

H  
338  
18r

V Reunión de Centros de Investigación Económica

5ta. Reunión  
1969  
Cordoni, Manuel

UNA TEORIA DE LA DURACION DE LA ZAFRA

Manuel Luis Cordoni

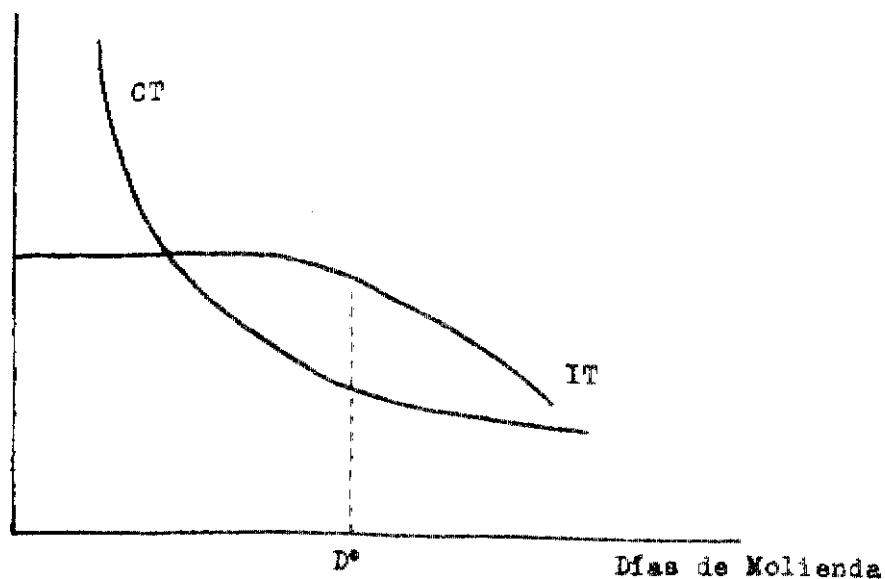
(\*)  
UNA TEORIA DE LA DURACION DE LA ZAFRA

Existen muchas actividades industriales y agrícolas de carácter marcadamente estacional y de la inspección cenosa de la duración de esas actividades en diferentes años surge que el número de días de actividad efectiva varía substancialmente.

El propósito de este ensayo es el de presentar una teoría tendiente a explicar los elementos que determinan la duración de las mismas. Se ha tomado el caso de la duración de la zafra azucarera con fines puramente expositivos y se tiene la impresión de que el análisis goza de mayor generalidad de la que puede imaginarse en un primer momento.

Con el objeto de presentar los elementos económicos en juego supongamos un ingenio azucarero que se propone procesar una cantidad dada de caña de azúcar expresada en toneladas. Naturalmente que la duración de la zafra podría ser notablemente corta si el ingenio fuese lo suficientemente grande o bien podría optar por llevar a cabo el proceso en más días de molienda si la inversión en capital fuese menor. Es evidente que a medida que se extienda la duración de la zafra disminuirá el costo de procesar un dado tonelaje desde que un aumento en el número de días de operación posibilitará la substitución de días por stock de capital y servicios de capital por trabajo; aunque debe señalarse que este proceso no podría continuar indefinidamente pues el azúcar obtenible con una dada tecnología irá disminuyendo como consecuencia del deterioro de la materia prima debido a las contingencias climáticas o al crecimiento natural de la caña.

En el gráfico que sigue se presentan los elementos básicos del problema. En el eje de las abscisas se miden los días de molienda (D) mientras que en el de las ordenadas se miden los costos totales (CT) o ingresos totales (IT).



$D^*$  representa la longitud óptima de la safra pues es la duración que maximiza la diferencia:  $IT - CT$ .

En el análisis que sigue usaremos algunos conceptos que obedecen a la siguiente notación:

- $K^*$  - Stock de capital,
- $D$  - Número de días de operación por año,
- $K$  - Servicios del capital, que tomaremos como el producto:  $K^* \cdot D$ ,
- $r$  - Renta anual por unidad de stock de capital,
- $r^*$  - Renta diaria por unidad del stock de capital ( $= r/D$ ),
- $L$  - Servicios anuales del trabajo (hombre-días),
- $w$  - Salario diario del trabajo,
- $R$  - Materia prima (caña de azúcar expresada en toneladas),
- $A$  - Azúcar producido.

Supondremos que el precio del azúcar ( $P_A$ ) y el precio de la caña ( $P_R$ ) se mantienen constantes en este análisis. Supondremos además que el azúcar se obtiene mediante un proceso que queda descrito por una función de producción:

$$A = F(R, K, L, D)$$

Supondremos además que el capital y el trabajo se combinan en una primera etapa del proceso productivo para producir un cierto servicio

productivo intermedio  $S = S(L, K)$  el que a su vez se combina con la materia prima expresada en toneladas para la obtención del producto final:

$$R = S(L, K) .$$

Se supone implícitamente que  $r$  y  $w$  son independientes de  $D$ , esto es, la oferta de trabajo es independiente del número de días por año de empleo ofrecido, y el interés más la depreciación de la planta se considera independiente del número de días efectivamente operados. En consecuencia  $r^*$  varía inversamente con  $D$ .

Las ganancias de la compañía se definen:

$$G = P_A \cdot A - r K^* - w L - P_R R$$

y la función a maximizar encierra el uso de dos multiplicadores de Lagrange:

$$G^* = P_A F(R, K, L, D) - r K^* - w L - P_R R - \lambda [B - S(L, K)] - \mu [K - K^* D]$$

del sistema de ecuaciones a que conducen las derivadas parciales nos interesan las que se obtienen derivando  $G^*$  con respecto a  $K^*$  y  $D$ .

$$\frac{\partial G^*}{\partial K^*} = r + \mu D = 0$$

$$\frac{\partial G^*}{\partial D} = P_A F_D + \mu K^* = 0$$

reemplazando el valor de  $\mu$  obtenible con la primera ( $= -r/D$ ) en la segunda ecuación obtenemos:

$$F_D = - \frac{r \cdot K^*}{D \cdot P_A}$$

dividiendo ambos miembros por el total de azúcar producido  $A$  y recordando que  $F_D = \frac{\partial F}{\partial D}$

$$\frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial D} = - \frac{r \cdot K^*}{D \cdot A \cdot P_A}$$

La expresión  $F_D/F$  define un parámetro  $\rho$  que representa el efecto (negativo) en producción de operar un día más, con lo que la expresión anterior queda:

$$\rho = - \frac{r \cdot K^*}{D \cdot A \cdot P_A}$$

Multiplicando y dividiendo por el valor agregado del trabajo y el capital VA, obtenemos la siguiente expresión:

$$\rho = - \frac{r \cdot K^*}{VA} \frac{VA}{A \cdot P_A} \frac{1}{D}$$

y definiendo  $\alpha_K$  la participación del capital en el valor agregado por el ingenio obtenemos la siguiente relación:

$$\rho = - \frac{\alpha_K}{D} \frac{VA}{A \cdot P_A}$$

Estimaciones estadísticas indican que la participación del capital en el valor agregado por la industria azucarera es del orden de 0.7, la relación  $VA/A P_A$  es aproximadamente 0.5 y el número de días promedio de duración de la zafra 100. Con esos números puede estimarse el efecto porcentual sobre la producción de trabajar un día más:

$$\rho = - 0.0035$$

#### Estimaciones Estadísticas

El estudio prolijo de dos ingenios azucareros durante más de cincuenta años permitió obtener información sobre las variables relevantes para el período 1927-63. Durante este período el número de días efectivamente operado por las plantas varió substancialmente. Como consecuencia de esta característica fue posible estimar el coeficiente de regre-

sión de la variable  $D^*$ , una variable que representa el número de días efectivamente operados superior a 80 (algo así como una longitud ideal de la zafra). La forma de la función estimada es del tipo Cobb-Douglas:

$$A = B L^\alpha K^\beta e^{\gamma Y} e^{\rho D^*}$$

Las variables incluidas están definidas como sigue:

- S - Valor bruto de la producción de azúcar a precios constantes (una estimación adecuada del valor agregado),
- L - Estimación de un índice de hora-hombre usando la nómina de salarios del personal obrero en fábrica de azúcar,
- K - Estimación de los servicios de capital ( $= K^* \cdot D$ ),
- Y - Variable llamada a incluir los efectos en producción de los cambios en la calidad de la caña de azúcar inducidos por los esquemas de negociación de la materia prima entre cañeros e ingenios.
- $D^*$  - Número de días efectivamente operados por los ingenios superior a 80.

Estimaciones mediante análisis de regresión de dos ingenios azucareros de la Provincia de Tucumán para el período 1927-63.  $N = 37$ .

-----

Variable Dependiente	Variable Independiente				$R^2$
	L	K	Y	$D^*$	
S	0.22 (0.16)	0.69 (0.19)	0.21 (0.08)	-0.0036 (0.0018)	0.79

-----

Entre paréntesis el error standard del coeficiente de regresión.

El coeficiente de la variable  $D^*$  coincide en forma notable con el

valor estimado a priori para  $\rho$  .

Manuel Luis Cordón

Tucumán y Agosto de 1969.

---

(\*) El modelo que aquí presentamos surgió de una serie de reuniones con el Profesor Larry Sjaastad en la Universidad de Chicago durante el invierno de 1969. La deuda que tengo con el Profesor Sjaastad es muy grande y ha sido debidamente documentada en mi tesis doctoral presentada en dicha Universidad. Agradezco los comentarios recibidos del Dr. Víctor J. Elías y Sr. Jorge Rubén Márquez Ruarte, de la Universidad Nacional de Tucumán, los que han contribuido a una presentación más general y más compacta.