res., 83A8, 3883.
- Whitten, R.C., Sims, J.S. y Turco, R.P., 1973, J. Geophys. Res., 78, 5362.
- Wofsy, S.C., Mc Connell, P. y Mc Elroy, M.B., 1972, J. Geophys. Res., 77, 4477.