ASADES

Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente
Vol. 2, N° 2, 1998. Impreso en la Argentina. ISSN 0329-5184
Comunicación

ESTUDIO PRELIMINAR PARA LA GENERACION DE SECUENCIAS SINTETICAS DE VALORES DE RADIACION SOLAR

J. Adaro; D. Cesari; A. Lema; P. Galimberti

Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta Nac. N° 36 km 601 – 5800- Río Cuarto
Tel. y Fax: (058) 676246, e-mail: aadaro@ing.unrc.edu.ar

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es adoptar una metodología de trabajo que permita generar secuencias de valores de radiación solar global. Se realiza un estudio preliminar sobre la generación de secuencias de radiación usando el concepto de Cadenas de Markov. Para ello se analiza la disponibilidad de datos y se investiga sobre la posibilidad de usar tal metodología calculando previamente valores de índices de claridad. Con datos de radiación disponible y provistos por el Servicio Meteorológico Nacional para Río Cuarto se realiza el estudio preliminar buscando validar el modelo a los efectos de poder trasladar la utilización de la metodología en otras regiones.

INTRODUCCION

Una alternativa para la generación de secuencias de radiación es considerar los modelos en donde las variables son consideradas directamente como un conjunto de valores que se suceden en el tiempo. Casi todos los modelos temporales aplicados a series de tipo geofísico se basan, implícitamente o explícitamente en el concepto de cadenas de Markov (Gazmuri, et al 1995). los modelos markovianos han sido muy usados en la descripción y modelado de procesos naturales - por ejemplo escurrimientos hidrológicos, movimientos marítimos, intensidades de viento, temperatura y por supuesto radiación solar (Aguiar et al., 1996; Aguiar et al., 1988).

El concepto de la cadena de Markov encara el proceso estocástico como una secuencia de estados. En cada estado o sistema que sufre una evolución en el tiempo y caracterizado de forma total por un cierto conjunto de valores - como variables de estado, ó parámetros . Los valores de los parámetros pueden variar en forma discreta o continua, pero el sistema evoluciona siempre de un estado a otro a través de saltos discretos de tiempo.

Asumiendo que, en un cierto instante de tiempo, t, el sistema que evoluciona está en un estado caracterizado por un conjunto de *m* parámetros $\{M_i\}_t$. Una Cadena de Markov o estado actual de un sistema depende determinísticamente de un número finito L_1 de estados anteriores, esto es, de la historia reciente del sistema, además existe una contribución indeterminada por la transición entre los estados, por "choques" aleatorios independientes del estado actual, de toda la historia anterior del sistema, L_2 pasos de tiempo atrás. El algoritmo de evolución toma en cuenta, explícita e implícitamente, propiedades estadísticas de primer y segundo orden, con detenimiento varía conforme a lo sofisticado del modelo.

Los modelos de la Cadena de Markov son especialmente útiles en el modelado de sistemas que poseen "inercias", por ejemplo del tipo cinético ó térmico, en el modelado de sistemas donde no es posible (ó conveniente) analizar un sistema con gran detalle, por ejemplo debido a un número muy grande de parámetros necesarios, o debido a la complejidad de los fenómenos involucrados.

La utilización correcta del concepto de cadena de Markov presupone asimismo que se pueden identificar un conjunto de *m* parámetros que describen ó esencialmente dan el comportamiento del sistema, en donde se puede representar por variables aleatorias una restante variabilidad encontrada. Asimismo es necesario entender que se debe pesar correctamente cuál es la parte de la variabilidad a dejar sin explicar. En efecto, un modelo estocástico en donde esta variabilidad no explicada sea minúscula con relación al total probablemente describirá apuradamente una serie particular que sirva de base para la construcción del modelo, más no se modela correctamente el proceso estocástico, en el sentido que queda permitido en el modelo obtener toda una gama de comportamientos posibles del sistema investigado.

El concepto de cadena de Markov incluye la existencia de choques aleatorios, y claro que en cada ensayo particular de generación de series sintéticas con un modelo Markoviano, una secuencia de intensidades de choques será variable. Asimismo, contrariamente a lo que acontece con las utilizaciones habituales de los modelos espectrales, las propiedades estadísticas de las series sintéticas markovianas pueden desviarse de las propiedades estadísticas de las series observadas que sirven de base para la construcción de los modelos - y esto no es casi por las imperfecciones de los modelos, sino se debe mas a las secuencias de los choques aleatorios de las muestras. Inclusive pueden ocurrir secuencias "patológicas", especialmente cuando la extensión de las secuencias a generar es pequeña.

METODOLOGIA

Existen dos grandes clases de modelos basados en el concepto de cadenas de Markov: los modelos en que los choques aleatorios que hacen evolucionar un sistema de un estado al siguiente son introducidos explícitamente en la ecuación que da el estado del sistema a cada instante - Modelos Auto-Regresivos de Media Móvil (sigla inglesa ARMA, AutoRegressive Moving Averange) - y aquellos en donde los choques son introducidos implícitamente, por medio de un algoritmo de evolución de un estado al otro, de acuerdo con ciertas probabilidades de transición - Modelo de la Matriz de Transición de Markov (sigla MTM).

La idea en que se basan los modelos MTM, es que, siendo posible calcular la probabilidad de transición de un sistema de un estado a cualquier otro estado, esa información caracteriza totalmente el proceso estocástico en análisis. Tomemos como ejemplo el caso en que difícilmente la autocorrelacion parcial para desfasamientos unitarios es no nula. Las probabilidades de transición entre los estados sucesivos i y j, p_{ij} caracterizan totalmente este proceso, organizadas sobre una matriz constituyen la matriz MTM del proceso.

En el caso de variables discretas que toman un numero finito de valores, cada valor puede ser tomado como un estado. En los casos en donde la variable x(t) a modelar es continua, uno puede tomar un número infinito o muy grande de valores discretos, se debe evitar trabajar con un número exagerado de estados y por lo tanto de probabilidades de transición P_{ij}.

En cualquier caso, la gama de valores accesibles es una variable modelada x y dividida por un cierto número *m* de intervalos (o clases) X_k , k=1,...m, cada uno correspondiendo a un estado: $X_k = \{x \varepsilon [b_{k-1}, b_k]\}$ donde los valores b son los valores de frontera de las clases (b_0 = min (x), b_m = max(x)). Las probabilidades P_{ij} de transición del estado X_i al estado X_j , se puede escribir como probabilidad condicionada:

$$P(x(t) \varepsilon X_j / x(t-\Delta t) \varepsilon X_i) = P_{ij}$$

y la probabilidad de que ocurra cada estado y puede ser obtenida por la siguiente ecuación:

$$P_i = \sum_j P_{ij} P_j$$

Por otro lado, como el sistema ha de transitar siempre por cualquier estado X_j, a partir de un estado inicial X_k , luego

$$\sum_j P_{kj} = 1 \quad \text{con k fijo}$$

esto es, los elementos de cada línea de matrices MTM suman hasta la unidad.

Un modelo basado en las ecuaciones presentadas admite que el sistema solo tiene "memoria" de 1 pasos de tiempo, por lo tanto un análogo a MTM es el modelo ARMA(1,0). En caso de probabilidades de transición condicionada en conocimiento de n pasos anteriores, el sistema reconoce los n pasos del tiempo. Puede entonces considerarse un "Tensor de Markov", organizando las probabilidades de transición en n+1 dimensiones. Alternativamente al considerar tensores, podemos definir una noción de estado: el estado de un sistema puede definirse como un conjunto de n estados anteriores $\{ X_0, X_{-1}, \ldots X_{-(n-1)} \}$ que determinan la evolución de un sistema de X_0 a X_1 , nuevamente es posible construir simplemente una matriz MTM con las probabilidades de transición entre los nuevos estados de este modo definidos.

La identificación del orden n del modelo debe basarse en el estudio de las funciones de autocorrelación parcial de las variables a modelar, determinando cuales son los n coeficientes de autocorrelación (parcial) que son significativos.

Los valores de las probabilidades P_{ij} pueden ser obtenidos del análisis de secuencias observadas de las variables a modelar, una vez pre definidos los estados accesibles del sistema. La determinación del número de estados y de las amplitudes de cada estado (o de las respectivas fronteras $\{b_k\}$) deberá igualmente estar basado en el análisis de las series observadas. En esta ocasión conviene tener presente:

- Que los estados no deben tener amplitudes tan grandes o ser tan pocos que causen demasiada distorsión en las propiedades estadísticas de las series sintéticas a generar con el modelo.
- Los criterios de parsimonia, de modo de mantener en un número aceptablemente bajo los números de los coeficientes del modelo (definidos m estados, una matriz MTM contendrá m^2 coeficientes P_{ij} mas otros m coeficientes b_k, relativos a la descripción de los estados).

La generación de secuencias sintéticas de estados de un sistema a partir de una matriz MTM prosigue de la siguiente forma, a partir del valor inicial $x(t_0)$:

(1) Determinar el estado i correspondiente a $x(t_0)$ verificando cual es el primer i tal que $x(t_0) < b_i$
(2) Seleccionar una matriz MTM en la línea i.
(3) Generar un número aleatorio r entre 0 y 1 , con distribución uniforme.
(4) Determinar el primer valor j tal que $r \leq \Sigma P_{ik}$, k = 1...j ,

(5) El nuevo estado de X_j.
(6) Escoger una gama (b_{j-1} , b_j) en un nuevo valor de $x(t_0 + \Delta t)$.
(7) Volver al paso (2), actualizando i para j.

El método de selección de un valor x dentro de la gama correspondiente a un estado alcanzado en cada nuevo paso de la cadena de Markov - paso (6) - no es la parte esencial del algoritmo de los modelos MTM. Se dan dos alternativas más simples (y más usadas).

i) Tomar un valor aleatorio con distribución uniforme dentro del sistema,
ii) Interpolar linealmente dentro del sistema, con la ayuda de un valor aleatorio r.

El estado inicial particular a partir del cual un algoritmo es iterado no influye en las probabilidades de ocurrencia de los estados calculados a largo plazo. El argumento es semejante al de los modelos ARMA: como un modelo MTM solo tienen memoria relativa a *n* estados anteriores, el objetivo de cierto número de iteraciones (en la práctica es del orden de 3n a 4n), la influencia del estado inicial es despreciable en las estadísticas en serie. Nótese aún que contrariamente a lo que sucede con los modelos ARMA, no es necesario, ni siquiera más conveniente, que las series modeladas (o generadas) tengan media nula.

Un modelo MTM permite recuperar exactamente, en principio, las propiedades de primer orden de las series a partir de las cuales fueron calculadas las probabilidades de transición: asimismo, las series sintéticas obedecen a distribuciones de probabilidades que pueden, o no, ser Gaussianas. De hecho, también las propiedades de primer orden están implícitamente representadas en una matriz MTM, a través de:

$$P_i = \sum_j P_{ij} P_j$$

Por su lado, las propiedades estadísticas de segundo orden están establecidas en la propia estructura del modelo: por ejemplo, en sistemas donde la autocorrelación es dominante, las probabilidades P_{ii} de pasaje de un cierto estado, al mismo estado, serían bastante mayores que las probabilidades restantes P_{ij}. Subrayamos que las probabilidades P_{ij} permiten describir con mayor riqueza los efectos de autocorrelación que en los casos de los modelos ARMA.

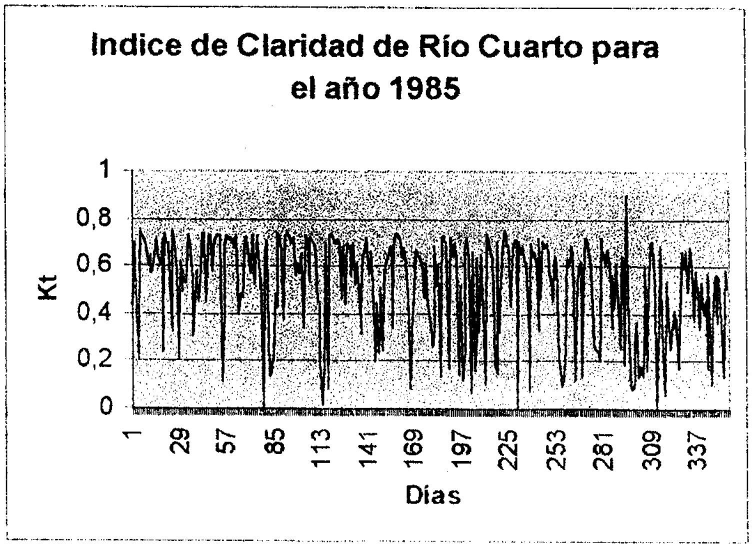
CALCULOS PARA RIO CUARTO

Se toman los valores de radiación de cinco años para Río Cuarto corregidos y presentados en ASADES (Adaro et al. 1995) y se encuentra el índice de claridad kt para estos valores, previo cálculo de la radiación extraterrestre (Igbal, 1983) mediante la siguiente ecuación:

$$H_0 = (24/\pi) I_{sc} E_0 \sin\phi \sin\delta \left[(\pi/180)\omega_s - \tan\omega_s \right]$$

Donde H_0 radiación solar extraterrestre
I_{sc} la constante solar
E_0 factor de corrección de excentricidad
ϕ la latitud del lugar
δ declinación solar
ω_s ángulo horario de salida de sol

Se presenta en la gráfica los valores de kt de un año correspondiente a al serie observada y corregida que se indica en el párrafo anterior.



Se calculan los valores medios mensuales de índice de claridad ($\bar{kt}$) de los datos disponibles, luego y de acuerdo a estos valores se establecen diez clases o agrupamientos de los meses según su valor de $\bar{kt}$. Para cada clase se determina el valor máximo (k_t^{max}) y mínimo(k_t^{mmin}), y se establece el paso h = (k_t^{max} - k_t^{mmin})/10. De esta manera los 10 estados para cada clase quedan establecidos según los valores máximo y mínimo; y el paso.
Se toman los valores de kt diarios de cada clase y se encuentran las probabilidades de cada estado y sé conformando de esta manera la Matriz de Transición de Markov.

Se presenta a continuación la MTM obtenida para la clase 3, con; $k_t^{max} = 0.77$; $k_t^{mmin} = 0$ y h=0.07:

0.54	0	0.083	0.041	0.041	0	0.125	0.041	0.041	0.08
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.25	0	0	0.25	0	0.25	0.25	0	0	0
0	0	0.4	0	0.2	0	0.4	0	0	0
0.22	0	0	0.11	0.44	0.11	0	0.11	0	0
0	0	0	0.5	0	0	0	0	0.5	0
0.375	0	0	00	0.125	0	0.125	0.125	0.125	0.125
0.4	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0	0.3	0
0.056	0	0	0	0.11	0	0.056	0.33	0.33	0.11
0	0	0	0	0	0	0	0.11	0.56	0.33

A cada clase le corresponde una Matriz, y al conjunto de matrices resultantes se lo suele llamar biblioteca de Matrices de Markov. Teniendo las matrices de la biblioteca, la generación de secuencias sintética de radiación es la indicada en la metodología.

CONCLUSIONES

Se puede considerar la generación de valores de radiación usando la librería de Matrices de MarKov como una estrategia interesante a la luz de que no existen abundantes datos de radiación.
Si bien solo se usaron cinco años de datos de radiación, lo cual a priori se puede considerar un a serie muy corta para la construcción de las matrices, tal conclusión se podrá asegurar al momento de generar un a serie sintética en alguna localidad y compararla estadísticamente con su correspondiente serie observada.
En próximos trabajos se analizarán series sintéticas y generadas, y se comparará este modelo estocástico con otros a los efectos de validar el mismo en la región.

REFERENCIAS

Adaro, A.; Galimberti, P.; Lema, A.; Barral, J.; Fasulo, A.; (1995); Variables Climáticas de la Región Centro Sur de Córdoba; Asades 1995.
Aguiar, R. (1996); Curso de Estadística de Radiación Solar, Universidad Federal de Pernambuco.
Aguiar, R. e Collares Pereira, M.(1988), Simple procedure for generting sequences of daily radiation values using a library of Markov Transition Matrices. Sdolar Energy Vol 40 N° 3, pp 269-279.
Gazmuri, P. (1995); Modelos Estocásticos – Ed. Universidad Católica de Chile.
Igbal, M. (1983); An Introduction to Solar Radiation. De. Academic Press.