Una Operación de Consolidación Basada en Plausibilidad

Gerardo Parra
Departamento de Informática y Estadística
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE

Guillermo R. Simari[1]
Departamento de Ciencias de la Computación
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

e-mail: gparra@uncoma.edu.ar, grs@criba.edu.ar

Palabras Claves: INTELIGENCIA ARTIFICIAL, RAZONAMIENTO PLAUSIBLE, CAMBIO DE TEORÍAS, RAZONAMIENTO NO MONÓTONO, REVISIÓN DE CREENCIAS.

Resumen

La operación de *semi-revisión* de una base de creencias B por una sentencia α, denotada $B?\alpha$, constituye una forma de cambio de creencias que no asigna ningún valor o prioridad especial a la nueva información α. De esta manera, se diferencia claramente de la operación de *revisión* de creencias del modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson) que siempre incorpora la nueva información que es propuesta, asignándole de este modo un valor epistémico mayor con respecto a las creencias ya existentes.

La semi-revisión de bases de creencias puede ser modelada como un procedimiento que consiste en incorporar la nueva información α y luego, en caso que α contradiga creencias previas, hacer consistente la nueva base de creencias resultante, ya sea eliminando α o alguna de las creencias originales. Esta última operación, denominada *consolidation*, puede implementarse mediante la selección de subconjuntos maximales consistentes (*partial meet consolidation*) o mediante la selección de subconjuntos minimales inconsistentes (*kernel consolidation*).

En este trabajo, el primero de una serie de dos, se propone una relación de preferencia basada en plausibilidad para la selección de subconjuntos maximales consistentes. Esto nos conduce de manera intuitiva a la definición de una operación de consolidación para la semi-revisión de bases de creencias.

[1]Miembro de GIIA (Grupo de Investigación en Inteligencia Artificial) e ICIC (Instituto de Ciencias e Ingeniería de Computación), UNS, Bahía Blanca

Una Operación de Consolidación Basada en Plausibilidad

1 Introducción

La operación de *semi-revisión* de una base de creencias B por una sentencia α, denotada $B?\alpha$, constituye una forma de cambio de creencias que no asigna ningún valor o prioridad especial a la nueva información α. De esta manera, se diferencia claramente de la operación de *revisión* de creencias del modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson) que siempre incorpora la nueva información que es propuesta, asignándole de este modo un valor epistémico mayor con respecto a las creencias ya existentes.

La semi-revisión de bases de creencias puede ser modelada como un procedimiento que consiste en incorporar la nueva información α y luego, en caso que α contradiga creencias previas, hacer consistente la nueva base de creencias resultante, ya sea eliminando α o alguna de las creencias originales. Esta última operación, denominada *consolidation*, puede implementarse mediante la selección de subconjuntos maximales consistentes (*partial meet consolidation*) o mediante la selección de subconjuntos minimales inconsistentes (*kernel consolidation*).

En este trabajo, el primero de una serie de dos, se propone una relación de preferencia basada en plausibilidad para la selección de subconjuntos maximales consistentes. Esto nos conduce de manera intuitiva a la definición de una operación de consolidación para la semi-revisión de bases de creencias. En [13] se habían presentado intuiciones para incorporar plausibilidad en el proceso de semi-revisión de bases de creencias. Este trabajo extiende y complementa la formalización expuesta en aquel trabajo.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la próxima sección introducimos la operación de semi-revisión basada en consolidación. En la sección 3 se explora la noción de plausibilidad enfocada fundamentalmente en la confiabilidad de las fuentes de información. Esto nos permite, en la sección 4, definir una relación de preferencia para la selección de subconjuntos maximales consistentes, basada en plausibilidad. Finalmente, en la sección 5, son reportadas las conclusiones del trabajo.

2 Semi-Revisión basada en Consolidación

La operación de *semi-revision*, introducida por Hansson [12], modela la situación en la que un agente recibe nueva información y decide incorporarla o no a sus creencias.

Las creencias del agente pueden ser modeladas de dos maneras: mediante conjuntos de creencias[2], que son conjuntos de sentencias clausurados por consecuencia lógica, o mediante bases de creencias[3], que no son cerrados lógicamente. El uso de bases de creencias parte de la intuición de que algunas de nuestras creencias no tienen sustento independiente, sino que dependen totalmente de creencias más básicas, de las cuales aquellas son inferidas. De este modo, los elementos de una base de creencias representarían creencias fundamentales o básicas.

La semi-revisión de bases de creencias puede ser modelada como una modificación de *external revision*[10]. Es decir, como un procedimiento que consiste de:

1. Adicionar α mediante una operación conjuntista.
2. Hacer consistente la base de creencias, ya sea eliminando α o alguna de las creencias originales.

La segunda de estas operaciones, la de volver consistente una base de creencias, ha sido denominada *consolidation*[8]. Un modo posible de realizarla consiste en la contracción ($\div$) por falso ($\perp$). Esto infiere la siguiente igualdad:

$$A?\alpha = (A + \alpha) \div \perp$$

2.1 Partial Meet Consolidation

La implementación más común de la operación de contracción es *partial meet contraction*, definida conforme al modelo AGM como sigue:

Definición 2.1. (Alchourrón y Makinson[2]) Sean A un conjunto de sentencias y α una sentencia. Definimos a $A \perp \alpha$ (A *menos* α) como el conjunto tal que $B \in A \perp \alpha$ si y solo si:

1. $B \subseteq A$
2. $\alpha \notin Cn(B)$
3. No existe ningún conjunto B' tal que $B \subset B' \subseteq A$ y $\alpha \notin Cn(B')$

$\square$

Note que el significado intuitivo de esta definición es el de hallar el conjunto de subconjuntos maximales que no implican α. Cada uno de estos subconjuntos maximales se denomina *reminder* y el conjunto de todos los subconjuntos maximales se denomina conjunto de *reminder's* o *reminder's set.*

Definición 2.2. (AGM[1]) Una *función de selección* para un conjunto A de sentencias es una función γ tal que para todas las sentencias α:

[2] En inglés, *belief set.*
[3] En inglés, *belief base.*

1. Si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha)$ es un subconjunto no vacío de $A \perp \alpha$ y
2. Si $A \perp \alpha$ es vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha) = \{A\}$.

□

Definición 2.3. (AGM[1]) Sea A un conjunto de sentencias y γ una función de selección para A. La *partial meet contraction* sobre A que es generada por γ es la operación $\sim_\gamma$ tal que para todas las sentencias α:

$$A \sim_\gamma \alpha = \cap \gamma(A \perp \alpha)$$

Una operación de contracción $\div$ sobre A es una *partial meet contraction* si y solo si existe una función de selección γ tal que para todas las sentencias α: $A \div \alpha = A \sim_\gamma \alpha$. □

Basada en *partial meet contraction*, podemos definir *partial meet consolidation* como *partial meet contraction* por falso ($\perp$). La *partial meet consolidation* $A \sim_\gamma \perp$ de una conjunto A es la intersección de sus *más preferidos* subconjuntos maximales consistentes, i.e.,

$$A \sim_\gamma \perp = \cap \gamma(A \perp \perp).$$

Vale destacar que *partial meet contraction*, como se ha definido arriba, se refiere solamente a contracciones sobre un conjunto en particular. No es aplicable a ningún otro conjunto que no sea A. Esta limitación es aún más conflictiva para *partial meet consolidation.* Un operador que puede tan solo *consolidar* una sola base de creencias no parece ser muy útil. En [9, 10], mediante la introducción de funciones de selección de dos argumentos, Hansson presenta alternativas para superar esta limitación.

Partial meet consolidation ha sido caracterizado axiomáticamente como sigue:

Teorema 2.1. ([8]) Una operación ! es una operación de *partial meet consolidation* si y solo si para todos los conjuntos A de sentencias:

- $A!$ es consistente (*consistency*)
- $A! \subseteq A$ (*inclusion*)
- Si $\alpha \in A$ y $\alpha \notin A!$, entonces existe algún A' tal que $A! \subseteq A' \subseteq A$, tal que A' es consistente y $A' \cup \{\alpha\}$ es inconsistente. (*relevance*)

El significado intuitivo de *relevance* es que cualquier sentencia que fuera excluída cuando una base de creencias es consolidada, debe haber contribuído a hacer inconsistente a la base de creencias original. En tal sentido, el objetivo buscado es el de realizar el *mínimo cambio* con el fin de hacer consistente a la base de creencias.

2.2 Kernel Consolidation

Kernel contraction [8, 11], una alternativa a *partial meet contraction*, está basada en la simple observación que un subconjunto de A implica una sentencia α si y solo si contiene algún subconjunto minimal de A que implica α. De ahí que, con el fin de remover α de A, es necesario y suficiente remover al menos un elemento de cada uno de estos subconjuntos minimales de A que implican α. Por ejemplo, sea A el siguiente conjunto de sentencias:

$$A = \{p, q, p \to q, q \to p, r\}$$

Realizaremos una contracción de A por la sentencia $p \wedge q$. Para tal fin, consideremos los tres siguientes subconjuntos de A:

$$\begin{gathered} \{p, q\} \\ \{p, p \to q\} \\ \{q, q \to p\} \end{gathered}$$

Cada uno de estos conjuntos implica $p \wedge q$. También, cada uno de ellos es *minimal* en el sentido que carece de cualquier subconjunto propio que implique $p \wedge q$. Estos son los únicos subconjuntos de A con esas propiedades. Constituyen los *subconjuntos minimales* de A que implican $p \wedge q$ y son llamados los $(p \wedge q)$-*kernels* de A.

Una sentencia en A contribuye a que A implique $p \wedge q$ si y solo si es un elemento de algún $(p \wedge q)$-kernel de A. Por lo tanto, cuando seleccionamos qué elementos excluir de la contracción $A \div (p \wedge q)$, deberíamos seleccionar al menos una entre aquellas sentencias que son elementos de algún $(p \wedge q)$-kernel.

Un subconjunto de A implica una sentencia α si y solo si contiene algún α-kernel. Nuestro deseo es construir una contracción $A \div \alpha$ que satisfaga el postulado de éxito (*success*) para contracciones[4]. Por lo tanto, ningún α-kernel debería estar incluído en $A \div \alpha$. En otras palabras, entre las sentencias seleccionadas para ser removidas debe haber al menos un elemento de cada uno de los α-kernels de A. Esta es una condición necesaria y suficiente para que el postulado de éxito (*success*) sea satisfecho.

Los conceptos anteriores pueden ser directamente aplicados a la operación de *consolidation*. Con el fin de realizar una operación de *kernel consolidation* sobre una base de creencias B, entre las sentencias seleccionadas para ser removidas, debe haber al menos un elemento de cada uno de los $\perp$-kernels de B. El empleo de recursos de plausibilidad para esta implementación de *consolidation* será explorado en trabajos futuros.

[4] Si $\emptyset \not\vdash \alpha$, entonces $A \div \alpha \not\vdash \alpha$.

2.3 Partial Meet Semi-Revision

La operación de *partial meet semi-revision* puede definirse a partir de la operación de *partial meet consolidation*, empleando la ecuación:

$$A?\alpha = (A \cup \{\alpha\})\sim_{\gamma}\perp$$

El operador de *partial meet semi-revision* es caracterizado axiomáticamente de la siguiente manera:

Teorema 2.2. ([12]) Un operador ? es un operador de partial meet semi-revision si y solo si satisface:

- $A?\alpha$ es consistente (*strong consistency*)
- $A?\alpha \subseteq A \cup \{\alpha\}$ (*inclusion*)
- Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A?\alpha$, entonces existe algún A' tal que $A?\alpha \subseteq A' \subseteq A \cup \{\alpha\}$, A' es consistente pero $A' \cup \{\beta\}$ es inconsistente.(*relevance*)
- $(A + \alpha)?\alpha = A?\alpha$ (*pre-expansion*)
- Si $\alpha, \beta \in A$, entonces $A?\alpha = A?\beta$ (*internal exchange*)

Analicemos por un momento la operación de *partial meet semi-revision*. Supongamos que una base de creencias A contiene la sentencia $\neg\alpha$ y se realiza una semi-revisión por α, i.e., $A?\alpha$. Como resultado de añadir α a la base, esta contendrá información contradictoria que debe ser eliminada mediante la operación de *partial meet consolidation*, que hará uso de una función de selección. Dicha función de selección puede estar definida de tal manera que seleccione aquellos elementos del *reminder set* $A \perp \perp$ que no contengan $\neg\alpha$ (en este caso se daría preferencia a la nueva información, puesto que $\alpha \in A?\alpha$). O puede estar definida en una manera que otorga preferencia a la información ya existente (si selecciona aquellos elementos de $A \perp \perp$ que no contengan α, y en este caso $\alpha \notin A?\alpha$).

En definitiva, la información común a cualquier subconjunto de $(A \cup \{\alpha\}) \perp \perp$ es un buen candidato para $A?\alpha$. ¿Cómo son seleccionados estos subconjuntos maximales consistentes? Uno de los criterios generalmente adoptados es considerar una relación de orden total entre sentencias y conjuntos de sentencias. Esta relación posibilita ordenar las sentencias de acuerdo a la *importancia epistémica*[5] de su *contenido* informativo [7, 18]. En la próxima sección se investiga otra aproximación a semi-revisión que está basada en criterios de plausibilidad o confiabilidad.

[5] En inglés, *epistemic entrenchment*.

3 La Noción de Plausibilidad

Antes de comenzar a explorar la noción de plausibilidad, es importante aclarar a qué nos referimos con el término plausible. De acuerdo a su origen, la palabra "plausible" significaría algo así como "digno de aplauso", una frase sugestiva que revela claramente un punto de vista retórico del término. En este sentido, plausibilidad será un término adecuado para referirse a la importancia de una premisa. Por lo tanto, la plausibilidad de una premisa es una medida de su grado de soporte asertivo, es decir, de su valoración epistemológica.

Las nociones de plausibilidad y probabilidad tienen un origen común. Ambos conceptos, comparten la misma idea básica: establecer cuánto *crédito de verdad* puede otorgarse a un enunciado que no es establecido categóricamente. No obstante este origen común, los conceptos de plausibilidad y probabilidad difieren de manera significativa.

Plausibilidad es un concepto *clasificatorio* que compara enunciados en términos de la solidez de su base cognitiva. La razón para aceptar una opinión no proviene de la opinión en sí misma sino de quien la provee. De acuerdo a esto, la plausibilidad como valoración epistemológica de una sentencia es *externa* al contenido intensional de la misma.

En probabilidad esta situación es diferente, ya que conocer la probabilidad de un evento es de alguna manera conocer cómo se relaciona este evento con su clase de referencia. Es decir, la probabilidad como valoración epistemológica de una sentencia, es *interna* al contenido intensional de la misma. En otras palabras, el punto de vista probabilístico nos orienta hacia el *contenido* de la sentencia, mientras que la plausibilidad nos orienta hacia sus *credenciales probativas*.

Tradicionalmente, el manejo de información incierta, incompleta o potencialmente errónea, ha sido modelado mediante probabilidades. Sin embargo, en los últimos años, numerosos investigadores de ciencias de la computación, matemáticos y filósofos, interesados en representar la información de una manera más cualitativa, han introducido una serie de generalizaciones y alternativas a la aproximación probabilística. Un ejemplo de tales generalizaciones lo constituyen las *medidas de plausibilidad* [5, 6] introducidas por Friedman y Halpern[6].

Por otra parte, el razonamiento basado en premisas de variada confiabilidad ha sido estudiado, entre otros, por N. Rescher en lo que él denomina *Razonamiento Plausible* [16, 17]. En esta aproximación formal, a todo axioma propio de una teoría proposicional se le asigna un índice perteneciente al conjunto $\{\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}, 1\}$, para un n dado. La plausibilidad de todo teorema de esta teoría es determinada por

[6] En este marco formal, el concepto de plausibilidad es derivado a partir de una noción probabilística. En [14] se analizan las medidas de plausibilidad como una generalización de otras nociones para el manejo de información incierta: las medidas de posibilidad, los κ-ranking's, los ordenamientos preferenciales y las distribuciones de probabilidad parametrizadas.

medio de un conjunto de desigualdades. Cuando se detecta inconsistencia, uno de los criterios de racionalidad propuestos consiste en salvar las premisas “más plausibles”. Detalles adicionales pueden ser encontrados en las referencias mencionadas[7], pero no son necesarios en la siguiente discusión.

4 Una Operación de Consolidación

Consideraremos en esta sección una relación de preferencia inspirada de algún modo en el razonamiento plausible. Asumiendo un lenguaje proposicional subyacente, se considera que toda sentencia de una base de creencias es suministrada por una *fuente* o informada por un *agente informante*. También consideraremos que el orden entre los agentes informantes no es lineal, dado que sería muy natural que, entre dos fuentes de información, no tengamos razones para inclinarnos por ninguna de ellas. Luego, es más adecuado considerar la existencia de un orden parcial entre las fuentes que suministran información. Esta noción es formalizada de la siguiente manera.

Definición 4.4. Una *estructura de informantes* es un par $\langle \mathcal{I}, \prec_{\mathcal{P}} \rangle$, donde $\mathcal{I}$ es un conjunto finito de agentes informantes $\{I_1, I_2, \ldots, I_k\}$ y $\prec_{\mathcal{P}}$ es un orden parcial sobre $\mathcal{I}$, llamado *relación de plausibilidad*. □

Asumimos que el conjunto de agentes informantes $\mathcal{I}$ contiene un elemento $I_\top$ tal que $I_i \prec_{\mathcal{P}} I_\top$ para todo $I_i \in \mathcal{I}$ y un elemento $I_\bot$ tal que $I_\bot \prec_{\mathcal{P}} I_i$ para todo $I_i \in \mathcal{I}$.

El orden parcial entre los agentes informantes induce un orden parcial entre las sentencias informadas por éstos, es decir las sentencias que conforman una base de creencias. De este modo, la plausibilidad de toda sentencia de una base de creencias estará relacionada directamente con el agente informante que suministró tal información[8].

Supongamos que una sentencia a es informada por un agente I_i y una sentencia b es informada por un agente I_j. Cuando no se preste a confusión, emplearemos la notación $a \prec_{\mathcal{P}} b$ para denotar la correspondiente relación entre los agentes informantes ($I_i \prec_{\mathcal{P}} I_j$), de acuerdo al orden parcial establecido.

Como ya hemos mencionado, una operación de *partial meet consolidation* debe realizar una selección sobre el conjunto de subconjuntos maximales consistentes, de acuerdo a algún criterio de racionalidad. En nuestro caso este criterio consistirá en seleccionar los elementos más plausibles del *reminder set*. Es decir, dada una base de creencias B, la operación de *partial meet consolidation* de B consistirá en seleccionar el conjunto de subconjuntos maximales consistentes *más plausibles*. Con el fin de diseñar esta operación, necesitamos establecer un mecanismo para comparar

[7] Un análisis de estos variados enfoques de la noción de plausibilidad puede encontrarse en [15].

[8] En este sentido, estamos en presencia de una instancia de la generalización propuesta en [5], donde la plausibilidad de un conjunto es tan solo un elemento perteneciente a algún conjunto parcialmente ordenado.

por plausibilidad a los subconjuntos maximales consistentes de B. Este mecanismo de comparación está basado en el trabajo desarrollado por C. Delrieux [3, 4] en su reconstrucción del razonamiento plausible de Rescher.

Consideremos, como primer paso, las siguientes definiciones para capturar la noción de plausibilidad de un subconjunto de creencias. La primera considera la plausibilidad de un subconjunto como el conjunto de sus elementos minimales y la segunda como el conjunto de sus elementos maximales de acuerdo al orden parcial establecido.

Definición 4.5. Sea B una base de creencias parcialmente ordenada por una relación de plausibilidad $\prec_{\mathcal{P}}$. La *cota mínima de plausibilidad* de un subconjunto $B' \subseteq B$, denotada $Pl_{min}(B')$, se define como

$$Pl_{min}(B') = \{s \in B' : \text{ no existe } t \in B' \text{ con } t \prec_{\mathcal{P}} s\}.$$

□

Definición 4.6. Sea B una base de creencias parcialmente ordenada por una relación de plausibilidad $\prec_{\mathcal{P}}$. La *cota máxima de plausibilidad* de un subconjunto $B' \subseteq B$, denotada $Pl_{max}(B')$, se define como

$$Pl_{max}(B') = \{s \in B' : \text{ no existe } t \in B' \text{ con } s \prec_{\mathcal{P}} t\}.$$

□

Ciertamente, excepto para casos triviales, estas dos definiciones no se comportan de la misma manera. Veamos el ejemplo a continuación.

Ejemplo 4.1. Supongamos que en nuestra base de creencias encontramos al subconjunto $B' = \{a, b, c, d, e\}$ y que de acuerdo a la relación de plausibilidad tenemos que $a \prec_{\mathcal{P}} b$, $a \prec_{\mathcal{P}} c$ y $d \prec_{\mathcal{P}} e$. Entonces $Pl_{min}(B') = \{a, d\}$, dado que no existen elementos en B' que sean menos plausibles que cada uno de los elementos en este conjunto. Por otra parte, $Pl_{max}(B') = \{b, c, e\}$. ■

Una aclaración con respecto a la notación. Emplearemos Pl para denotar, indistintamente por ahora, tanto la noción de cota mínima de plausibilidad de la definición 4.5 como la noción de cota máxima de plausibilidad de la definición 4.6. Más adelante, en esta misma sección, justificaremos nuestra inclinación por una de estas dos opciones. A continuación estableceremos un mecanismo para comparar por plausibilidad a los subconjuntos de una base de creencias. Consideremos, en primera instancia, la siguiente definición.

Definición 4.7. Dada una base de creencias B, decimos que un subconjunto $B' \subseteq B$ es *preferido* a otro subconjunto $B'' \subseteq B$ si y solo si todo elemento en $Pl(B')$ es al menos tan plausible como algún elemento en $Pl(B'')$, pero contiene un elemento que es estrictamente más plausible que todo elemento de $Pl(B'')$. En este caso, notaremos $Pl(B'') < Pl(B')$ o simplemente $B'' < B'$. □

Como vimos en el ejemplo 4.1, las nociones de cota mínima de plausibilidad (Pl_{min}) y cota máxima de plausibilidad (Pl_{max}) se comportan de manera diferente. Además de estas diferencias operativas, demostraremos que la noción de cota máxima de plausibilidad tiene una propiedad no tan deseada: un conjunto es tan plausible como cualquiera de sus subconjuntos. Este resultado puede presentarse de la siguiente manera.

Proposición 4.1. Sean A y B dos subconjuntos de sentencias. Si $A \subseteq B$ entonces $Pl_{max}(A) \leq Pl_{max}(B)$.

Esta propiedad tiene varias desventajas desde el punto de vista epistémico. La incorporación de información incierta o potencialmente errónea puede resultar en un falso fortalecimiento del valor informativo de un conjunto de sentencias. Esto hace que nos inclinemos por la noción de cota mínima de plausibilidad (conforme a la definición 4.5), donde esta propiedad no se verifica, como podemos apreciar en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.2. Supongamos los siguientes subconjuntos de sentencias $B = \{a, b\}$ y $A = \{b\}$. Además, supongamos que la relación de plausibilidad nos indica que $a \prec_{\mathcal{P}} b$. Entonces tenemos que $Pl_{min}(B) = \{a\}$ y $Pl_{min}(A) = \{b\}$ y, por lo tanto, $Pl_{min}(A) > Pl_{min}(B)$. ■

Desde un punto de vista cuantitativo, adicionar sentencias a un conjunto puede incrementar su valor informativo. Pero, desde un punto de vista plausibilístico o cualitativo, adicionar sentencias a un conjunto puede solo reducir su plausibilidad. Por lo tanto, de ahora en más emplearemos la notación $Pl(A)$ para referirnos a la cota mínima de plausibilidad de un subconjunto de sentencias A.

Ejemplo 4.3. Supongamos que en nuestra base de creencias debemos comparar $B' = \{a, b, c\}$ con $B'' = \{b, c, d, e\}$. Asumamos que la relación de plausibilidad nos indica que $a \prec_{\mathcal{P}} b$, $a \prec_{\mathcal{P}} c$ y $d \prec_{\mathcal{P}} e$. En este caso, vemos que $Pl(B') = \{a\}$ y $Pl(B'') = \{b, c, d\}$. Luego, $Pl(B') < Pl(B'')$ y entonces $\{b, c, d, e\}$ es preferido a $\{a, b, c\}$. ■

Ejemplo 4.4. Nuevamente considerando el ejemplo 4.3, supongamos ahora que debemos comparar $B' = \{a, b, c, d, e\}$ con $B'' = \{b, c, d, e\}$. En este caso, vemos que $Pl(B') = \{a, d\}$ y $Pl(B'') = \{b, c, d\}$. Luego, no se verifica que $Pl(B') < Pl(B'')$ puesto que no existe en $Pl(B'')$ un elemento que sea estrictamente más plausible que el elemento $d \in Pl(B')$. ■

Es claro, analizando el ejemplo precedente, que esto no es una situación natural. Dado que el elemento d es común a ambos conjuntos, no se plantea ninguna discusión con respecto a él. Es aceptado en ambos conjuntos, por lo tanto no debería participar en la decisión y deberíamos concluir que B'' es preferido a B'. Esto motiva un refinamiento de la definición 4.7, donde no se consideran los elementos en común.

Definición 4.8. Dada una base de creencias B, decimos que un subconjunto $B' \subseteq B$ es *preferido* a otro subconjunto $B'' \subseteq B$ si y solo si todo elemento en $Pl(B')$ es al menos tan plausible como algún elemento en $Pl(B'')$, pero contiene un elemento que es estrictamente más plausible que todo elemento de $Pl(B'') - Pl(B')$. En este caso, notaremos $Pl(B'') <_P Pl(B')$ o simplemente $B'' <_P B'$. $\square$

Definición 4.9. Dada una base de creencias B, decimos que un subconjunto $B' \subseteq B$ es *maximal* en el orden $<_P$ si, para cualquier otro subconjunto $B'' \subseteq B$, tenemos que $B'' <_P B'$. $\square$

A partir del esquema propuesto para comparar subconjuntos maximales consistentes de una base de creencias, presentamos la siguiente definición de función de selección.

Definición 4.10. Dada una base de creencias B, definimos la siguiente *función de selección γ_P basada en plausibilidad*:

$$\gamma_P(B) = \{B' \in B \perp \bot \text{ tal que no existe } B'' \in B \perp \bot \text{ donde } B' <_P B''\}$$

$\square$

Es claro, a partir de la definición precedente, que la función de selección escogerá los subconjuntos maximales consistentes más plausibles del *reminder set*. A partir de esta función de selección, es posible definir una operación de consolidación.

Definición 4.11. Dada una base de creencias B, definimos la siguiente *operación de consolidación basada en plausibilidad*, denotada !:

$$B! = \cap \gamma_P(B)$$

$\square$

La misma nos indica que, con el fin de consolidar una base de creencias, debemos mantener la información común a todos los subconjuntos maximales consistentes más plausibles.

Una vez definida la operación de consolidación, podemos definir la operación de *plausible partial meet semi-revision.* A tal fin empleamos la ecuación de la subsección 2.3:

$$B?\alpha = (B \cup \{\alpha\})! = (B \cup \{\alpha\}) \sim_\gamma \bot$$

Teorema 4.3. La operación de plausible partial meet semi-revision satisface las propiedades de: *strong consistency, inclusion, relevance, pre-expansion, internal exchange* y la siguiente propiedad

- Si existe $B' \in (B \cup \{\alpha\}) \perp \bot$, $\alpha \in B'$ y B' es maximal en el orden $<_P$ entonces $\alpha \in B?\alpha$. (*plausible success*)

Ejemplo 4.5. Sea B una base de creencias compuesta por las sentencias a y $a \rightarrow b$, suministradas por los agentes informantes I_1 e I_2, respectivamente. Consideremos la operación de semi-revisión de la base B por la sentencia $\neg b$, suministrada por el agente I_3. Supongamos, además, que el ordenamiento por plausibilidad entre las fuentes de información nos indica solamente que $I_2 \prec_{\mathcal{P}} I_1$. El *reminder set* $(B \cup \{\neg b\}) \perp \perp$ está compuesto por los subconjuntos B', B'' y B''' donde

$$\begin{array}{lcl} B' & = & \{a, a \rightarrow b\} \\ B'' & = & \{a, \neg b\} \\ B''' & = & \{a \rightarrow b, \neg b\} \end{array}$$

La plausibilidad de cada uno de estos subconjuntos maximales consistentes es la siguiente.

$$\begin{array}{lcl} Pl(B') & = & \{I_2\} \\ Pl(B'') & = & \{I_1, I_3\} \\ Pl(B''') & = & \{I_2, I_3\} \end{array}$$

Luego, conforme a la definición 4.9, podemos ordenar estos subconjuntos de la siguiente manera: $B' < B''' < B''$. Entonces, B'' es preferido y podemos establecer que $B?\neg b = \{a, \neg b\}$. ■

Ejemplo 4.6. Modifiquemos el orden entre las fuentes de información del ejemplo precedente. Supongamos ahora que los agentes informantes están relacionados de la siguiente manera: $I_3 \prec_{\mathcal{P}} I_2$ y $I_2 \prec_{\mathcal{P}} I_1$. En este caso, la plausibilidad de cada uno de los subconjuntos maximales consistentes es la siguiente.

$$\begin{array}{lcl} Pl(B') & = & \{I_2\} \\ Pl(B'') & = & \{I_3\} \\ Pl(B''') & = & \{I_3\} \end{array}$$

Luego, de acuerdo a la definición 4.9, tenemos que $B'' < B'$ y B'' es igual a B'''. Entonces, B' es preferido y podemos establecer que $B?\neg b = \{a, a \rightarrow b\}$. ■

Analicemos por un momento los ejemplos precedentes. El ejemplo 4.5 representa un caso en cual el agente informante (I_3) que suministra la nueva información ($\neg b$) no es comparable con ninguno de los demás informantes (agentes I_1 e I_2). Esta es una situación bastante natural. Permanentemente en nuestra vida cotidiana somos confrontados con opiniones conflictivas suministradas por distintas fuentes, para las cuales no tenemos, normalmente, un orden de preferencia específico. Sin embargo, a pesar de esta fuerte restricción, en nuestro esquema de semi-revisión plausible se puede orientar el proceso hacia un subconjunto maximal consistente (B'') y este determina el resultado de la semi-revisión: la nueva información, en este caso, es incorporada. Vale recordar que, en un esquema de semi-revisión común esto no acontece. Cualquier subconjunto de $\{B', B'', B'''\}$ es un buen candidato para una función de selección común. Incluso $\{B'\}$, que es el subconjunto maximal menos plausible.

Recordemos que una de las característica determinantes de la operación de semi-revisión era la de no respetar el postulado de *éxito* para revisiones. El ejemplo 4.6 presenta una situación, si se quiere, un tanto más ideal. Aquí, nuestro orden parcial entre los agentes informantes se convierte en un orden lineal. Luego, no deberían presentarse mayores problemas para definir el resultado de la semi-revisión: la nueva información, en este caso, es rechazada puesto que el agente que la provee es el menos confiable. De nuevo, en un esquema de semi-revisión común el resultado puede ser, en este caso, $\{B''\}$, que es el subconjunto maximal menos plausible. En este caso, la nueva información sería aceptada aún cuando es la información reportada por el agente menos plausible.

5 Conclusiones

En [13] se había establecido una vinculación inicial entre los sistemas lógicos que han evolucionado para la revisión de creencias y aquellas propuestas que sugieren la asignación de un orden cualitativo a la información que un agente inteligente maneja.

En este trabajo, hemos presentado un sistema de semi-revisión de creencias basado en plausibilidad. La operación de *partial meet consolidation* fué diseñada para seleccionar el conjunto de subconjuntos maximales consistentes "más plausibles" del *reminder set*. Si bien este orden parcial entre subconjuntos maximales podría no ser novedoso, la contribución de este trabajo radica en que el orden parcial que se introduce no es arbitrario, sino que se realiza en base a la confiabilidad, plausibilidad o solidez probativa de los agentes informantes que suministran la información. Esto permite la construcción de un sistema de semi-revisión de creencias computacionalmente factible. Algunos ejemplos exhiben el desempeño del sistema propuesto.

Referencias

[1] Alchourrón, C. E., Gärdenfors,P. y Makinson, D. *On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions.* Journal of Symbolic Logic. 1985, 50:510-530.

[2] Alchourrón, C. E. y Makinson, D. *Hierarchies of Regulation and Their Logic.* In: Hilpinen R., ed., New Studies in Deontic Logic. 1981, 50:510-530.

[3] Delrieux, C. A. *Incorporando Razonamiento Plausible en los Sistemas de Razonamiento Revisable.* Tesis de Magister. Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca. 1995.

[4] Claudio Delrieux y Guillermo Simari. Formalizing Plausible Reasoning. En *Proceedings of the XV International Conference of the Chilean Computer Society*, páginas 147-158. Arica, Chile, 1995.

[5] Nir Friedman and John Halpern. *Plausibility Measures: a User's Manual.* In *Proc. Eleventh Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI '95).* Morgan Kaufmann, San Francisco, 1995.

[6] Nir Friedman and John Halpern. *Plausibility Measures and Default Reasoning.* Technical Report 9959, IBM. 1995.

[7] Peter Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States.* Cambridge, MA: The MIT Press, Bradford Books, 1988.

[8] Hansson, S. O. *Belief Base Dynamics.* PhD tesis. Uppsala, Uppsala University. 1991.

[9] Sven Owe Hansson. *A Dyadic Representation of Belief.* Belief Revision, Gärdenfors (edt). Cambridge University Press. 1992, 89-121.

[10] Hansson, S. O. *Reversing the Levi Identity.* Journal of Philosophical Logic. 1993, 22:637-669.

[11] Sven Owe Hansson. *Kernel Contraction.* Journal of Symbolic Logic. 1994, 59:845-859.

[12] Hansson, S. O. *Semi-revision.* Journal of Applied Non-Classical Logic. 1996.

[13] Gerardo Parra y Guillermo Simari. *Semi-Revisión Plausible en Bases de Creencias - Reporte Preliminar.* IV Workshop de Aspectos Teóricos de Inteligencia Artificial. La Plata. 1997.

[14] Gerardo Parra, Alejandra Chegoriansky y Guillermo Simari. *Medidas de Plausibilidad: Una Visión Comparativa.* IV Congreso de Ingenieria Informatica (ICIE'98). Departamento de Computación. Facultad de Ingeniería. Universidad de Buenos Aires. 1998.

[15] Gerardo Parra y Guillermo Simari. *Un Análisis de la Noción de Plausibilidad.* III Congreso Internacional y Exposición de Informática e Internet (INFONET'98). Mendoza. 1998. Web Site: http://www.info-net.com.ar

[16] Rescher, N. *Hypotetical Reasoning.* North Holland, Amsterdam, 1974.

[17] Rescher, N. *Plausible Reasoning.* Van Gorcum, Dodrecht, 1976.

[18] Hans Rott. Preferential Belief Change Using Generalized Epistemic Entrenchment. *Journal of Logic, Language and Information*, 3:68-100. 1992.

A Pruebas

Proposición 4.1 Sean A y B dos subconjuntos de sentencias. Si $A \subseteq B$ entonces $Pl_{max}(A) \leq Pl_{max}(B)$.

Demostración: Sean A y B dos subconjuntos no vacíos tal que $A \subseteq B$. Supongamos por el contrario que $Pl_{max}(A) > Pl_{max}(B)$. Sea $Pl_{max}(A)$ el conjunto de elementos conforme a la definición 4.6. Como $Pl_{max}(A) > Pl_{max}(B)$ entonces existe un elemento $a \in Pl_{max}(A)$ tal que a es estrictamente más plausible que cualquier elemento de $Pl_{max}(B)$ y, por lo tanto, a es estrictamente más plausible que todo elemento de B. Luego el elemento a no puede pertenecer a B, puesto que si así ocurriera, no se verificaría que $Pl_{max}(A) > Pl_{max}(B)$. Entonces tenemos un elemento a que pertenece a A y no pertenece a B, lo que contradice nuestra hipótesis $A \subseteq B$. ■

Teorema 4.3 La operación de plausible partial meet semi-revision satisfface las propiedades de: *strong consistency, inclusion, relevance, pre-expansion, internal exchange* y la siguiente propiedad

- Si existe $B' \in (B \cup \{\alpha\}) \perp \perp$, $\alpha \in B'$ y B' es maximal en el orden $<_P$ entonces $\alpha \in B?\alpha$. (*plausible success*)

Demostración: Las propiedades de *strong consistency, inclusion, relevance, pre-expansion* e *internal exchange* son satisfechas trivialmente puesto que la función de selección γ_P es un caso especial de función de selección.

Es sencillo probar que se verifica *plausible success*. A partir de la definición de plausible partial meet semi-revision tenemos que

$$B?\alpha = (B \cup \{\alpha\})! = \cap\gamma_P(B \cup \{\alpha\})$$

Luego, como $B' \in (B \cup \{\alpha\}) \perp \perp$ es maximal en $<_P$, $\gamma_P(B \cup \{\alpha\}) = B'$ y como $\alpha \in B'$ podemos concluir que $\alpha \in B?\alpha$. ■