

Facultad de Ciencias
**Astronómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de
Doctor en Astronomía
**FORMACIÓN DE LOS PLANETAS GIGANTES
DEL SISTEMA SOLAR**

Lic. Octavio Miguel Guilera

Director: Prof. Adrián Brunini

LA PLATA, ARGENTINA
- MARZO DE 2014 -

Prefacio

Esta Tesis de Doctorado es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctor en Astronomía de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de mis estudios de investigación desarrollados bajo la dirección del Prof. Adrián Brunini y en colaboración con otros investigadores miembros del Grupo de Ciencias Planetarias de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, del Instituto de Astrofísica de La Plata (Instituto dependiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y la Universidad Nacional de La Plata) y del Departamento de Ciencias Planetarias del Instituto de Física de la Universidad de Berna (Suiza) entre los años 2009 y 2013.

Octavio Miguel Guilera.
e-mail: oguilera@fcaglp.unlp.edu.ar
Sitio Web: <http://gcp.fcaglp.unlp.edu.ar/integrantes:oguilera:start>
La Plata, diciembre de 2013.

Originalidad

La originalidad de este trabajo radica en estudiar por primera vez la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar, aún bajo la simplificación de formación *in situ* para los mismos. Además, se estudia por primera vez, en el tipo de modelos que presentaremos en esta Tesis, cómo la evolución colisional de la población de planetesimales modifica el proceso de formación de los planetas gigantes.

Las ideas, desarrollos y resultados obtenidos son originales del autor, del director, del Prof. Omar G. Benvenuto, de la Dra. Andrea Fortier, del Dr. Gonzalo C. de Elía y del Lic. Pablo Santamaría salvo explícita mención. Los resultados de nuestros estudios han sido presentados en la revista *Astronomy & Astrophysics*, como así también en diversos congresos, talleres, simposios, *etc.*, tanto de índole nacional como internacional.

Resumen

El estudio de los sistemas planetarios es uno de los temas fundamentales de las ciencias astronómicas. El interés en nuestro Sistema Solar surgió en tiempos remotos. Hace casi dos décadas, Mayor y Queloz (1995) detectaron el primer planeta extrasolar en órbita alrededor de una estrella de tipo solar. Este notable descubrimiento ha hecho surgir desde entonces un enorme interés en el estudio de sistemas planetarios en general.

Esta Tesis es una continuación natural de un proyecto de investigación que empezó hace más de diez años en el Grupo de Ciencias Planetarias del cual formo parte. En el año 2005, Benvenuto y Brunini desarrollaron un código para el cálculo de la formación de un planeta gigante basado en los códigos estándar de formación estelar. A partir de este nuevo código, la Dra. Andrea Fortier desarrolló su Tesis de Doctorado, profundizando sobre los fenómenos físicos que dan lugar a la formación de un planeta gigante y mejorando el código. Esta Tesis continúa esta línea de investigación enfocándose principalmente en la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar. El objetivo de la misma es intentar contribuir a la comprensión de los procesos que dan lugar a la formación de sistemas planetarios como un todo. Se trabajó en la construcción de modelos de crecimiento planetario en el contexto de un disco protoplanetario realista que evoluciona en el tiempo. Específicamente, se estudió la interacción que surge entre dos (o más) embriones que crecen simultáneamente en un mismo disco protoplanetario.

En relación a la formación de los planetas gigantes, actualmente se consideran dos modelos antagónicos para explicar la existencia de estos objetos, el modelo de inestabilidad gravitatoria y el modelo de inestabilidad nucleada o modelo de acreción del núcleo.

El modelo de inestabilidad gravitatoria propone la formación de los planetas gigantes como consecuencia de inestabilidades hidrodinámicas en el disco protoplanetario. Estas inestabilidades producirían el colapso gravitatorio de una porción de la componente gaseosa del disco protoplanetario dando lugar a la formación de objetos con masas subestelares del orden de las de los planetas gigantes (la masa de Júpiter es un milésimo de la masa del Sol) en una escala de tiempo muy corta, de algunos miles de años. Esta corta escala de tiempo en la que se produce la formación planetaria es considerada la principal virtud de la teoría de inestabilidad gravitatoria.

Por otro lado, el modelo de inestabilidad nucleada, actualmente el más aceptado por la comunidad científica, propone que el planeta comienza a formarse a través de la acreción de planetesimales (bloques fundamentales en el proceso de formación planetaria, con tamaños que van desde el metro a centenas de kilómetros). Inicialmente, el planeta tiene una masa pequeña, del orden de la masa de la Luna (aproximadamente un centésimo de la masa de la Tierra). El planeta aumenta su masa a expensas de los planetesimales, y al estar inmerso en un disco con una componente gaseosa, poco a poco comienza a ligar el gas circundante generando una envoltura gaseosa, la cual inicialmente tiene una masa varios órdenes de magnitud menor que la del núcleo¹. Cuando el núcleo alcanza una masa del orden de diez veces la masa de la

¹Llamaremos núcleo a la componente sólida, o de alta densidad, del planeta.

Tierra, se produce la inestabilidad nucleada. Las capas de la envoltura gaseosa ya no pueden ser sostenidas en equilibrio hidrostático, y se produce el colapso de la envoltura sobre el núcleo. De esta manera, el planeta acreta la mayor parte del gas que lo compone alcanzando su masa final en una escala de tiempo muy corta (de unos miles de años). La duración total del proceso es de algunos millones de años, la cual se suele citar como más larga que la escala de tiempo en que se ha observado que subsisten las nebulosas protoplanetarias (Mamajek, 2009). Esto constituye una evidente paradoja que tradicionalmente se ha planteado como la principal dificultad del modelo de inestabilidad nucleada. Sin embargo, una de las principales razones por las que se prefiere a este modelo frente al de inestabilidad gravitatoria está relacionada con la masa de los núcleos que predice. Los estudios, tanto teóricos como observacionales (estudio del pasaje de satélites artificiales en las proximidades de los planetas de nuestro Sistema Solar, estudio de la dinámica de los satélites naturales de los planetas gigantes del Sistema Solar) predicen que Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno tienen núcleos con masas del orden de una decena de veces la terrestre (Podolak *et al.*, 2000; Saumon y Guillot, 2004; Guillot, 2005), tal como predice la teoría de inestabilidad nucleada.

En referencia a la evolución del disco protoplanetario, éste sufre una evolución de gran complejidad, la cual es necesario modelar en forma detallada ya que afecta la capacidad de crecimiento de los planetas inmersos en el mismo. Además, el mismo disco es el sistema físico a través del cual se produce la *interacción planeta – planeta*. Aquí no nos referimos simplemente a la interacción gravitatoria sino a la modificación de las poblaciones de planetesimales como consecuencia de la presencia de varias masas planetarias. Dichas masas fuerzan la migración de planetesimales modificando su densidad superficial. Ésta, a su vez, es la que alimenta a los planetas restantes. Por lo tanto un planeta afecta la disponibilidad de materia de la que podrían alimentarse los planetas restantes de un sistema en formación.

Cabe destacar que los trabajos de Fortier *et al.* (2007, 2009) son los primeros en los que se considera el régimen de acreción de planetesimales conocido como de *crecimiento oligárquico* (Ida y Makino, 1993; Kokubo e Ida, 1998, 2000, 2002). Las simulaciones numéricas más detalladas muestran que el régimen de acreción según el cual los planetas sufren la mayor parte de su crecimiento es el crecimiento oligárquico. Según este régimen, el planeta, luego de alcanzar una masa algo menor a la lunar, es capaz de perturbar su entorno de forma tal que su crecimiento se autolimita. De esta forma el proceso de formación planetaria se vuelve más lento que el predicho por el crecimiento rápido conocido como *crecimiento en fuga* tal como el considerado por Pollack *et al.* (1996) u otros autores (Hubicky *et al.*, 2005; Alibert *et al.*, 2005; Dodson-Robinson *et al.*, 2009; Mordacini *et al.*, 2009). Sin embargo, en todos estos trabajos se considera la formación aislada de cada planeta, en donde los posibles efectos que un embrión planetario en formación podría ejercer sobre otros, que crecen simultáneamente en el mismo disco protoplanetario, son despreciados. Esta configuración, la más sencilla posible, es poco realista y resulta insuficiente para comprender de manera más global la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar.

En esta Tesis desarrollamos un código, en base a los trabajos de Fortier *et al.* (2007, 2009), en donde se calcula por primera vez –para este tipo de modelos– la formación simultánea de un número arbitrario de planetas gigantes inmersos en un disco protoplanetario en evolución. Aplicamos el nuevo modelo para calcular cómo la formación aislada de Júpiter y Saturno se modifica cuando se considera que ambos planetas se forman simultáneamente (Guilera *et al.*, 2010). En este trabajo mostramos que la formación aislada de un planeta gigante puede sufrir cambios significativos cuando la formación del mismo se produce simultáneamente en presencia de otros embriones.

En lo que respecta al Sistema Solar, el *Modelo de Niza*² (Tsiganis *et al.*, 2005; Gomes *et al.*,

²Una triología de trabajos que lleva su nombre debido a que sus autores lo desarrollaron en el Observatorio

2005; Morbidelli *et al.*, 2005) cambió el paradigma acerca de su formación. La configuración inicial de este modelo representa la configuración inicial del Sistema Solar exterior cuando la nebulosa primordial fue disipada, y propone que los planetas gigantes estaban en una configuración orbital mucho más compacta que la actual. Particularmente, el modelo propone que los planetas gigantes del Sistema Solar, una vez disipada la nebulosa primordial, se encontraban en órbitas circulares y coplanares, entre ~ 5.5 UA y ~ 14 UA³. Otro aspecto importante en el Modelo de Niza es la existencia de un disco residual de planetesimales detrás de las órbitas de los planetas gigantes. Este disco de planetesimales interactuaría gravitatoriamente con los planetas gigantes y causaría la migración de los mismos a sus posiciones actuales. El éxito del Modelo de Niza radica en que el mismo puede explicar cuantitativamente muchos aspectos actuales del Sistema Solar: las órbitas, excentricidades e inclinaciones de los planetas gigantes del Sistema Solar (Tsiganis *et al.*, 2005); la existencia de los Troyanos de Júpiter (Morbidelli *et al.*, 2005); el origen del Gran Bombardeo Tardío del Sistema Solar (Gomes *et al.*, 2005) y la formación de la Región Transneptuniana (Levison *et al.*, 2008).

Sin embargo, todos estos estudios mencionados consideran que los planetas gigantes del Sistema Solar ya estaban formados, y no plantean discusión alguna acerca de la formación de los mismos. El primero en investigar este problema fue Desch (2007). Utilizando la configuración inicial propuesta por el Modelo de Niza, Desch recalculó la nebulosa solar mínima y considerando una población de planetesimales de 100 m de radio y el régimen de crecimiento oligárquico para los embriones, estimó de manera simple el tiempo de formación de los núcleos de los planetas gigantes. Desch encontró que los mismos podrían formarse en una escala de tiempo compatible con la vida media observada de los discos protoplanetarios. Continuando esta idea, Benvenuto *et al.* (2009) calcularon de manera detallada la formación *aislada* de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar. Adoptando la configuración inicial propuesta por el Modelo de Niza, el nuevo modelo de nebulosa solar calculado por Desch y considerando una distribución de tamaños para los planetesimales⁴, encontraron que los planetas gigantes del Sistema Solar pueden formarse en escalas de tiempo compatibles con la vida media observada de los discos protoplanetarios. Además, encontraron que las masas de los núcleos de los cuatro planetas están en perfecto acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales predichas para dichos cuerpos. No obstante, tanto Desch como Benvenuto *et al.* no tuvieron en cuenta un fenómeno muy importante: la migración de los planetesimales debido a la fricción gaseosa generada por el gas nebuloso. Thommes *et al.* (2003), Chambers (2006) y Brunini y Benvenuto (2008) mostraron que este fenómeno tiene una fuerte influencia en las escalas de tiempo de acreción, especialmente para los planetesimales pequeños (menores a 1 km de radio).

Este fenómeno también es introducido por primera vez –para este tipo de modelos– en nuestro código, con el cual, continuando el trabajo de Benvenuto *et al.* (2009), calculamos por primera vez la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar (Guilera *et al.*, 2011). En este trabajo encontramos que el modelo de nebulosa solar propuesto por Desch no favorece la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. Sin embargo, modelos de discos con perfiles de densidades superficiales más suaves (como los propuestos por los modelos de discos de acreción) si lo hacen. Aun más, para estos discos, encontramos que si la mayor parte de la masa del sistema está distribuida en planetesimales con radios menores o iguales a 1 km, la formación de los cuatro planetas gigantes puede

de la ciudad de Niza, Francia.

³1 UA (Unidad Astronómica) representa la distancia media entre la Tierra y el Sol, $\sim 150 \times 10^6$ km.

⁴Consideraron una distribución de tamaños entre 30 m y 100 km, en donde la mayor parte de la masa se distribuye en los planetesimales más chicos.

darse en escalas de tiempo similares (siempre compatibles con la escala de tiempo de vida media observada para los discos protoplanetarios, condición necesaria que debe satisfacer todo modelo de formación de planetas gigantes). En este trabajo, mostramos que la evolución de la población de planetesimales juega un papel importante en el proceso de acreción y formación planetaria. En este estudio, dicha población evoluciona solo por la acreción de los embriones inmersos en el disco y por la migración debida al gas nebular. Sin embargo, la evolución de la población de planetesimales es un fenómeno complejo, y otros procesos pueden tener implicancias significativas, como por ejemplo la evolución colisional, la dispersión o la apertura de brechas en el disco de planetesimales (procesos complejos de incorporar en los modelos como en los que esta Tesis se basa).

En lo que respecta a la evolución colisional de la población de planetesimales, a medida que los embriones crecen, debido a las excitaciones gravitatorias que producen, incrementan las velocidades relativas de los planetesimales. Este aumento en las velocidades relativas de los planetesimales causa la fragmentación de los mismos debido a las colisiones mutuas. Después de sucesivas colisiones destructivas⁵ los planetesimales van reduciendo sus tamaños. Inaba *et al.* (2003) y Kobayashi *et al.* (2010, 2011) encontraron que grandes cantidades de masa pueden perderse por la migración, debido a la fricción gaseosa del gas nebular, de los fragmentos pequeños productos de las colisiones entre planetesimales. Por otro lado, a medida que los embriones crecen, éstos comienzan a ligar el gas circundante. Inicialmente, estas envolturas son poco masivas pero relativamente bastante extendidas, y producen una fricción sobre los planetesimales, aumentando notablemente la sección eficaz de captura de los planetas. Los planetesimales más chicos de la distribución son quienes más sufren ambos efectos. Resulta entonces importante estudiar en forma detallada si la fragmentación de planetesimales y la generación de fragmentos pequeños favorece o inhibe la formación de un planeta gigante. La última etapa de esta Tesis estuvo basada en la generación de un modelo de fragmentación⁶ para incorporar en nuestro modelo global de formación planetaria. De esta manera, la población de planetesimales del disco protoplanetario evoluciona ahora por acreción de los embriones, migración orbital y fragmentación. Nuestros estudios (Guilera *et al.*, 2014) muestran que el proceso de fragmentación de planetesimales inhibe fuertemente la formación de los planetas gigantes en un amplio rango de masas para los discos y para un amplio rango de tamaños para los planetesimales. Sin embargo, si la mayor parte de la masa que se pierde en las colisiones entre planetesimales se distribuye en los fragmentos más grandes producto de las mismas, el proceso de formación planetaria se ve favorecido siempre y cuando se considere una distribución inicial de planetesimales grandes (con radios del orden de 100 km). Finalmente, encontramos que en este caso, para planetesimales con tamaños menores o iguales a 10 km de radio, es imprescindible considerar un modelo más general en donde además de la fragmentación se tenga en cuenta la coagulación entre planetesimales.

⁵Este proceso es usualmente llamado *cascada colisional*.

⁶El modelo de fragmentación de planetesimales está basado en el modelo del *Código Boulder* (Morbidelli *et al.*, 2009 a).

Agradecimientos

Esta Tesis Doctoral es el resultado de un conjunto de logros colectivos. A lo largo de estos 5 años muchas personas han hecho aportes valiosos para que nuestro proyecto culmine en este manuscrito.

En primer lugar quisiera agradecerle a mi director de Tesis, el Prof. Adrián Brunini. Adrián no solo fué mi director de Tesis de Doctorado, también fué mi Profesor Consejero durante mi carrera de grado y mi codirector de Tesis de Licenciatura. Adrián me abrió las puertas al Grupo de Ciencias Planetarias, en donde pude conocer a gente muy valiosa desde lo académico/científico, pero sobre todo compañeros con una calidad humana digna de admiración. Compañeros que en todos estos años, cada vez que necesité ayuda de ellos, nunca dudaron en brindarme desinteresadamente parte de sus tiempos. También quisiera agradecerle a Adrián la libertad que siempre me brindó en la evolución del proyecto, lo que sin duda me aportó la posibilidad de ir forjando un criterio científico propio.

También considero importante agradecer el aporte del Prof. Omar Benvenuto al proyecto. Con Omar y Adrián empezamos este proyecto como una continuación de la Tesis Doctoral de la Dra. Andrea Fortier. Lamentablemente, Omar no pudo continuar en el mismo. Sin embargo, el tiempo compartido con él fué muy enriquecedor.

Asimismo, agradezco a todos los compañeros del Grupo de Ciencias Planetarias: Romina Di Sisto, Gonzalo de Elía, Pablo Santamaría, Lorena Dirani, María Paula Ronco y Macarena Zanardi. También a Yamila Miguel y Andrea Fortier, que si bien actualmente se encuentran trabajando en el exterior, hemos compartido (y seguimos compartiendo) muy gratos momentos. Todos estos compañeros me han ayudado a lo largo de estos años a finalizar con éxito mi Doctorado.

Me gustaría agradecer en especial a Andrea, Yamila y Gonzalo, quienes en distintos momentos del proyecto han sido parte fundamental para que el mismo finalice exitosamente.

Agradezco a la Universidad Nacional de La Plata y, en particular, al personal docente y no docente de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas por el apoyo cotidiano recibido durante este tiempo. De igual manera, le agradezco al personal del Instituto de Astrofísica de La Plata, y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, por considerar este proyecto digno de financiamiento.

A los compañeros de agrupación y de militancia, por el compromiso.

A la familia que elegí tener, es decir, a mis amigos. A los de siempre, a todos, pero en especial a German, Juan Pablo, Luciano, Patricio y Franco. Gran parte de la persona que soy es responsabilidad de ustedes. A los nuevos, que la Universidad me dió el privilegio de conocer: Ignacio, Maximiliano, Federico, Francisco, Alejo, Marcelo, Eugenio, Juan Pablo, Romina, Nelly, Cintia, Daniel, Marina y Cecilia. En especial a Nacho, un hermano con el cual venimos construyendo un camino juntos.

A mi familia de sangre toda, Calvet y Guilera, dos hermosas familias. Siempre tuve la suerte de que mi familia me apoyara en la profesión que elegí. Sabiendo que cometo una injusticia con el resto de la familia, me gustaría dar un agradecimiento especial a mis tíos

0. Agradecimientos

Anibal y Adrián, y a mi primo Alen.

A mis hermanos, Cruz, Alan y Agustín. En especial a mi hermano mayor, quien me acompañó gran parte de mi vida universitaria. Gracias por cuidarme todos estos años.

A mi papá, por el ejemplo de nunca bajar los brazos frente a las adversidades.

A mi mamá, por ser una eterna luchadora y por la enseñanza de lo que significa el amor por una profesión.

A Pau, mi compañera, por todo lo compartido durante esta etapa.

Finalmente, a mis abuelos Miguel, Nélica y Eduardo quienes fallecieron durante el transcurso de esta Tesis. A mis abuelos Miguel y Nélica, mis segundos padres, les agradezco todo el amor incondicional que me brindaron durante toda sus vidas. Espero ser merecedor de tanto amor. A mi abuelo Eduardo, porque los genes libertarios se transmiten por la sangre.

A Pau. Por todo
el amor que me brindó en todos
estos años. Por toda la compañía.
Por las largas noches de estudio y
trabajo. Por apoyarme en los lo-
gos, pero sobre todo en los fraca-
sos. Por quererme tal cual soy
y cuidarme todos los días.

Gracias, te amo
con locura!



Índice general

Prefacio	III
Originalidad	V
Resumen	VII
Agradecimientos	XI
1. Introducción	1
1.1. La definición de planeta	2
1.2. Arquitectura básica del Sistema Solar	3
1.3. Acerca de la formación del Sistema Solar	6
1.4. Estructura interna de los planetas gigantes del Sistema Solar	7
1.4.1. Ecuaciones de estado	7
1.4.2. Estructuras internas	10
2. Formación de sistemas planetarios	17
2.1. Formación de los discos protoplanetarios en el contexto de la formación estelar	17
2.2. Formación de planetesimales	19
2.3. Crecimiento en fuga de los planetesimales	20
2.4. Formación de embriones planetarios y transición al crecimiento oligárquico . .	21
2.5. Formación de planetas terrestres: primera etapa	21
2.6. Formación de planetas gigantes	23
2.6.1. Modelo de acreción del núcleo	23
2.6.2. Modelo de inestabilidad del disco	27
2.7. Migración planetaria	31
2.7.1. Migración de tipo I	31
2.7.2. Migración de tipo II	33
2.7.3. Migración de tipo III	33
2.7.4. ¿ Cómo afecta la migración a la formación planetaria ?	34
2.8. Formación de planetas terrestres: crecimiento pos oligárquico	37
3. Nuestro modelo	39
3.1. Modelo de formación de planetas gigantes	39
3.1.1. Ecuaciones básicas de transporte y estructura	40
3.1.2. Modelado numérico de las ecuaciones diferenciales: ecuaciones en dife- rencias	46
3.1.3. Resolución de las ecuaciones en diferencias	50
3.2. Modelo del disco protoplanetario	55

3.2.1.	Evolución de las excentricidades, inclinaciones y velocidades de migración de los planetesimales	56
3.2.2.	Acreción de planetesimales: régimen de crecimiento oligárquico	58
3.2.3.	Evolución de la densidad superficial de planetesimales y la densidad superficial de gas	61
3.3.	El modelo global	63
3.3.1.	Generalización del código que calcula la formación <i>in situ</i> de un planeta gigante	64
3.3.2.	Acople de los códigos	64
4.	Formación simultánea de planetas gigantes	67
4.1.	Introducción	67
4.2.	Breve descripción del disco protoplanetario	68
4.3.	Aplicación del modelo: formación simultánea de Júpiter y Saturno	70
4.3.1.	Nebulosa estándar: $\Sigma \propto R^{-3/2}$	70
4.3.2.	Explorando otros perfiles para las densidades superficiales del disco	78
4.3.3.	El caso de la nebulosa de Hayashi	83
4.4.	Discusiones y conclusiones del capítulo	85
5.	Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza	95
5.1.	Introducción	95
5.2.	Breve discusión del modelo	98
5.3.	Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar: $\Sigma \propto R^{-2}$	99
5.4.	Formación simultánea para perfiles más suaves	106
5.4.1.	$\Sigma \propto R^{-3/2}$	106
5.4.2.	$\Sigma \propto R^{-1}$	108
5.4.3.	$\Sigma \propto R^{-1/2}$	115
5.5.	Conclusiones del capítulo	115
6.	Fragmentación de planetesimales y su rol en la formación de planetas gigantes	123
6.1.	Introducción	123
6.2.	Mejoras al modelo	124
6.2.1.	Distribución de tamaño de los planetesimales	124
6.2.2.	Evolución de las excentricidades, inclinaciones y velocidades de migración de los planetesimales	125
6.2.3.	Régimen oligárquico de acreción	127
6.3.	Fragmentación de planetesimales	128
6.3.1.	Implementación del modelo de fragmentación	133
6.4.	Resultados	135
6.4.1.	Acerca de la distribución de fragmentos	149
6.4.2.	Acerca de la acreción de los fragmentos pequeños	157
6.4.3.	Formación simultánea de dos planetas	159
6.5.	Conclusiones del capítulo	160
7.	Conclusiones generales	165
7.1.	Conclusiones	165
7.2.	Trabajo a futuro	167

Índice de figuras

1.1. Modelos clásicos de la estructura interna de los planetas gigantes del Sistema Solar.	13
1.2. Masa del núcleo y de elementos pesados en la envoltura para Júpiter y Saturno. 14	
1.3. Metalicidad para las envolturas intermedia y externa de Urano y Neptuno.	15
2.1. Clasificación de los objetos estelares jóvenes a partir de la distribución espectral de energía	18
2.2. Transición del crecimiento en fuga de los planetesimales al crecimiento oligárquico 22	
2.3. Primer etapa para la formación de planetas terrestres en la región interna del disco protoplanetario	24
2.4. Esquema ilustrativo del modelo de acreción del núcleo para la formación de un planeta gigante	25
2.5. Masa crítica para los modelos estacionarios de Mizuno <i>et al.</i> (1978)	26
2.6. Comparación para la formación de un planeta gigante en el marco del modelo de acreción del núcleo, considerando dos regímenes distintos para el crecimiento del núcleo.	28
2.7. Formación de planetas gigantes a través de inestabilidades gravitatorias en el disco	30
2.8. Ondas de densidad generadas por un planeta de baja masa	32
2.9. Apertura de una brecha dentro del disco de gas generada por un planeta masivo 34	
2.10. Apertura de una brecha común a dos planetas gigantes capturados en una resonancia de movimientos medios	36
2.11. Formación de planetas terrestres en la etapa de crecimiento pos oligárquico	38
3.1. Diagramas de fase para el H y el He	44
3.2. Opacidad como función de la temperatura para un elemento de volumen con densidad $\rho = 10^{-14}$ y abundancia solar. Las diferentes curvas (que corresponden a diferentes interpolaciones) están definidas a partir de 17 puntos en el intervalo $\log T = 0.18$ y $\log T = 0.39$. Figura extraída del trabajo de Benvenuto y Brunini (2005).	45
3.3. Evolución de un disco de acreción con fotoevaporación	61
4.1. Formación simultánea de Júpiter y Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	74
4.2. Formación simultánea de Júpiter y Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar.	74
4.3. Evolución de las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	75

4.4. Evolución de las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar.	75
4.5. Tasa de acreción de planetesimales. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	76
4.6. Tasa de acreción de planetesimales. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$ y un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar.	76
4.7. Función de modulación de las perturbaciones gravitatorias	77
4.8. Evolución temporal de los perfiles radiales de las excentricidades para diferentes tamaños de planetesimales, para el caso de la formación aislada de Júpiter.	78
4.9. Evolución temporal de los perfiles radiales de las inclinaciones para diferentes tamaños de planetesimales, para el caso de la formación aislada de Júpiter.	79
4.10. Evolución temporal de los perfiles radiales de las velocidades de migración para diferentes tamaños de planetesimales, para el caso de la formación aislada de Júpiter.	80
4.11. Formación simultánea de Júpiter y Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	85
4.12. Evolución de los perfiles de densidad de planetesimales para la formación simultánea de Júpiter y Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	86
4.13. Evolución de la densidad media de planetesimales en las zonas de alimentación de Júpiter y Saturno. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	87
4.14. Tasa de acreción de planetesimales. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$ y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar.	87
4.15. Comparación de la evolución temporal de los perfiles de densidad de planetesimales para la formación aislada y simultánea de Saturno.	91
4.16. Comparación entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno para los diferentes perfiles	92
4.17. Comparación entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno para nuestro modelo $p = 3/2$ y la nebulosa de Hayashi.	93
5.1. Tiempo al cual los planetas alcanzan la masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta ($\Sigma \propto R^{-2}$)	102
5.2. Masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta ($\Sigma \propto R^{-2}$)	103
5.3. Tasa de acreción de planetesimales en función del tiempo para la formación aislada y simultánea de Júpiter ($\Sigma \propto R^{-2}$).	104
5.4. Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial ($r_p^{\min} = 50$ m y $\Sigma \propto R^{-2}$)	105
5.5. Tiempo al cual los planetas alcanzan la masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta ($\Sigma \propto R^{-3/2}$)	108
5.6. Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para $r_p = 35$ m y 100 m ($r_p^{\min} = 35$ m y $\Sigma \propto R^{-3/2}$)	109
5.7. Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para $r_p = 1$ km, 10 km y 100 km ($r_p^{\min} = 35$ m y $\Sigma \propto R^{-3/2}$)	110
5.8. [Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función de r_p^{\min} para la formación simultánea ($\Sigma \propto R^{-3/2}$)	111

5.9. Tiempo al cual los planetas alcanzan la masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta ($\Sigma \propto R^{-1}$)	113
5.10. Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función de r_p^{\min} para la formación simultánea ($\Sigma \propto R^{-1}$)	114
5.11. Tiempo al cual los planetas alcanzan la masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta ($\Sigma \propto R^{-1/2}$)	117
5.12. Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función de r_p^{\min} para la formación simultánea ($\Sigma \propto R^{-1/2}$)	118
6.1. Masas del remanente y del fragmento más grande como función de la razón Q/Q_D^*	130
6.2. Esquema ilustrativo de la colisión entre planetesimales	130
6.3. Esquema ilustrativo de la zona de fragmentación	133
6.4. Energía específica de impacto por unidad de masa del blanco	137
6.5. Tasa total de acreción de planetesimales, para tres discos diferentes, como función del tiempo y como función de la masa del núcleo	140
6.6. Evolución temporal de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta	141
6.7. Exponente de la distribución acumulada de tamaño como función de la fracción Q/Q_D^*	141
6.8. Evolución temporal de los perfiles radiales de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales en la vecindad del planeta	143
6.9. Evolución temporal de los perfiles radiales de las velocidades relativas entre los blancos de 0.1 km de radio y proyectiles de distintos tamaños	144
6.10. Evolución temporal de los perfiles radiales de la fracción Q/Q_D^*	145
6.11. Evolución temporal del número de planetesimales y de la densidad superficial de los planetesimales pertenecientes a la celda radial correspondiente a la posición del planeta	146
6.12. Evolución temporal de los perfiles de las velocidades relativas y la fracción Q/Q_D^* para blancos y proyectiles de 100 km de radio	147
6.13. Tasas de acreción de planetesimales como función del tiempo	148
6.14. Masa del núcleo como función del tiempo	148
6.15. Evolución temporal de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta para el caso de $r_p^{\max} = 100$ km	149
6.16. Evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial de planetesimales de 100 km de radio	150
6.17. Tasas de acreción de planetesimales para los diferentes modelos	152
6.18. Numero de planetesimales en función del tiempo para $r_p^{\max} = 100$ km y 10 NSMM	153
6.19. Radio extendido de captura como función del tiempo para el caso $r_p^{\max} = 100$ km y 10 NSMM	154
6.20. Masas de los núcleos y las envolturas como función del tiempo	155
6.21. Tasas de acreción, como función del tiempo, para los diferentes tamaños de planetesimales	156
6.22. Comparación entre las tasas totales de acreción y las tasas de acreción de fragmentos de 1 m para el caso de $r_p^{\max} = 0.1$ km	158
6.23. Evolución del término $\sqrt{R_{\text{Ext}}/R_H}$ como función de la masa del núcleo del planeta	159
6.24. Evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial para los planetesimales con $r_p = 100$ km y $r_p \sim 25$ km	161

ÍNDICE DE FIGURAS

6.25. Comparación de la masa del núcleo como función del tiempo para los casos de formación aislada y simultánea	162
--	-----

Índice de tablas

1.1. Principales características de los planetas del Sistema Solar	4
1.2. Principales características de los planetas enanos del Sistema Solar	5
4.1. Parámetros y condiciones iniciales para la formación de Júpiter y Saturno . . .	72
4.2. Resultados para la formación aislada de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-3/2}$) . . .	73
4.3. Resultados para la formación simultánea de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-3/2}$) . .	73
4.4. Resultados para la formación aislada de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-1}$)	82
4.5. Resultados para la formación simultánea de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-1}$) . .	82
4.6. Resultados para la formación aislada de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-1/2}$)	84
4.7. Resultados para la formación simultánea de Júpiter y Saturno ($\Sigma \propto R^{-1/2}$) . .	84
4.8. Resultados para la formación aislada de Júpiter y Saturno para la nebulosa solar de Hayashi.	88
4.9. Resultados para la formación simultánea de Júpiter y Saturno para la nebulosa solar de Hayashi.	88
5.1. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-2}$	101
5.2. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-2}$	101
5.3. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$	106
5.4. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$	107
5.5. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-1}$	112
5.6. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-1}$	113
5.7. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$	116
5.8. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. Caso $\Sigma \propto R^{-1/2}$	116
6.1. Resultados generales de nuestras simulaciones cuando se incorpora un modelo de fragmentación de planetesimales.	138

Capítulo 1

Introducción

El origen de la astronomía moderna está íntimamente relacionado con el estudio de nuestro Sistema Solar. Cuando los primeros hombres observaron hacia el cielo nocturno reconocieron que ciertos patrones, o estrellas fijas, se movían sobre sus cabezas cada noche. Ellos identificaron estos patrones, actualmente conocidos como constelaciones, con objetos familiares, animales, historias y personajes de diferentes culturas y mitologías. Pero además, reconocieron unos pocos puntos brillantes que se movían durante la noche siguiendo caminos bien definidos a través de las constelaciones. Es más, también reconocieron que el Sol y la Luna seguían caminos similares. Estos objetos errantes no eran otros que algunos de los planetas de nuestro Sistema Solar.

Hoy en día, sabemos que nuestro Sistema Solar está constituido por 8 planetas, al menos 5 planetas enanos y por miles de cuerpos menores: satélites, asteroides, cometas, objetos transneptunianos, anillos y polvo. Sin embargo, la información se renueva y los descubrimientos de nuevos objetos, y nuevas clases de objetos, continúan hasta el momento, haciendo que nuestra visión sobre el Sistema Solar esté en constante movimiento. Esto permite que nuevas teorías se desarrollen a medida que nueva información es recopilada.

El Sistema Solar que conocemos actualmente es el resultado final de una serie de complejos procesos físicos, químicos y dinámicos. El estudio, tanto individual como colectivo, de los objetos de nuestro Sistema Solar, aporta a mejorar nuestro entendimiento de cómo esos procesos se llevaron a cabo. Muchos de estos procesos ocurrieron en los primeros instantes del Sistema Solar, y hoy creemos que el Sol y los planetas se formaron a partir del colapso gravitatorio de una nube molecular de gas y polvo hace aproximadamente 4560 millones de años. Se estima que durante los primeros 1000 millones de años el Sistema Solar paso por una violenta etapa en donde los planetas terminaron su formación limpiando los alrededores de sus zonas orbitales de los residuos que dejó el proceso de formación. Durante esta etapa, las interacciones gravitatorias entre los objetos formados fueron tan intensas que se produjeron eyecciones y colisiones entre los cuerpos. Actualmente, el Sistema Solar es mucho más tranquilo en comparación a sus orígenes, a pesar de que muchos de los procesos que ocurrieron al inicio de su formación continúan ocurriendo en la actualidad, pero a una escala mucho menor.

Nuestro conocimiento sobre el Sistema Solar creció enormemente en las últimas décadas a partir de las misiones espaciales que se llevaron, y se llevan, a cabo. Además, la existencia de telescopios espaciales proporciona una vista sin precedentes sobre el Sistema Solar, particularmente en longitudes de onda inaccesibles desde la Tierra. El avance en los telescopios terrestres también ha generado aportes importantes a través de las nuevas tecnologías tales como detectores infrarrojos, óptica adaptiva y radares, entre otras. Los estudios teóricos también han contribuido a mejorar nuestra comprensión sobre el Sistema Solar a partir del avance

tecnológico en la capacidad de cálculo computacional. Actualmente, los estudios teóricos juegan un rol importante en los nuevos descubrimientos que se llevan a cabo. A medida que aumenta nuestro conocimiento sobre el Sistema Solar también se incrementa la complejidad de los análisis que intentan explicar satisfactoriamente las características de cada cuerpo del Sistema Solar. Las mejoras en las técnicas de observación, como así también las mediciones *in situ* en las atmósferas de los planetas y en las superficies de planetas, cometas y asteroides, demuestran que cada cuerpo del Sistema Solar es único, siendo el resultado de diferentes procesos físicos, químicos y dinámicos, como así también de condiciones iniciales particulares. No obstante, existen fuertes evidencias de similitudes entre familias de objetos que llevan a la conclusión de un proceso colectivo de formación y posterior evolución dinámica de dichas familias.

Hoy estamos inmersos en una era excitante de nuevos descubrimientos con las detecciones de lo que se infiere son nuevos planetas orbitando estrellas cercanas a nuestro Sol. Aunque en general las propiedades físicas y dinámicas de estos planetas difieren de las de los planetas de nuestro Sistema Solar, estos descubrimientos son el preludio para que, sin dudas en poco tiempo, obtengamos información de sistemas planetarios similares al nuestro.

1.1. La definición de planeta

Hasta hace relativamente poco tiempo, más precisamente hasta el año 2006, no existía una definición formal para los cuerpos celestes que llamamos planetas. Prácticamente, desde que se tiene conocimiento sobre la historia del hombre, se habían reconocido 5 planetas a simple vista además de nuestra Tierra: Mercurio, Marte, Venus, Júpiter y Saturno. Hubo que esperar hasta el siglo XVIII, más precisamente al año 1781, para el descubrimiento de un nuevo planeta de nuestro Sistema Solar. En ese año, y gracias al desarrollo de los telescopios, se descubrió Urano. Luego, y por el mismo medio pero ahora con ayuda de la teoría de la Mecánica Celeste, se descubrió Neptuno en el año 1846. Pero antes del descubrimiento de Neptuno, en el año 1801 fue descubierto Ceres en órbita entre Marte y Júpiter. Originalmente, a Ceres se le dio el estatus de planeta. Sin embargo, rápidamente se demostró que Ceres era mucho más pequeño que el resto de los planetas conocidos. Además, a medida que otros objetos fueron descubiertos en órbitas similares a la de Ceres, entre Marte y Júpiter, quedó en evidencia que Ceres era solamente el cuerpo más grande de un conjunto de objetos con características similares, que actualmente conocemos como Cinturón de Asteroides. Fue entonces que Ceres dejó de ser considerado un planeta.

Posteriormente al descubrimiento de Neptuno, y como consecuencia de la búsqueda de un nuevo planeta detrás de su órbita, en 1930 se descubrió Plutón. Rápidamente se estimó que Plutón era mucho menos masivo que los planetas jovianos (término con el que se suele recurrir cuando se habla de Júpiter, Saturno, Neptuno y Urano). Luego, a partir de medir su diámetro mediante ocultaciones, se estimó que Plutón era incluso menor que los planetas terrestres (término con el que se suele recurrir cuando se habla de Mercurio, Venus, Marte y la Tierra). A pesar de esto, se clasificó a Plutón como el noveno planeta del Sistema Solar.

Luego, hacia finales del siglo XX los estudios basados en simulaciones numéricas sugerían la existencia de un grupo de objetos detrás de la órbita de Neptuno. A principios de la década de 1990, se descubrió el primero de estos objetos, 1992 QB₁, a una distancia de 40.9 unidades astronómicas (UA). Actualmente, se conocen más de 1000 objetos transneptunianos, y se estima que deberían existir unos 10^5 objetos con diámetros mayores a 100 km. El descubrimiento de Eris en el año 2003, un objeto de la región transneptuniana de tamaño similar a Plutón, puso en discusión la naturaleza de Plutón como planeta.

A raíz de esta situación, la Unión Astronómica Internacional (UAI) definió en el año

2006, durante su asamblea general desarrollada en Praga, una resolución formal de lo que los astrónomos entendemos por un planeta. Esta resolución define que planeta es todo cuerpo celeste que satisface que:

- orbita alrededor del Sol,
- es de forma esférica, de manera que pueda inferirse que se encuentra en equilibrio hidrostático,
- haya limpiado la vecindad de su órbita de los residuos del proceso de formación planetaria.

Este último punto, implica que el cuerpo es lo suficientemente masivo para dominar gravitatoriamente su entorno orbital. Todo cuerpo celeste que satisfaga las dos primeras condiciones, pero no cumpla con la última se denomina planeta enano. Al resto de los cuerpos del Sistema Solar, se los denomina pequeños cuerpos.

De esta manera, dado que Plutón no ha limpiado la vecindad de su órbita, dejó de ser llamado planeta para ser considerado actualmente como planeta enano.

1.2. Arquitectura básica del Sistema Solar

El cuerpo dominante de nuestro Sistema Solar es obviamente nuestro Sol. El Sol es una estrella común de secuencia principal, de tipo espectral G2V, lo que implica que la mayor parte de la energía que genera la emite en el rango visible del espectro electromagnético. Está compuesto aproximadamente por un 70 % de hidrógeno, un 28 % de helio y un 2 % de elementos más pesados que el helio. Al ser una estrella de secuencia principal, el Sol se encuentra fusionando hidrógeno en su núcleo, formando átomos de helio y generando energía. En base a los modelos teóricos de evolución estelar, se estima que una estrella como el Sol tiene una vida de entre 9000 y 10000 millones de años en la etapa de secuencia principal. También se estima que el Sol estaría atravesando la mitad de su vida como estrella de secuencia principal. En base a modelos teóricos y dataciones de ciertos radioisótopos presentes en meteoritos, se estima que la edad del Sol y la de todo el Sistema Solar¹ es de unos 4500 millones de años. Un hecho interesante es que mientras la masa del Sol representa el $\sim 99.9\%$ de la masa total del Sistema Solar, el momento angular del Sol solo representa el $\sim 0.5\%$ del momento angular total del Sistema Solar. La formación simultánea del Sol y su disco protoplanetario como consecuencia del colapso de una nube molecular, y la pérdida de momento angular a través del campo magnético y el viento solar, se estima son las causas de la lenta rotación del Sol.

En base a la definición de planeta realizada por la UAI, 8 planetas orbitan en torno al Sol. Estos 8 planetas suelen dividirse en dos grupos bien diferentes, debido a sus distancias orbitales y sus composiciones. Los planetas terrestres, también llamados planetas internos: Mercurio, Venus, la Tierra y Marte. Estos planetas están constituídos principalmente por silicatos. Los planetas gigantes, o planetas exteriores: Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno. Estos planetas tienen envolturas gaseosas extendidas compuestas principalmente por hidrógeno y helio. Los planetas gigantes se dividen en dos grupos, los gigantes gaseosos, Júpiter y Saturno, y los gigantes helados, Neptuno y Urano. En los primeros, las envolturas gaseosas aportan casi toda la masa del planeta, más del 75 % de la misma (pudiendo llegar a ser el 100 % para el caso de Júpiter). En los gigantes helados las envolturas gaseosas representan entre un $\sim 5\%$ y un $\sim 25\%$ de la masa total, en donde los núcleos, mezclas de rocas e hielos,

¹El proceso de formación del Sistema Solar no pudo durar más de unas decenas o centenas de millones de años, por lo cual suele considerarse que el Sol y el resto del Sistema Solar tienen la misma edad.

1. Introducción

Tabla 1.1. Algunas de las principales características de los 8 planetas del Sistema Solar. a representa el semieje orbital en unidades astronómicas, P_{orb} representa el período orbital en años, e denota la excentricidad de la órbita (una cantidad adimensional) mientras que i hace referencia a la inclinación de la órbita (respecto al plano de la eclíptica) en grados, M_{P} y R_{P} representan la masa del planeta (en masas terrestres, M_{\oplus}) y el radio del planeta (en radios terrestres, R_{\oplus}), respectivamente. Finalmente, ρ denota la densidad media.

	a [UA]	P_{orb} [años]	e	i [°]	M_{P} [M_{\oplus}]	R_{P} [R_{\oplus}]	ρ [gr/cm ³]
Mercurio	0.387	0.241	0.205	7.005	0.055	0.38	5.43
Venus	0.723	0.615	0.006	3.394	0.817	0.95	5.24
Tierra	1.0	1.0	0.016	0.0	1.0	1.0	5.52
Marte	1.523	1.881	0.093	1.85	0.107	0.53	3.90
Júpiter	5.203	11.862	0.049	1.305	317.8	11.2	1.30
Saturno	9.537	29.457	0.054	2.484	94.30	9.41	0.70
Urano	19.191	84.018	0.047	0.77	14.60	4.11	1.30
Neptuno	30.069	164.78	0.008	1.769	17.20	3.81	1.50

aportan la mayor parte de la masa. En orden creciente de distancia respecto al Sol, estos 8 planetas se ubican de la siguiente manera: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno. Dichos cuerpos se mueven en torno al Sol casi en el mismo plano orbital, que por convención se toma el plano orbital de la Tierra, llamado eclíptica. Además, todos orbitan en torno al Sol en el mismo sentido, en lo que llamamos órbitas directas, el cual por definición es el sentido contrario al de las agujas del reloj visto desde el polo norte ecliptical. En la Tabla 1.1, se muestran algunas de las principales características de los planetas del Sistema Solar.

Como mencionamos en la sección anterior, con la nueva definición adoptada por la UAI, Plutón ya no satisface la condición de planeta, sino que es entendido como un planeta enano. En la actualidad, se considera que el Sistema Solar posee 5 planetas enanos, aunque hay varios cuerpos celestes candidatos a satisfacer tales condiciones. Al igual que los planetas, los planetas enanos orbitan en torno al Sol en órbitas directas. Sin embargo, los planetas enanos evidencian valores significativamente más altos en las excentricidades e inclinaciones de sus órbitas. En orden creciente de distancia respecto al Sol, los planetas enanos actualmente aceptados como tales son: Ceres, Plutón, Haumea, Makemake y Eris. En la Tabla 1.2 se resumen sus principales características y las de algunos potenciales cuerpos celestes a ser aceptados como planetas enanos.

Además de los planetas y planetas enanos, existen tres reservorios principales de pequeños cuerpos que orbitan en torno al Sol. El más cercano de éstos al Sol es el Cinturón de Asteroides, el cual se extiende entre las órbitas de Marte y Júpiter. El mismo suele dividirse en el Cinturón Principal, entre ~ 2 UA y ~ 3.3 UA, y el Cinturón Externo, entre ~ 3.3 UA y ~ 5.2 UA. Los cuatro objetos más grandes del Cinturón de Asteroides, Ceres, Vesta, Pallas e Hygiea, aportan más del 50% de la masa total del mismo. Los valores medios de las excentricidades e inclinaciones de los objetos del Cinturón son significativamente más altos que la de los planetas ($\langle e \rangle \sim 0.14$, $\langle i \rangle \sim 12^\circ$), por ende estos objetos sufren colisiones a altas velocidades relativas, del orden de entre 5 km/seg y 10 km/seg. Esto implica que la mayoría de los asteroides menores a 50 km son fragmentados, y se cree que los pequeños

Tabla 1.2. Algunas de las principales características de los 5 planetas enanos del Sistema Solar actualmente aceptados como tales, y de posibles candidatos a futuros planetas enanos. Las unidades son las mismas que las correspondientes a la Tabla 1.2. Para los candidatos a planetas enanos Quaoar y Sedna, las densidades son inciertas.

	a [UA]	P_{orb} [años]	e	i [°]	M_{P} [M_{\oplus}]	R_{P} [R_{\oplus}]	ρ [gr/cm ³]
Ceres	2.77	4.60	0.079	10.59	1×10^{-4}	0.074	2.08
Plutón	39.48	248.1	0.25	17.14	0.002	0.181	2.0
Haumea	43.13	283.28	0.195	28.22	6×10^{-4}	0.097	~ 3
Makemake	45.79	310.0	0.16	28.96	5×10^{-4}	0.112	1.7
Eris	67.67	557	0.4421	44.19	0.003	0.182	2.5
Quaoar	43.405	285.97	0.039	8.0	2×10^{-4}	0.087	–
Sedna	518.57	~ 11400	0.853	11.93	1×10^{-4}	0.078	–

cuerpos del Cinturón son fragmentos de cuerpos mayores. Sin embargo, objetos mayores a 100 km serían objetos primordiales, residuos del proceso de formación planetaria. Se estima que la fuerte influencia gravitatoria de los planetas gigantes, principalmente la de Júpiter, fue la causa que evitó la formación de un cuerpo masivo en la región del Cinturón de Asteroides.

El segundo gran reservorio de pequeños cuerpos es la región transneptuniana, usualmente conocida como Cinturón de Edgeworth-Kuiper. Esta región se extiende desde detrás de la órbita de Neptuno, ~ 30 UA, hasta ~ 55 UA. Es uno de los reservorios de cometas, que no son otra cosas que planetesimales compuestos mayormente de hielos, residuos del proceso de formación del Sistema Solar. Se estima que los bajos valores de las densidades superficiales iniciales de sólidos y que los tiempos de formación a tales distancias se hacen muy grandes, son las causas de que tampoco existan cuerpos masivos en esta región. Actualmente, se conocen más de 1000 objetos de este reservorio, y estudios teóricos aportan fuertes evidencias de que esta región es la fuente principal de los cometas de corto período. A la región transneptuniana se la suele dividir en dos clases principales, el Disco Clásico, con objetos de bajas excentricidades e inclinaciones, y el Disco Dispersado, el cual contiene objetos con mayores excentricidades e inclinaciones los cuales tienen una interacción gravitatoria más fuerte con Neptuno. En base a la observación de cometas eclipticales, se estima que la masa actual contenida en la región transneptuniana sería de entre $\sim 0.1 M_{\oplus}$ y $\sim 0.5 M_{\oplus}$, y que contendría unos 10^9 cometas con diámetros mayores a 1 km.

Finalmente, el último gran reservorio de pequeños cuerpos es lo que conocemos como la Nube de Oort. En el proceso de formación de los planetas gigantes del Sistema Solar, una gran cantidad de planetesimales tuvieron que ser eyectados fuera del Sistema Solar debido a las fuertes interacciones gravitatorias. Sin embargo, una fracción significativa de estos planetesimales pudieron mantenerse en órbitas distantes pero ligadas al Sol. Se estima que la influencia gravitatoria del Sol se extiende hasta unas 2×10^5 UA. Las perturbaciones externas (encuentros estelares y el efecto de marea galáctico) llevaron a las órbitas de estos cuerpos fuera de la influencia de los planetas y generaron una distribución aleatoria de las mismas, dando una forma esférica a la Nube de Oort. Se estima que la Nube de Oort tendría unos 10^{12} cometas, y una masa entre $\sim 10 M_{\oplus}$ y $\sim 15 M_{\oplus}$. También se estima que la mayor parte de los cometas pertenecientes a la Nube de Oort estarían en una región interna a unas 10000 UA, y si bien aun no hay evidencia observacional directa de la existencia de esta región, los modelos teóricos aportan fuertes indicios de que esta región es la principal fuente de los cometas de largo período.

1.3. Acerca de la formación del Sistema Solar

Nuestro conocimiento empírico acerca de la formación del Sistema Solar proviene principalmente de dos fuentes, el estudio de los objetos del Sistema Solar y el estudio de regiones de formación estelar. Estas dos fuentes aportan diferente información que se complementa para tener una visión global sobre el proceso de formación de nuestro Sistema Solar.

En el caso de nuestro Sistema Solar, tenemos una gran variedad de información, ya sea observacional o de mediciones *in situ*, acerca de los planetas, satélites, asteroides y cometas. No obstante, es importante remarcar que el Sistema Solar actual ha tenido seguramente cambios significativos desde su formación. Es fundamental poder reconocer cuales características actuales del Sistema Solar evidencian procesos de evolución y cuales mantienen información acerca de las condiciones primordiales.

Por otro lado, el estudio de las regiones de formación estelar nos permite tener una visión de los procesos de formación de estrellas jóvenes, y poder generar secuencias temporales de tales procesos. Es necesario reconocer que quizás algunos de estos procesos no ocurrieron durante la formación del Sol y su sistema planetario. Se estima que el Sol es una estrella ordinaria que se formó de manera similar a las protoestrellas de baja masa que se observan actualmente. Las estrellas se forman en nubes moleculares gigantes. Estas nubes, compuestas principalmente de hidrógeno, tienen masas entre $10^5 M_{\odot}$ y $10^6 M_{\odot}$ (M_{\odot} denota una masa solar). Dentro de las nubes moleculares existen regiones más densas. Perturbaciones externas inducen el colapso de estas regiones densas, las cuales colapsan gravitatoriamente y dan lugar a la formación estelar. Debido a que las nubes moleculares tienen un momento angular intrínseco, el colapso gravitatorio no solo forma una protoestrella, sino también un disco protoplanetario. El material que colapsa consiste prácticamente de hidrógeno y helio, aunque también posee entre un $\sim 1\%$ y un $\sim 2\%$ de lo que llamamos polvo (silicatos, material orgánico y material condensado). El polvo sedimenta rápidamente hacia el plano medio del disco protoplanetario y comienza a aglomerarse para formar cuerpos mayores. Por mecanismos aun en discusión se forman los planetesimales. A medida que los planetesimales crecen, aquellos que adquieren una masa suficiente para diferenciarse de la población crecen más rápido a partir de los más chicos y se convierten en embriones planetarios. Este proceso es complejo, pero se cree que la acreción entre objetos en el plano medio del disco es el mecanismo con el cual se formaron los planetas. En las regiones internas del disco las altas temperaturas solo permitieron la formación de planetesimales a partir de silicatos. A mayores distancias, además de los silicatos, el material condensado y el material orgánico aportaron a la formación de los planetesimales, aumentando la cantidad de material sólido. Por ende, se cree que los núcleos de los planetas gigantes se formaron antes que los planetas terrestres. Además, estos se volvieron lo suficientemente masivos para poder retener grandes cantidades del hidrógeno y helio del disco protoplanetario antes de su disipación. Uno de los datos observacionales más importantes es que prácticamente no se observan protoestrellas mayores a 10 millones de años con discos protoplanetarios. Si el Sol se formó de manera análoga a las estrellas actuales, este hecho impone una cota temporal para la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar.

Disipada la componente gaseosa del disco protoplanetario, se estima que en la zona interna del Sistema Solar pudieron haber existido muchos más embriones planetarios que los cuatro planetas terrestres actuales. La evolución dinámica por unos cientos de millones de años, y la acreción entre los embriones planetarios pudieron dar lugar al estado actual del Sistema Solar interior.

Finalmente, otro aspecto posterior a la formación de los planetas del Sistema Solar es la remoción del material remanente del proceso de formación planetaria. Este hecho tiene

una interesante consecuencia: la interacción dinámica entre los planetas y los planetesimales remanentes pudo llevar a una migración de los primeros.

1.4. Estructura interna de los planetas gigantes del Sistema Solar

Dado que nuestro estudio está enfocado en analizar el proceso de formación de los planetas gigantes del Sistema Solar, y entendiendo que todo modelo de formación de planetas gigantes tiene que ser capaz de reproducir las principales características conocidas acerca de los mismos, en esta sección haremos un breve resumen acerca del conocimiento actual de las estructuras internas inferidas para los planetas gigantes del Sistema Solar.

1.4.1. Ecuaciones de estado

El grado de exactitud para describir las estructuras internas de los planetas gigantes del Sistema Solar depende significativamente del grado de precisión para describir las propiedades termodinámicas de la materia en las condiciones relevantes de presión y temperatura. Estas últimas pueden llegar hasta aproximadamente 20000 K y 70 Mbar en el interior profundo de Júpiter.

Los planetas gigantes tienen envolturas compuestas principalmente por hidrógeno y helio, enriquecidas con elementos más pesados y probablemente un núcleo de alta densidad. Los elementos más pesados consisten en C, N y O, en general asociados a otros elementos a los que usualmente se los llama *hielos* (siendo H_2O el más abundante, pero también se encuentran por ejemplo CH_4 , NH_3 , CO , N_2 y posiblemente CO_2). El resto de los elementos pesados consisten en silicatos (Mg, Si y material rico en oxígeno) e hierro (como mezcla de otros elementos refractarios). En el régimen de presión y temperatura del interior de los planetas gigantes estos elementos están en diferentes formas, en estado molecular o atómico en las regiones de baja densidad (las más externas), en estado ionizado o metálico en las regiones de más alta densidad (las internas), cubriendo los regímenes de disociación e ionización.

La correcta derivación de una ecuación de estado tiene que tener en cuenta las interacciones entre moleculares, átomos, iones y electrones. Además se tiene que tener en cuenta efectos de degeneración electrónica y posibles transiciones y separaciones de fases. Todo esto hace que derivar una *correcta* ecuación de estado sea un problema complejo.

Ecuaciones de estado para el H y el He

En los últimos años numerosos estudios, tanto teóricos como experimentales, se han llevado a cabo para estudiar el comportamiento del hidrógeno y del helio en los regímenes de presión y temperatura correspondientes al de los planetas gigantes, en especial para altas densidades en el régimen de ionización por presión.

La mayoría de las técnicas experimentales para estos estudios incluyen ondas de choque generadas por láser (Mostovych *et al.* 2000), compresión por pulsos (Knudson *et al.* 2004) y ondas esféricas de choque convergentes (Boriskov *et al.* 2003). Estos estudios se extienden hasta presiones de varios Mbar y altas temperaturas para un fluido de deuterio, alcanzando por primera vez el régimen de disociación por presión. Sin embargo, los primeros resultados encontrados con las distintas técnicas fueron dispares. Pero a partir de una nueva determinación de las ecuaciones de estado para el cuarzo (elemento que se usa como referencia) estas diferencias fueron resueltas (Knudson y Desjarlais, 2009).

Recientes experimentos para el helio a alta presión, permitieron verificar las ecuaciones de estado en un amplio rango de presión y temperatura (Eggert *et al.* 2008). Estos experimentos encuentran una alta compresibilidad para el He (mayor que para el H), lo que está en buen acuerdo con las ecuaciones de estado derivadas por Saumon *et al.* (1995). No obstante, estos resultados deberían ser reanalizados, dado que fueron obtenidos con calibraciones referidas a las viejas ecuaciones de estado para el cuarzo.

Desde el punto de vista teórico, se han hecho avances significativos. Debido al gran crecimiento del cálculo computacional, se han podido realizar simulaciones numéricas sobre un amplio rango de presión y temperatura a partir de primeros principios termodinámicos. Estas simulaciones numéricas están basadas esencialmente en la teoría de la Dinámica Molecular Cuántica (DMC). Esto permitiría reemplazar las ecuaciones de estado semi analíticas derivadas por Saumon *et al.* (1995) por ecuaciones de estado derivadas a partir de primeros principios termodinámicos (Nettelmann *et al.* 2012; Militzer, 2013).

Un punto importante en relación con las ecuaciones de estado para el H y He es que si bien la determinación experimental de la ionización por presión para el hidrógeno se puede llegar a alcanzar en el futuro cercano, alcanzar la ionización por presión para el helio está actualmente, y seguramente en el futuro cercano, fuera de alcance. No obstante, caminos alternativos pueden llevarse a cabo. A partir de simulaciones DMC, Soubiran *et al.* (2012) encuentran que la metalización del He podría ocurrir en el rango de densidades de $\sim 5 - 10 \text{ g/cm}^3$ y temperaturas de $\sim 3.5 \times 10^4 \text{ K}$. Este régimen de ionización esta en buen acuerdo con los diagramas de fase para el He (Winisdoerffer y Chabrier, 2005), mientras se espera que densidades de $\sim 2 - 4 \text{ g/cm}^3$ y temperaturas del orden de 10^4 K puedan ser alcanzadas en un futuro cercano a través de experimentos con láser. Tales experimentos deberían ser capaces de confirmar, o no, las predicciones teóricas dando información importante acerca de la ionización del He a altas densidades.

Ecuaciones de estado para elementos más pesados

• Hierro

Los estudios experimentales actuales respecto al hierro alcanzan temperaturas de unos miles de grados y presiones $\sim 2 \text{ Mbar}$. Sin embargo, estos valores son insuficientes para estudiar la curva de fusión² del hierro, aun para las condiciones del núcleo interno de la Tierra ($\sim 3 \text{ Mbar}$ y $\sim 5000 \text{ K}$).

La única información acerca de la curva de fusión del hierro deviene de las simulaciones DMC (Morard *et al.* 2011). Estos autores calcularon la curva de fusión del hierro para temperaturas de hasta 14000 K y presiones de 15 Mbar . Si bien estos valores, más allá de las incertezas que pueden introducir como por ejemplo las impurezas, son suficientes para estudiar los planetas de tipo terrestres, están lejos de las condiciones en el interior de los planetas jovianos. Estos estudios deberían extenderse a temperaturas y presiones más altas para explorar la curva de fusión del hierro en el interior de los planetas gigantes.

• Agua y rocas

Las ecuaciones de estado más utilizadas en la literatura para elementos pesados son la ANEOS (Thompson y Lauson, 1972) y la SESAME (Lyon y Johnson, 1992). Estas ecuaciones describen las propiedades termodinámicas para el agua, *rocas* (olivinos y mezcla de silicatos) e hierro. Estas ecuaciones consisten de interpolaciones entre modelos experimentales bajo

²Fusión en el sentido de cambio de estado sólido a líquido

ciertas correcciones, para densidades bajas y moderadas, y cálculos a partir de primeros principios termodinámicos para densidades altas donde ocurren las ionizaciones. Sin embargo, estas interpolaciones no proveen información acerca de la compresibilidad, estado de ionización o cambios de estado de los elementos. Estas propiedades pueden tener un impacto significativo en las estructuras internas de los planetas gigantes.

Experimentos recientes a partir de compresión de ondas de choque para el agua muestran diferencias significativas respecto a las ecuaciones de estado ANEOS y SESAME en el rango de presiones y temperaturas característico en el interior de los planetas gigantes. Estos experimentos encuentran una menor compresibilidad para el agua (Knudson *et al.* 2012), lo cual tiene implicancia para la correcta determinación de los interiores de los planetas gigantes, especialmente de Urano y Neptuno. Dado que la cantidad de H y He en estos planetas decrece con la compresibilidad del agua, estas nuevas ecuaciones de estado sugieren la presencia de una fracción de H/He en el interior profundo de Urano y Neptuno, excluyendo una envoltura interna compuesta enteramente por hielos (Fortney y Nettelmann, 2010). Además, como el H puede estar en estado metálico, esto tiene importante consecuencia en la generación de campos magnéticos.

Por otro lado, los nuevos experimentos están en buen acuerdo con recientes ecuaciones de estado para el agua a partir de simulaciones DMC (French *et al.* 2009, 2012). Algunas predicciones importantes pueden hacerse para el agua a altas presiones y densidades. Estas simulaciones predicen un estado estable superiónico para el agua a altas densidades, caracterizado por protones libres es una estructura de hielo. Mientras se espera que el agua esté en estado líquido o como plasma en el núcleo de Júpiter (20000 K y 50 Mbar), en el interior de Urano y Neptuno podría estar en el estado superiónico. Para Saturno la situación es más incierta, dado que las condiciones de presión y temperatura podrían estar cerca de la transición de fase predicha.

• Transición de fase

La existencia de una transición de fase para el hidrógeno y el helio en el rango de presión y temperatura de los interiores de Júpiter y Saturno, sugerida tiempo atrás (Salpeter, 1973), continua siendo un problema sin resolver.

La posible existencia de estas transiciones está basada en las mediciones de la abundancia de He en la atmósfera de Júpiter. Bajo la acción del campo gravitatorio del planeta, una discontinuidad en la densidad produce una fuente extra de energía gravitatoria, en forma de gotas densas (ricas en He en este caso) cayendo hacia el interior del planeta. La conversión en calor de esta energía gravitatoria retrasa el enfriamiento del planeta en comparación a una envoltura gaseosa uniforme, lo que lleva a modelos de evolución distintos. Esta fuente extra de energía se asocia comúnmente al exceso de luminosidad que presenta Saturno, aunque recientemente otro modelo podría explicar tal exceso de calor sin la necesidad de la existencia de tal transición de fase (Leconte y Chabrier, 2013).

Recientemente, a partir de simulaciones DMC, dos grupos independientes calcularon la forma del diagrama de fase para el H y He para el rango de presión y temperatura del interior de Júpiter y Saturno, llegando a resultados diferentes para estos planetas. Morales *et al.* (2009) encuentran que la transición de fase para Saturno no produce la suficiente energía para explicar el exceso de luminosidad de Saturno, y no encuentran tal separación de fase para el interior de Júpiter. Sin embargo, Leconte y Chabrier (2013) encuentran que si existiera convección entre las capas en el interior de Saturno esto puede explicar todo, o gran parte, del exceso de luminosidad, con lo cual el aporte de la transición de fase para explicar el exceso de luminosidad no sería una cuestión excluyente. Por otro lado, Lorenzen *et al.* (2011) predice una separación de fase para los interiores de Júpiter y Saturno, la cual explicaría el exceso

de luminosidad de éste último.

Finalmente, muy interesantes son los resultados encontrados recientemente por Wilson y Militzer (2012 a, 2012 b). A partir de simulaciones DMC, estos autores encuentran que en el rango de temperatura y presión característico para las capas más internas de Júpiter y Saturno (aquellas en contacto con un posible núcleo) el agua y el óxido de magnesio (MgO, representativo del material rocoso) son solubles en el hidrógeno metálico. Esto implica que un posible núcleo en los interiores de Júpiter y Saturno podría disolverse en la envoltura y generar una redistribución de los elementos pesados en las envolturas. Una distribución no homogénea de elementos pesados tiene un impacto significativo en la evolución térmica y contracción de los planetas gigantes. Además, esto abre la puerta a que la no existencia de un núcleo sólido no sea un observable excluyente para el modelo de acreción del núcleo como mecanismo de formación de planetas gigantes.

1.4.2. Estructuras internas

Observables y principales características inferidas

Los planetas gigantes del Sistema Solar pueden ser vistos con gran detalle desde la tierra, y las misiones espaciales Pioneer, Voyager 1 y 2, Galileo y Cassini aportaron información sin precedentes sobre importantes propiedades, incluyendo los campos gravitatorios de los planetas. Además, también se cuenta con información obtenida *in situ* de la misión Galileo, la cual entró en la envoltura de Júpiter. Los planetas gigantes muestran una gran diversidad en sus propiedades físicas, quizás debido principalmente a sus diferencias de tamaños, que es de un factor ~ 22 entre Júpiter y Urano.

A partir de las ecuaciones de estado para el hidrógeno y el helio se pueden calcular las curvas de enfriamiento y la relación masa – radio para un gas de H y He de composición solar. Zapolsky y Salpeter (1969) mostraron que Júpiter y Saturno son cuerpos celestes constituidos principalmente por H y He. Además, a partir de curvas de enfriamiento asumiendo modelos adiabáticos con temperaturas internas de entre ~ 10000 K y ~ 20000 K (Baraffe *et al.* 2008), se encuentra que Júpiter y Saturno son más chicos y densos que un gas compuesto solo de H y He de metalicidad solar. Esto nos dice que Júpiter y Saturno están enriquecidos de elementos pesados respecto al Sol. Realizando los mismos cálculos para Urano y Neptuno, se encuentra que los mismos están constituidos principalmente por elementos pesados, con una fracción de su masa compuesta por H y He, lo que hace visible sus capas exteriores.

Actualmente se cuenta con numerosos observables además de las masas y los radios, los cuales aportan información crucial para entender las estructuras internas actuales de los planetas gigantes. Éstos incluyen los períodos de rotación, los radios ecuatoriales y polares, las temperaturas a la presión de 1 bar (presión y temperaturas de referencia), los flujos totales emitidos, los flujos totales reflejados por el planeta y los campos gravitatorios.

El achatamiento de los planetas y el campo de gravedad de los mismos, junto a la tasa de rotación aportan limitaciones para la densidad como función del radio. La rotación de los planetas, y como responden a ésta a través de sus deformaciones y el campo de gravedad también aporta información importante.

En lo que respecta al campo de gravedad, este se calcula en base a un desarrollo perturbativo del potencial de un cuerpo perfectamente esférico, a partir de una parametrización en base a los momentos gravitatorios J_n y haciendo una expansión del potencial en polinomios de Legendre,

$$\phi(r, \theta) = -\frac{GM_P}{r} \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_{ec}}{r} \right)^n J_n P_n(\cos \theta) \right), \quad (1.1)$$

en donde r y θ representan las coordenadas radial y cenital, respectivamente (el potencial tiene simetría azimutal), G es la constante gravitatoria universal, M_P es la masa del planeta, R_{ec} su radio ecuatorial y los P_n son los polinomios de Legendre. Los momentos gravitatorios impares se anulan por la simetría planteada y en la actualidad de los momentos pares solo se tienen cálculos precisos hasta el J_6 . Los momentos gravitatorios se miden observando la aceleración de las misiones espaciales mediante efecto doppler de las emisiones de radio. En algunos casos, los J_n pueden ser derivados a partir del estudio del movimiento de largo período de algunas de sus lunas. Desafortunadamente, el conocimiento preciso de la gravedad de un planeta es de limitada ayuda para poner restricciones a la masa de un posible núcleo para el planeta. Esto se debe a que los momentos gravitatorios son representativos de las capas más externas del planeta, y mayor orden de los momentos implica una mayor representatividad de la superficie.

Por otro lado, los modelos de evolución térmica de los planetas gigantes estudian el flujo total que éstos emiten (lo representaremos por la correspondiente temperatura T_{tot}). Se distinguen dos tipos de flujos, uno que corresponde a la energía debida a la contracción del planeta (T_{int}), y el otro que corresponde a la energía que absorbe del Sol y que luego es irradiada por el planeta (T_{irr}). En cada instante de tiempo se tiene que satisfacer que $T_{tot}^4 = T_{int}^4 + T_{irr}^4$ (asumiendo que el planeta irradia como un cuerpo negro). En las primeras etapas, luego de la formación y disipación de la componente gaseosa de la nebulosa solar primitiva, $T_{int} \gg T_{irr}$, mientras que actualmente ocurre lo inverso, $T_{int} \ll T_{irr}$.

Los modelos de evolución térmica calculan T_{tot} como función del tiempo. Un modelo correcto tiene que ser capaz de reproducir el flujo total actual (es decir, luego de $\sim 4500 \times 10^6$ años de evolución) y el radio actual del planeta. Estos modelos comenzaron con Júpiter (Graboske *et al.* 1975), y rápidamente se pudo demostrar que Júpiter pudo haberse enfriado a su temperatura actual de $T_{tot} = 125$ K a partir de una fase caliente y de gran entropía en la edad del Sistema Solar (Hubbard, 1977; Bodenheimer *et al.* 1980).

Sin embargo, Stevenson y Salpeter (1977) y Pollack *et al.* (1977) mostraron que la luminosidad actual de Saturno no puede ser reproducida por un modelo simple de evolución térmica (la luminosidad actual es $\sim 50\%$ mayor a la que se obtiene con un modelo clásico de evolución térmica). Este exceso de luminosidad suele atribuirse a una transición de fase para el H y el He a altas temperaturas y presiones. Esto produciría que se formen *gotas* densas ricas en helio, las cuales caerían hacia el interior del planeta y transformarían energía potencial en energía térmica. A partir de las mediciones *in situ* realizadas por la sonda Galileo, se pudo obtener la abundancia de He en la atmósfera de Júpiter. La fracción de masa contenida fue de $Y = 0.234 \pm 0.005$ (von Zhan *et al.* 1998), lo que muestra una deficiencia respecto a los valores solares $Y = 0.2741 \pm 0.0129$ (Lodders, 2003), lo que indicaría que una transición de fase para el He estaría ocurriendo. Además, la atmósfera de Júpiter es también deficiente en neón, el cual es un elemento que se incorporaría preferentemente en las gotas densas ricas en helio (Wilson y Militzer, 2010). En lo que respecta a Saturno, esta posible transición de fase debería ser más marcada, pero no se cuentan con mediciones *in situ* como en el caso de Júpiter. La fracción de masa de helio en la atmósfera de Saturno se estima está en el rango de $Y = 0.18 - 0.25$ (Conrath y Gautier, 2000). Los modelos de evolución térmica que incorporan la transición de fase para el He pueden reproducir en forma simultánea el exceso de luminosidad y la deficiencia de He en la atmósfera de Saturno, si las gotas densas ricas en He caen hasta su núcleo (Fortney y Hubbard, 2003).

Para Urano y Neptuno los modelos de evolución térmica son más cualitativos, dado que las ecuaciones de estado de los elementos que los componen no están tan estudiados como para el caso del H y He. Sin embargo, los modelos sugieren que estos planetas tendrían un flujo total menor comparados al modelo simple de un interior completamente adiabático. Sin

embargo, a partir de nuevas ecuaciones de estado para el agua, estos modelos están siendo mejorados (Fortney *et al.* 2011).

Modelos de los interiores de los planetas gigantes

Modelar la estructura interna de los planetas gigantes no es una tarea sencilla. Para esto, se tienen que resolver las ecuaciones estándar empleadas en la teoría de evolución estelar, es decir, las ecuaciones de transporte y estructura junto a ecuaciones de estado y opacidades adecuadas. Las condiciones de borde se obtienen de los datos observacionales, tales como masa, luminosidad, gravedad superficial, etc.

En general, para poder resolver el problema los modelos suelen tener en cuenta ciertas suposiciones previas. Suelen considerar que los planetas son completamente convectivos, tienen un núcleo de elementos pesados que se distingue de la envoltura gaseosa dominada por H y He, que la envoltura de H y He es o bien uniforme o dividida en dos capas las cuales difieren en el contenido de helio o de elementos pesados, que los planetas rotan como un cuerpo rígido o rotación diferencial por capas, y una rotación independiente para el núcleo la cual está ligada al período de rotación del campo magnético. Además, para Urano y Neptuno se considera que la parte más interna está separada en dos capas de elementos pesados, un núcleo rocoso y una envoltura rica en hielos (preferentemente agua).

En general los modelos consisten de tres capas. Para Júpiter y Saturno, estas tres capas, desde el interior hasta la atmósfera son,

- I- un núcleo de elementos pesados, preferentemente roca y/o hielos,
- II- una envoltura más interna, dominada por hidrógeno metálico en estado líquido, enriquecido de helio y elementos pesados,
- III- hidrógeno molecular deficiente en helio, y enriquecido de elementos pesados.

Las condiciones de contorno entre las capas II y III se dejan como parámetros libres. Por otro lado, la transición de hidrógeno molecular a metálico se considera que ocurre a la presión de 1 – 2 Mbar. Esta es también la región en donde el He es más inmisible, por lo tanto es la región donde más sentido físico tiene poner una discontinuidad para el He. Finalmente, los valores para la masa del núcleo y la cantidad de elementos pesados en la envoltura se calculan de manera que el modelo pueda reproducir las estimaciones observacionales en el borde del planeta.

Para Urano y Neptuno, la estructura de 3 capas se emplea de manera similar,

- I- un núcleo de roca e hierro,
- II- una capa intermedia de una mezcla de hielos (predomina el H₂O, pero también habría NH₂ y CH₄),
- III- una capa externa dominada por H₂ y He (las presiones no son lo suficientemente altas para que el H esté en estado metálico).

Sin embargo, para que los modelos puedan reproducir los campos gravitatorios de los planetas, la capa intermedia tiene que ser menos densa que una mezcla pura de hielos, por lo que se introduce H y He en la capa intermedia, y la capa externa tiene que ser más densa que solo H y He, por lo que se introduce una mezcla de hielos en esta capa. Dado que los elementos pesados aportan la mayor parte de la masa de estos planetas, sería deseable tener mayor información acerca de la razón entre hielos y rocas para Urano y Neptuno. Sin embargo, se pueden construir modelos variando las proporciones de rocas, hielos, H y He de manera razonable para

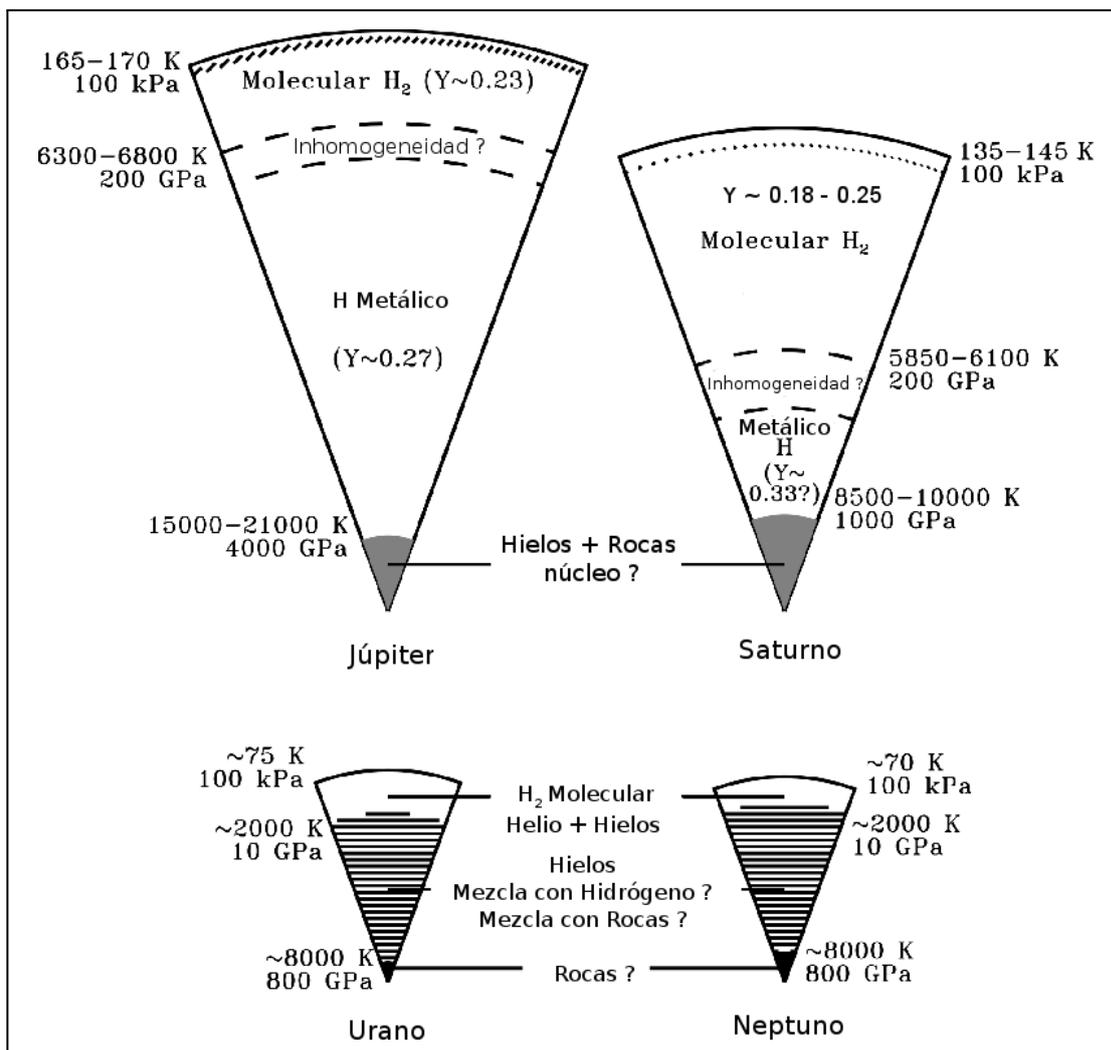


Figura 1.1. Modelos clásicos de la estructura interna de los planetas gigantes del Sistema Solar. Figura extraída y adaptada del trabajo de Guillot (1999).

encontrar diferentes configuraciones que sean capaces de reproducir las diferentes estimaciones observacionales para estos planetas.

En la Figura 1.1 se muestra un esquema ilustrativo del modelo clásico de los interiores de los planetas gigantes del Sistema Solar.

• Resultados

Los modelos clásicos de los interiores de los planetas gigantes del Sistema Solar siguen aportando información importante, quizás debido al hecho de que los procesos físicos relevantes son pobremente comprendidos. Sin tener mayor conocimiento acerca de las ecuaciones de estado de los elementos que forman los interiores de los planetas gigantes quizás no sean muchos los avances que se logren con modelos de interiores planetarios más complejos.

Los modelos para Júpiter y Saturno intentan poner restricciones a la masa del núcleo y de elementos pesados en la envoltura del planeta. Los resultados de los últimos trabajos en este tópico (Millitzer *et al.* 2008; Fortney y Nettelmann, 2010; Nettelmann *et al.* 2013; Helled y Guillot, 2013) están resumidos en la Figura 1.2.

Para Júpiter, los resultados de Millitzer *et al.* (2008) son calculados a partir de ecuaciones

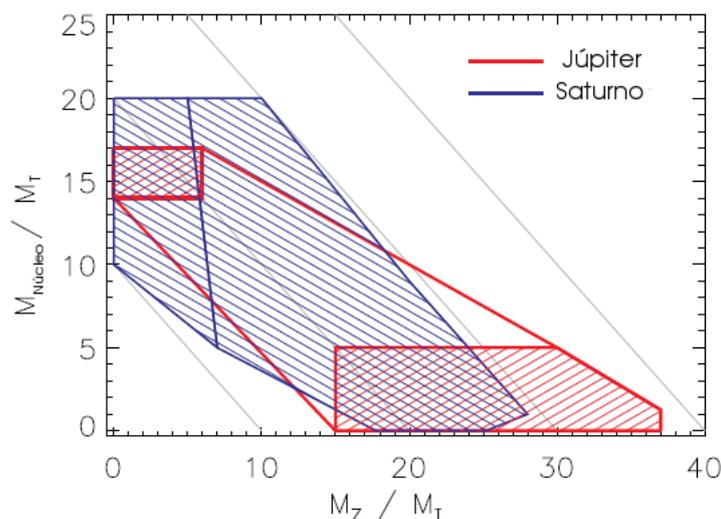


Figura 1.2. Masa del núcleo y de elementos pesados en la envoltura (en masas terrestres, M_T) para Júpiter y Saturno. Para Júpiter, el panel izquierdo representa los resultados de Millitzer *et al.* (2008), mientras que el panel a la derecha representa los resultados de Fortney y Nettelmann (2010). La conexión entre ambas regiones son resultados plausibles debido a las incertezas en las ecuaciones de estado. Para Saturno, la región izquierda corresponde a los resultados de Helled y Guillot (2013), mientras que el panel derecho corresponde a los resultados de Nettelmann *et al.* (2013). Figura extraída y adaptada del trabajo de Baraffe *et al.* (2014).

de estado para el H y el He derivadas a partir de primeros principios termodinámicos. Estos autores encuentran la existencia de un núcleo sólido para Júpiter. Por otro lado, Fortney y Nettelmann (2010) utilizan diversas ecuaciones de estado para el H y el He, y consideran una posible discontinuidad de elementos pesados en la envoltura de H y He. Estos autores encuentran modelos posibles sin la existencia de un núcleo sólido para Júpiter, pero con una gran cantidad de masa en elementos pesados distribuidos en la envoltura de H y He. Dada las incertezas en las ecuaciones de estado, modelos en las regiones intermedias son también plausibles.

Para Saturno, Helled y Guillot (2013) consideran modelos con una envoltura homogénea de H y He y utilizan las ecuaciones de estado de Saumon *et al.* (1995) para estos elementos. Estos autores infieren la existencia de un núcleo sólido para Saturno. Por otro lado, Nettelmann *et al.* (2013) utilizan diversas ecuaciones de estado para el H y el He, y también consideran una posible discontinuidad de elementos pesados en la envoltura de H y He. Estos autores encuentran modelos posibles sin la existencia de un núcleo sólido para Saturno, pero con una gran cantidad de masa en elementos pesados distribuidos en las capas más internas de la envoltura de H y He.

Es importante remarcar que si Júpiter y Saturno estuvieran compuestos estrictamente de material de abundancia solar ambos planetas deberían tener $\sim 1.4\%$ de su masa en elementos pesados (Asplund *et al.* 2009), es decir que Júpiter y Saturno deberían tener una masa de $\sim 4.5 M_{\oplus}$ y $\sim 1.3 M_{\oplus}$ de elementos pesados, respectivamente. Esto implica que estos planetas están enriquecidos de elementos pesados, en un factor entre 3 y 8 para Júpiter, y entre 12 y 21 para Saturno.

Para Urano y Neptuno, los modelos intentan poner restricciones a la relación entre el material rocoso y el material condensado en hielos. Los campos gravitatorios de estos planetas

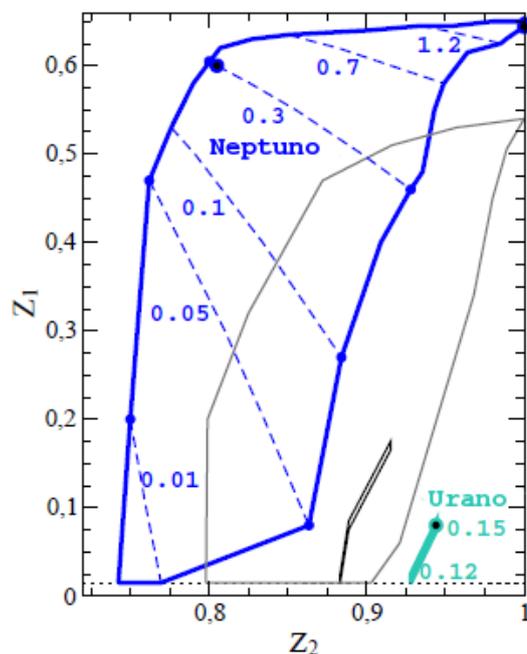


Figura 1.3. Metalicidad para las envolturas intermedia (Z_2) y externa (Z_1) de Urano y Neptuno. Las curvas negras y verdes corresponden a Urano, mientras que la curva gris y azul corresponden a Neptuno (los dos modelos difieren en la suposición de la forma de Urano y Neptuno). La curva punteada horizontal representa la metalicidad solar ($Z = 0.015$). Las líneas a trazos azules para uno de los modelos de Neptuno representan el valor de la presión (en Mbar) a la cual ocurre la transición entre las capas externa e intermedia. Finalmente, los modelos para Urano tienen menores incertezas dado que su campo gravitatorio está mejor estimado. Figura extraída y adaptada del trabajo de Baraffe *et al.* (2014).

no están tan bien estimados como los correspondientes a Júpiter y Saturno. Sin embargo, el principal problema que surge es el nivel de degeneración de la posible composición de los planetas, es decir, modelos muy diferentes podrían llevar a resultados consistentes con las estimaciones observacionales. Podolak *et al.* (2000), considerando un núcleo rocoso (compuesto fundamentalmente por silicatos e hierro), una capa de hielos y una atmósfera gaseosa de H y He, encuentra una masa mínima de H y He de $0.5 M_{\oplus}$ para ambos planetas y una masa máxima de H y He de $4.2 M_{\oplus}$ y $3.2 M_{\oplus}$ para Urano y Neptuno, respectivamente.

Más recientemente, Nettelmann *et al.* (2013) calculó la abundancias de elementos pesados en las capas intermedia y externa de Urano y Neptuno (considerando, como mencionamos anteriormente, que la capa intermedia no está constituida únicamente de una mezcla de hielos y que la capa externa de H y He está enriquecida de elementos pesados). Los resultados están resumidos en la Figura 1.3. Z_2 representa la metalicidad de la capa intermedia rica en hielos, mientras que Z_1 representa la metalicidad de la capa externa de H y He. Es importante remarcar que para estos modelos se utilizan las nuevas ecuaciones de estado para el agua derivadas de French *et al.* (2009), con la cual se modelan la envoltura compuesta por una mezcla de hielos. Estos autores encuentran una masa total de elementos pesados de $12.5 M_{\oplus}$ y $14 M_{\oplus} - 14.5 M_{\oplus}$ para Urano y Neptuno, respectivamente. La masa de los núcleos para estos planetas estaría en el rango $0 M_{\oplus} - \sim 3 M_{\oplus}$.

1. Introducción

En esta Tesis se pretende estudiar el proceso de formación de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del modelo de acreción del núcleo. Particularmente, estudiaremos como la formación de un planeta aislado se ve modificada en presencia de otros planetas también en crecimiento dentro del mismo disco protoplanetario. Además, también estudiaremos como las diferentes características que definen la población de planetesimales, y la evolución de dicha población, afectan a la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar. En el capítulo siguiente daremos una breve descripción de los procesos físicos y dinámicos que dan lugar a la formación de un sistema planetario.

Capítulo 2

Formación de sistemas planetarios

Los sistemas planetarios se forman en los discos protoplanetarios de gas y polvo que se observan alrededor de estrellas jóvenes, las cuales presentan edades de unos pocos millones de años. En este capítulo haremos una breve descripción de los procesos físicos y dinámicos que dan lugar a la formación de los discos protoplanetarios y a las posteriores etapas de formación planetaria.

2.1. Formación de los discos protoplanetarios en el contexto de la formación estelar

Las estrellas se forman actualmente en nuestra Galaxia en sus brazos espirales, a partir de gas que se encuentra en estado de hidrógeno molecular dentro de *nubes gigantes*, frías y densas, con masas del orden de $10^5 M_{\odot} - 10^6 M_{\odot}$. Se observa que en general las estrellas se forman en cúmulos estelares, en donde la mayoría forma parte de un sistema binario o un sistema múltiple (Duquennoy y Mayor, 1991).

Los discos circumestelares se forman como consecuencia del colapso gravitatorio de una región densa (con densidades de partículas de $\sim 10^5$ partículas/cm³ y tamaños del orden de 0.1 pc) dentro de una nube molecular. Dado que las nubes moleculares, y por ende sus regiones más densas, tienen un momento angular intrínseco no nulo, además de la fuerza gravitatoria y la presión existe una fuerza centrífuga que actúa durante el colapso del material. Mientras que la gravedad y la presión actúan en forma isotrópica, la fuerza centrífuga tiene una dirección preferencial y actúa en forma perpendicular al eje de rotación. Debido a la conservación del momento angular, a medida que el material colapsa aumenta la velocidad de rotación. En algún momento del colapso, la fuerza centrífuga se vuelve tan grande que produce que el material caiga en forma paralela al eje de rotación. De esta manera comienza a formarse un disco en el plano ecuatorial de la protoestrella. La estructura vertical del disco queda determinada por el balance entre la presión y la componente vertical de la fuerza gravitatoria, mientras que en la dirección radial interviene además la fuerza centrífuga. Este hecho hace que el disco de gas tenga una velocidad angular de rotación subkepleriana.

Por lo tanto, las principales características de los discos protoplanetarios, como sus masas, tamaños y composición química, están íntimamente relacionadas con las regiones de formación estelar. Es más, la posterior evolución de los discos puede estar fuertemente influenciada por efectos que ocurren en la región de formación estelar, como pueden ser la alta radiación ultravioleta generada por las estrellas masivas del cúmulo y los pasajes estelares cercanos. El grado de influencia de los agentes externos sobre la evolución de los discos protoplanetarios puede variar en las distintas regiones de formación estelar. Por ejemplo, el cúmulo del Trapecio, en el centro de la nebulosa de Orión, tiene una densidad estelar de $\sim 10^4$ estrellas/pc³,

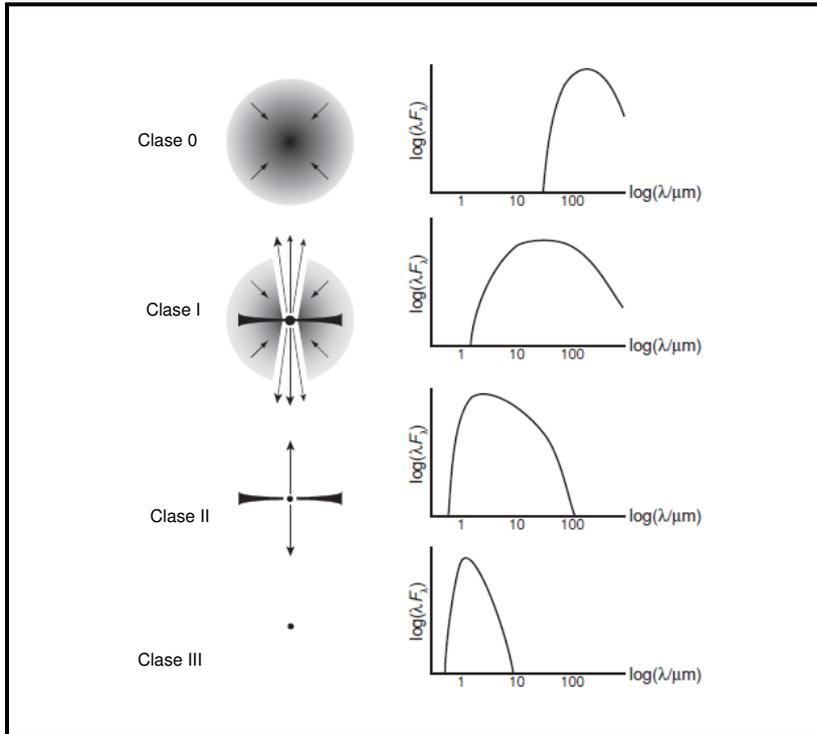


Figura 2.1. Esquema ilustrativo de la clasificación de los objetos estelares jóvenes a partir de la distribución espectral de energía. La Clase II corresponde a una estrella T Tauri clásica, mientras que la Clase III a una estrella T Tauri de línea débil (el ancho equivalente de la línea $H\alpha$ es menor a 10 \AA). Figura perteneciente al trabajo de Armitage (2010).

mientras que el cúmulo alrededor de la estrella masiva MWC 297 tiene una densidad de estelar de $\sim 10^2$ estrellas/ pc^3 .

Si bien es difícil obtener información de los discos protoplanetarios a partir de observaciones directas de los mismos, dicha información puede obtenerse a partir de la distribución espectral de energía de los usualmente llamados objetos estelares jóvenes. Los objetos estelares jóvenes se clasifican según la pendiente de la distribución espectral de energía en la región infrarroja del espectro. Aunque no hay una clasificación universal adoptada, en general estos objetos se clasifican en cuatro diferentes grupos,

- **Clase 0:** la distribución espectral de energía posee un máximo en el infrarrojo lejano, sin flujo de energía en el infrarrojo cercano.
- **Clase I:** la distribución espectral de energía es prácticamente chata entre la región del infrarrojo cercano y el infrarrojo medio.
- **Clase II:** la distribución espectral de energía posee un marcado descenso entre el infrarrojo cercano y el infrarrojo medio.
- **Clase III:** la distribución espectral de energía en el infrarrojo corresponde a la fotosfera estelar.

En la Fig. 2.1 se muestra un esquema ilustrativo de la clasificación de los objetos estelares jóvenes a partir de la distribución espectral de energía.

Si bien esta clasificación es empírica, puede interpretarse a la misma como una secuencia evolutiva (Adams *et al.* 1987). La Clase 0 representa a los objetos observados menos evolucionados durante las primeras etapas del colapso gravitatorio. Es posible que en esta etapa

ya exista material en rotación en torno a la protoestrella. Sin embargo, las propiedades del mismo no son detectables observacionalmente. Los primeros objetos que evidencian la presencia de un disco protoplanetario son los pertenecientes a la Clase I. Estos objetos aun están inmersos dentro de las nubes moleculares y poseen una envoltura que aun esta colapsando. Usualmente se detecta eyección de material de estos objetos jóvenes. Los objetos de la Clase II representan una fase más evolucionada, en donde gran parte del material ha sido acretado por la estrella central. La distribución espectral de energía de los objetos de esta clase puede ser interpretada como la suma de una protoestrella (la cual puede ser visible desde el óptico) junto a emisión en el infrarrojo debido al disco protoplanetario. También es usual observar exceso de emisión en el ultravioleta por parte de la estrella, lo cual se atribuye a que la estrella estaría acretando gas del disco. Los excesos en el infrarrojo y en el ultravioleta, características de la presencia de un disco, son muy comunes en los cúmulos estelares jóvenes, pero muy pocas veces son detectados en objetos mayores a 10 millones de años (Haisch *et al.* 2001). Luego de que los discos de gas son disipados, los objetos de la Clase III se asocian a estrellas de presecuencia principal, en donde la distribución espectral de energía no evidencia indicios de la presencia de un disco. Sin embargo, algunos de estos objetos evidencian la presencia de un disco de polvo remanente del proceso de formación estelar.

Recientemente, Andrews *et al.* (2009, 2010), a partir de modelos teóricos, proponen que las densidades superficiales de los discos tienen la siguiente estructura,

$$\Sigma = \Sigma_0 \left(\frac{R}{R_c} \right)^{-\gamma} e^{-(R/R_c)^{2-\gamma}}, \quad (2.1)$$

en donde R representa la distancia a la estrella central y Σ_0 es una constante asociada a la masa del disco. La constante R_c es el radio característico del disco; para $R < R_c$ domina la ley de potencia en la expresión de la densidad superficial, mientras que para $R > R_c$ domina el decaimiento exponencial. Finalmente, el exponente γ está asociado a cómo se distribuye la masa a lo largo del disco. Estos autores encuentran que para poder reproducir las observaciones de alta resolución de 17 discos protoplanetarios en la región de formación estelar de Ofiuco, los discos tienen que tener masas entre $0.004M_\odot$ y $0.0143M_\odot$, el exponente γ tiene que tomar valores entre 0.4 y 1.1 ($\langle \gamma \rangle = 0.9 \pm 0.2$), y valores entre 14 UA y 198 UA para el radio característico del disco. Esto último implica que los disco tengan extensiones que van de las ~ 100 UA hasta las ~ 1000 UA. En los últimos años, las densidades superficiales de los discos protoplanetarios propuestas por Andrews *et al.* (2009, 2010) han sido adoptadas por los modelos teóricos de formación planetaria (Miguel *et al.* 2011 a, 2011b; Fortier *et al.* 2013).

Finalmente, es importante remarcar que los modelos teóricos predicen que la masa de un disco protoplanetario no puede superar el $\sim 20\%$ de la masa de la estrella central dado que se volvería gravitatoriamente inestable (Hartmann *et al.* 1998).

2.2. Formación de planetesimales

El polvo¹ sedimenta rápidamente al plano medio del disco en una escala de $\sim 10^4$ años. La acumulación de los granos de polvo en planetesimales² es el primer paso en el proceso de formación planetaria.

Los procesos físicos que intervienen en la coagulación entre los granos de polvo para formar objetos más grandes no están del todo comprendidos. Existen dos teorías principales que intentan explicar la formación de los planetesimales.

¹Se llama polvo a las partículas con tamaños del orden del micrón.

²Suele definirse por planetesimal a los primeros cuerpos sólidos en formarse que se desacoplan dinámicamente del gas nebular, con tamaños del orden del kilómetro.

La teoría más clásica intenta explicar la formación de los planetesimales a partir de sucesivas colisiones entre las partículas de polvo. Sin embargo, esta teoría tiene dos serios problemas. Los experimentos de laboratorio muestran que, para partículas mayores o del orden del milímetro, el resultado de las colisiones entre ellas suele ser la fragmentación de las mismas en vez de la coagulación entre ellas (Blum y Wurm 2000, Zsom *et al.* 2010, Weidling *et al.* 2012). Además de la ineficiencia en el proceso de coagulación entre partículas mayores al milímetro, existe otro problema, conocido como *la barrera del metro*, y tiene que ver con la rápida migración orbital que sufren las partículas con tamaños del orden del metro, las cuales tienen escalas temporales de decaimiento orbital de tan solo 100 años. Los estudios actuales en este tópico se enfocan en analizar qué posibles fenómenos podrían llevar a superar la barrera del metro.

La otra teoría para la formación de los planetesimales es el mecanismo de inestabilidad gravitatoria. En esta teoría, las partículas de polvo se acumulan en el plano medio del disco y debido a sus interacciones gravitatorias colapsan coherentemente para formar directamente a los planetesimales, aún si la coagulación entre las partículas de polvo es ineficiente y si los tiempos de migración orbital son altos (dado que el proceso ocurre en unos pocos periodos orbitales). De esta manera, con este mecanismo se evita el problema de la barrera del metro. Sin embargo, la principal dificultad que presenta este modelo aparece cuando se incluye la turbulencia del disco, dado que la misma excita las partículas de polvo evitando el colapso gravitatorio. Si bien el fenómeno de inestabilidad gravitatoria como mecanismo de formación de planetesimales fue predicho por Safronov (1969) y Goldreich y Ward (1973), recién en los últimos años se han hecho avances significativos en el estudio de la dinámica de las partículas de polvo acopladas al gas (Johansen *et al.* 2007, Cuzzi *et al.* 2008, Youdin 2011). Estos autores mostraron que aun bajo la existencia de turbulencia en el disco que excite las partículas de polvo, otros mecanismos (en general asociados a procesos aerodinámicos) podrían concentrar grandes cantidades de material e inducir el fenómeno de inestabilidad gravitatoria.

2.3. Crecimiento en fuga de los planetesimales

Luego de la formación de los planetesimales, el crecimiento de los cuerpos se ve favorecido por el enfoque gravitatorio que los mismos generan. Debido a la fuerza de gravedad, los cuerpos con tamaños mayores o del orden del kilómetro aumentan su sección eficaz de colisión, con respecto al radio geométrico, en un factor proporcional al término $(v_{\text{esc}}/v_{\text{rel}})^2$, en donde v_{esc} representa la velocidad de escape y v_{rel} denota la velocidad relativa entre los cuerpos.

Inicialmente la dinámica de la población de planetesimales está gobernada por las interacciones gravitatorias entre los mismos y el amortiguamiento debido al gas. En esta etapa las velocidades relativas entre los planetesimales son bajas, lo que lleva a que las colisiones entre ellos resulten en acreción. Aquellos planetesimales que logran crecer más allá de la media de tamaño de la población crecerán más rápido, a expensas de los demás, dado que el enfoque gravitatorio se hace más eficiente para los cuerpos más grandes. No obstante, la mayor parte de la masa sólida del sistema se mantiene siempre en los planetesimales más pequeños de la población.

Para $v_{\text{rel}} < v_{\text{esc}}$, la tasa de crecimiento de los planetesimales más grandes de la población está dada por la relación (Kokubo e Ida, 1996),

$$\frac{dM}{dt} \propto M^{4/3}. \quad (2.2)$$

Esta relación supra lineal con la masa causa que los planetesimales más masivos se separen en masa de la media de la población a medida que transcurre el tiempo. Este fenómeno recibe

el nombre de *crecimiento en fuga* de los planetesimales (Greenberg *et al.* 1978; Wetherill y Stewart, 1989). Los cuerpos que se encuentran en esta etapa crecen rápidamente mientras las velocidades de dispersión de los planetesimales más chicos, que son acretados, se mantengan relativamente bajas. Sin embargo, a medida que los cuerpos más masivos crecen las perturbaciones gravitatorias sobre los planetesimales se hacen más intensas, produciéndose un aumento en las velocidades relativas entre los cuerpos más masivos y los planetesimales más pequeños. Este efecto lleva a que decrezca la eficiencia del enfoque gravitatorio de los cuerpos más masivos y haya una transición a un régimen de crecimiento más lento.

2.4. Formación de embriones planetarios y transición al crecimiento oligárquico

El crecimiento en fuga de los planetesimales termina cuando los cuerpos más masivos que se forman empiezan a dominar gravitatoriamente a los planetesimales circundantes. En este momento, suele considerarse a dichos cuerpos masivos como embriones planetarios. Estos embriones, a los que en los primeros estudios se los llamó cuerpos oligarcas (Kokubo e Ida, 1998), son los únicos que continúan creciendo por la acreción de planetesimales en un nuevo régimen llamado *crecimiento oligárquico*. Este nuevo régimen de crecimiento es mucho más lento que el crecimiento en fuga. Es importante remarcar que en esta etapa los planetesimales que no han sido acretados aun, dejan de crecer dado que las excitaciones gravitatorias que producen los embriones planetarios aumentan significativamente las velocidades relativas de los planetesimales. Este efecto produce que las colisiones entre planetesimales no estén más en un régimen de coagulación, sino que pasen a un régimen de fragmentación.

Muchos autores han estudiado la transición entre el crecimiento en fuga de los planetesimales y la etapa de crecimiento oligárquico a partir de una población inicial homogénea de planetesimales de radio r_0 (Ida y Makino, 1993; Kokubo e Ida, 1998, 2000, 2002; Ormel *et al.* 2010 a, 2010 b). Dicha transición está caracterizada por,

- la presencia de embriones planetarios, con masas entre $\sim 10^{-4} M_{\oplus}$ y $\sim 10^{-2} M_{\oplus}$, separados unos 10 radios de Hill mutuos entre si,
- una población de planetesimales con una distribución de tamaño entre r_0 y un radio de transición r_t^3 , y con una distribución de masa $dn/dm \propto m^{-p}$, con $p \sim 2.5$, lo que implica que la mayor parte de la masa está distribuida en los planetesimales más chicos de la distribución,
- escalas de tiempo de transición que van desde los $\sim 10^5$ años en las regiones más internas del disco (~ 1 UA) hasta $\sim 10^7$ años en las regiones más externas del disco (~ 35 UA).

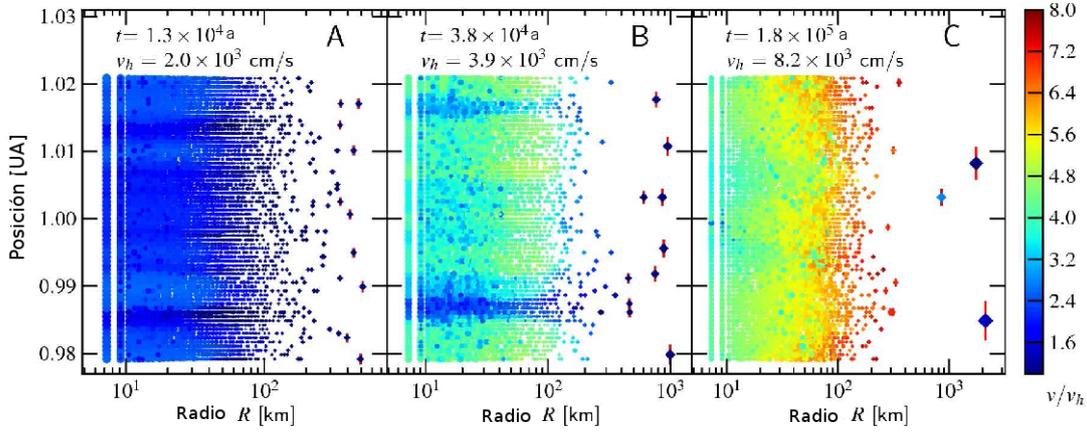
En la Figura 2.2 se muestran los resultados obtenidos por Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b) para la transición del crecimiento en fuga de los planetesimales al crecimiento oligárquico.

2.5. Formación de planetas terrestres: primera etapa

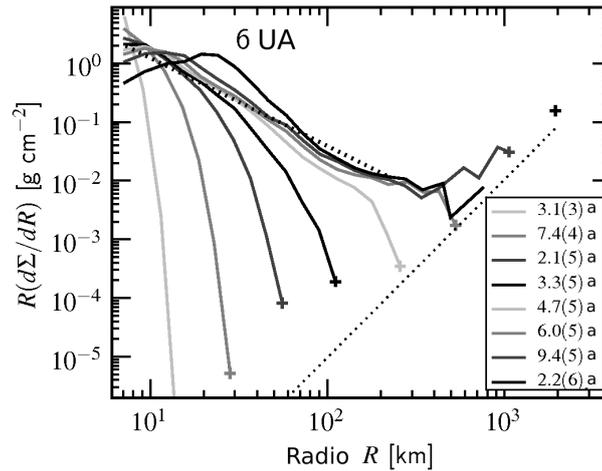
Como vimos en la sección anterior, el comienzo de la etapa de crecimiento oligárquico está caracterizada por la presencia de embriones planetarios, con masas entre $\sim 10^{-4} M_{\oplus}$ y $\sim 10^{-2} M_{\oplus}$, inmersos en una población de planetesimales en la cual está depositada la casi totalidad del material sólido.

³El radio de transición depende de varios parámetros, cómo por ejemplo la densidad de los planetesimales, el radio inicial r_0 , la distancia a la estrella central, y la densidad superficial de planetesimales.

2. Formación de sistemas planetarios



(a) Evolución temporal de la transición del crecimiento en fuga al crecimiento oligárquico para una población inicial homogénea de planetesimales de 10 km de radio a 1 UA. La escala de colores representa el grado de excitación de la población de planetesimales, en donde se mide la velocidad relativa (v) de los mismos normalizada a la velocidad de Hill del cuerpo más grande de la distribución ($v_h = R_H \Omega_k$, siendo R_H el radio de Hill del cuerpo más grande y Ω_k la frecuencia kepleriana). Los rombos representan los 10 cuerpos más masivos y las líneas rojas sus respectivos radios de Hill.



(b) Distribución de masa ($R d\Sigma/dR \propto m d\Sigma/dm$) para una simulación a 6 UA, en donde se estudia el crecimiento en fuga de una población inicial homogénea de planetesimales de 10 km de radio. Cada curva representa que el radio del objeto más grande de la población aumento un factor 2. Luego de 2.2×10^6 años, el radio del embrión planetario (el cual se diferenció de la población de planetesimales) alcanza 2000 km de radio. La línea a trazos representa una distribución de masa $n(m) \propto m^{-2.5}$.

Figura 2.2. Resultados sobre la transición del crecimiento en fuga de los planetesimales al crecimiento oligárquico obtenidos por Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b). Podemos ver cómo a partir de una población inicial homogénea de planetesimales, algunos cuerpos se diferencian de la media de tamaño de la población y crecen hasta convertirse en embriones planetarios. El resultado de la transición es la formación de estos embriones, separados entre si unos 10 radios de Hill mutuos, y una población de planetesimales. Figuras extraídas de los trabajos de Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b).

Se estima que en la región interna del disco ($R \lesssim 2 - 3$ UA, siendo R la distancia a la estrella central) existen unos $10^2 - 10^3$ embriones planetarios, separados ~ 10 radios de Hill mutuos, al inicio de la etapa de crecimiento oligárquico. Estos embriones planetarios continúan su crecimiento debido a la acreción de los planetesimales. Las simulaciones numéricas más detalladas muestran que los embriones pueden acretar planetesimales dentro de un anillo, centrado en la órbita del embrión, de un ancho de $4 - 5$ radios de Hill del planeta a cada lado del mismo. Por lo tanto, la separación entre embriones permite que al inicio de esta etapa cada embrión crezca en forma independiente. Debido al amortiguamiento en las excentricidades e inclinaciones que generan el gas nebular y la fricción dinámica de los planetesimales, los protoplanetas crecen en órbitas cuasi circulares y coplanares, por lo que no es de esperarse que haya cruces entre las órbitas de los embriones. Sin embargo, a medida que los embriones crecen la distancia mutua entre ellos disminuye. Cuando la distancia entre embriones es menor a ~ 3 radios de Hill mutuos, las perturbaciones gravitatorias entre los embriones se vuelven importantes, lo que permite que las órbitas de los mismos puedan cruzarse y se generen fusiones entre embriones. De esta manera, al cabo de $1 - 2$ millones de años solo queden unas decenas de embriones planetarios, los cuales han acretado casi todo el material disponible en la región interna del disco (de Elía *et al.* 2013; Ronco y de Elía, 2014). Estos embriones se mantendrán en órbitas cuasi circulares y coplanares hasta la disipación de la componente gaseosa del disco. En la Figura 2.3 se muestra la primer etapa del proceso de formación de planetas terrestres en la región interna del disco bajo el régimen de crecimiento oligárquico.

2.6. Formación de planetas gigantes

2.6.1. Modelo de acreción del núcleo

El modelo de acreción del núcleo, que intenta explicar la formación de los planetas gigantes, se basa en la hipótesis de que un embrión planetario crece, por la acreción de planetesimales, lo suficientemente rápido como para exceder cierta masa crítica antes de que se disipe la componente gaseosa del disco protoplanetario. Si esta condición se satisface, Perri y Cameron (1974) y Mizuno (1980) mostraron que dicho embrión planetario masivo puede inducir una inestabilidad hidrodinámica⁴ que resulta en una acreción muy rápida de gas sobre el embrión. Dado que la masa crítica es de $\sim 10 M_{\oplus}$, el resultado final es un planeta con una gran envoltura gaseosa pero enriquecido de elementos pesados, es decir, un objeto similar a Júpiter o Saturno.

La formación de un planeta gigante en el marco del modelo de acreción del núcleo está caracterizada por cuatro etapas principales,

- I- **formación del núcleo:** en la región más externa del disco, a una distancia mayor a la que los elementos volátiles presentes en el disco puedan condensar (principalmente el agua), un embrión sólido (que de ahora en más llamaremos núcleo) crece de manera similar a los planetas rocosos por la acreción de planetesimales. Sin embargo, existen algunos factores que favorecen su crecimiento. Por ejemplo, la condensación de los elementos volátiles aumenta considerablemente la cantidad de material sólido para la formación de un núcleo masivo (en la región interna del disco solo existen silicatos). Además, la zona de alimentación del núcleo aumenta a medida que nos alejamos de la estrella central (dado que para una masa constante el radio de Hill aumenta con la distancia a la estrella central), con lo cual el núcleo puede acretar planetesimales de una región mayor. Finalmente, cuando el núcleo alcanza una masa de $\sim 0.1 M_{\oplus}$ es capaz de ligar gravitatoriamente una envoltura gaseosa significativa. Si bien la envoltura inicialmente es poco

⁴Por esta razón es que inicialmente se llamo a este modelo, *modelo de inestabilidad nucleada*.

2. Formación de sistemas planetarios

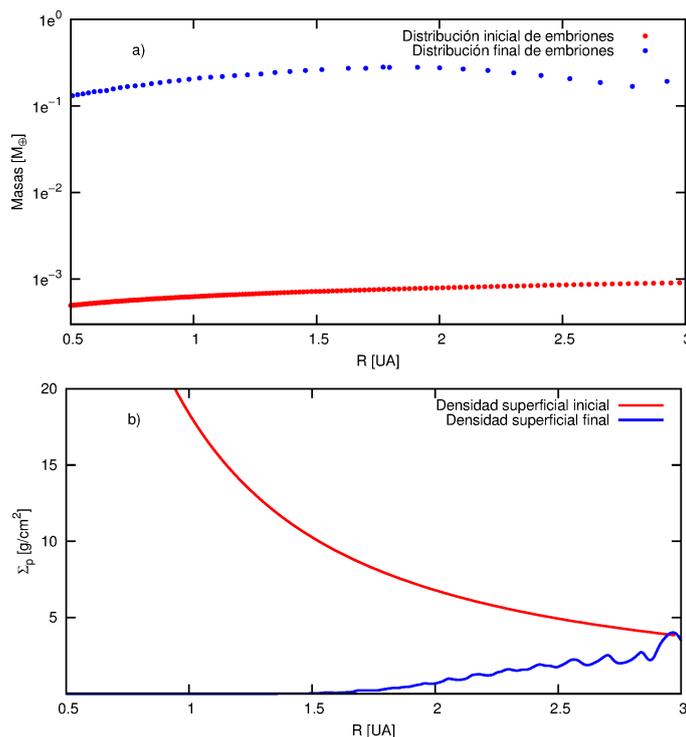


Figura 2.3. Formación de embriones planetarios en la región interna del disco bajo el régimen de crecimiento oligárquico a partir de un modelo semianalítico basado en el código de Brunini y Benvenuto (2008) y Guilera *et al.* (2010). Los embriones crecen por acreción de planetesimales y cuando la distancia entre ellos es menor a 3 radios de Hill mutuos se produce una fusión entre los mismos. Al inicio de la simulación la masa de los embriones es la correspondiente a la masa de transición entre el crecimiento oligárquico y el crecimiento en fuga de los planetesimales dada por Ida y Makino (1993). En ese momento se cuenta con ~ 200 embriones separados ~ 10 radios de Hill mutuos. Luego de 3 millones de años de evolución, momento al cual se considera la disipación de la componente gaseosa del disco, solo quedan ~ 50 embriones planetarios, los cuales han acretado la casi totalidad de planetesimales de la región interna del disco (lo cual está reflejado en la drástica disminución de la densidad superficial de planetesimales). Figura cedida gentilmente por M. P. Ronco, perteneciente al trabajo de Ronco y de Elía (2014).

masiva, en las regiones externas del disco es bastante extendida dado que la temperatura del gas del disco decae rápidamente hacia afuera del mismo. La presencia de la envoltura genera una fricción gaseosa sobre los planetesimales, lo que aumenta notablemente la sección eficaz de captura del planeta,

II- **crecimiento hidrostático de la envoltura:** inicialmente, la envoltura gaseosa del planeta está en equilibrio hidrostático. La energía liberada por los planetesimales que son acretados, la cual es transportada a lo largo de la envoltura por mecanismos radiativos y convectivos, es la que mantiene en equilibrio hidrostático a la envoltura evitando el colapso de la misma. A medida que el tiempo avanza, el núcleo y la envoltura crecen hasta que el núcleo supera la masa crítica. La masa crítica no es una constante, sino que depende de diversos factores, como por ejemplo la tasa de acreción de planetesimales y la opacidad de la envoltura gaseosa,

III- **crecimiento en fuga de la envoltura:** una vez que la masa de la envoltura alcanza la masa del núcleo, las capas de la envoltura se comprimen rápidamente y se dispara la

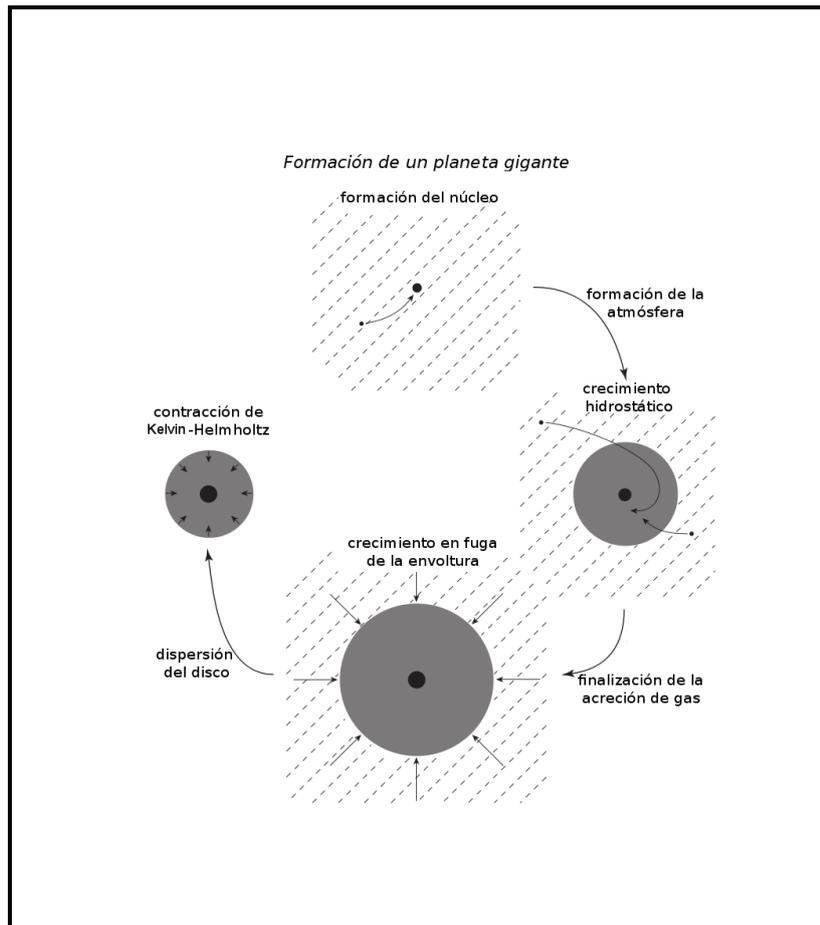


Figura 2.4. Esquema ilustrativo del modelo de acreción del núcleo para la formación de un planeta gigante. Figura perteneciente al trabajo de Armitage (2010).

tasa de acreción de gas, la cual se hace prácticamente exponencial. Grandes cantidades de gas son acretadas en una escala de tiempo muy corta, de unos 10^5 años, a una tasa que esta limitada por la capacidad que tiene el disco de entregarle material al planeta en crecimiento,⁵

- IV- **finalización de la acreción de gas:** finalmente, la acreción de gas termina y el planeta evoluciona en forma aislada, contrayéndose y enfriándose a una masa constante. Sin embargo, los procesos por los cuales un planeta gigante termina la acreción de gas y alcanza su masa final no son del todo comprendidos.

En la Figura 2.4 se muestra un esquema ilustrativo de las cuatro etapas antes mencionadas que caracterizan al modelo de acreción del núcleo.

Acerca de la existencia de una masa crítica

La existencia de una masa crítica se puede demostrar a través de un modelo simple, considerando un núcleo sólido con una envoltura gaseosa en equilibrio hidrostático, inmerso en un disco de gas y sin considerar la acreción de planetesimales. En este escenario, dado

⁵Dado que este proceso ocurre en un estado de cuasi equilibrio hidrostático, y en realidad no ocurre ninguna inestabilidad hidrodinámica, en los últimos años muchos autores han preferido referirse a este modelo como de acreción del núcleo en vez de modelo de inestabilidad nucleada.

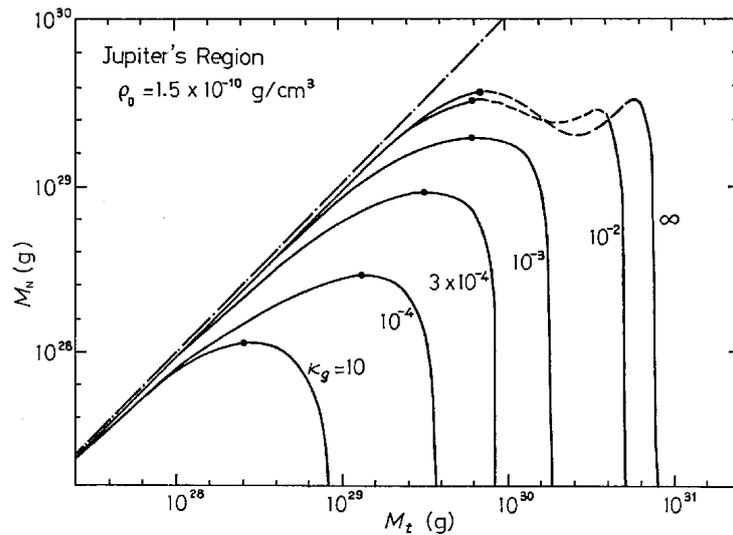


Figura 2.5. Masa del núcleo en función de la masa total ($10^{28} \text{ g} \approx 1.675 M_{\oplus}$). Se consideran modelos estacionarios con una envoltura en equilibrio hidrostático. Los puntos negros sobre las curvas representan la masa crítica del núcleo a partir de la cual la envoltura deja de estar en equilibrio hidrostático. Las diferentes curvas representan distintos valores para la opacidad de los granos (se ve claramente que existe una dependencia con la misma). Figura perteneciente al trabajo de Mizuno *et al.* (1978).

el tiempo necesario, la envoltura pierde todo exceso de calor existente y se enfría hasta que alcanza la temperatura del gas del disco protoplanetario. Se puede mostrar que el perfil de densidad resultante, si la envoltura es poco masiva, aumenta exponencialmente hacia la superficie del núcleo, y la presión que soporta las capas más externas de la envoltura se genera debido a la alta densidad cerca de la superficie del núcleo. Imaginemos ahora que se aumenta lentamente la masa del núcleo. Esto hace que aumente la masa de la envoltura. Esta envoltura con mayor masa puede ser mantenida contra la gravedad aumentando la densidad (y por lo tanto la presión) cerca del núcleo. Una vez que la masa de la envoltura se aproxima a la masa del núcleo, este equilibrio deja de existir, ya que para envolturas todavía más masivas un aumento de la densidad cerca de la superficie del núcleo aumenta significativamente la masa de la envoltura y, por lo tanto, la fuerza de la gravedad. Para masas del núcleo mayores no existe solución hidrostática, ya que cualquier posible aumento de la presión debido a un aumento de la masa de gas fracasa en compensar el peso adicional que se genera al aumentar la masa de la envoltura.

Este procedimiento fue llevado a cabo por Mizuno *et al.* (1978) considerando una envoltura isoterma y adiabática. Estos autores demostraron la existencia de una masa crítica a partir de la cual no existen soluciones en equilibrio hidrostático (Figura 2.5).

Luego, en lo que se consideran los trabajos referentes en este campo, Mizuno (1980) y Stevenson (1982) incorporaron que los núcleos crecen por acreción de planetesimales a tasas constantes (Mizuno estudió envolturas isotermas y adiabáticas, mientras que Stevenson estudió envolturas completamente radiativas). Ambos autores encuentran que existe un valor máximo para la masa del núcleo a partir del cual no existen soluciones estáticas para la envoltura. Utilizando valores realistas para las opacidades y las tasas de acreción de planetesimales, ambos autores encuentran que para masas del núcleo del orden, o mayores, a $10 M_{\oplus}$ se pierde el estado de equilibrio hidrostático de la envoltura. Este valor para la masa crítica está en muy buen acuerdo con las estimaciones de la época para las masas de los núcleos

de los planetas gigantes del Sistema Solar. Además, el valor de la masa crítica resultaba ser poco sensible a las condiciones de borde, es decir, a la posición del planeta en el disco, lo que daba una explicación convincente para el hecho de que las masas de los núcleos de los planetas gigantes del Sistema Solar fueran similares.

Bodenheimer y Pollack (1986) y Pollack *et al.* (1996) fueron los primeros en realizar simulaciones numéricas autoconsistentes para modelar la formación de un planeta gigante, en el marco del modelo de acreción del núcleo, resolviendo de manera acoplada las ecuaciones de transporte y estructura que definen la envoltura junto al crecimiento del núcleo por acreción de planetesimales⁶ y utilizando ecuaciones de estado y opacidades realistas. Inicialmente el núcleo crece a una tasa mucho mayor que la correspondiente a la envoltura gaseosa por la acreción de planetesimales. Cuando la masa de la envoltura se iguala a la masa del núcleo, la energía liberada por los planetesimales no alcanza para evitar el colapso de la envoltura. La misma comienza a contraerse y la tasa de acreción de gas crece casi exponencialmente. Este proceso ocurre en una escala de tiempo muy corta, sin embargo, a diferencia de los resultados de Mizuno (1980) y Settevenson (1982), la envoltura gaseosa siempre está en equilibrio hidrostático. Éste es quizás el resultado más importante de los trabajos de Bodenheimer y Pollack (1986) y Pollack *et al.* (1996). Si bien muchos autores siguen utilizando el concepto de masa crítica, éste se utiliza para referirse a la masa del núcleo cuando el planeta comienza con la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura.

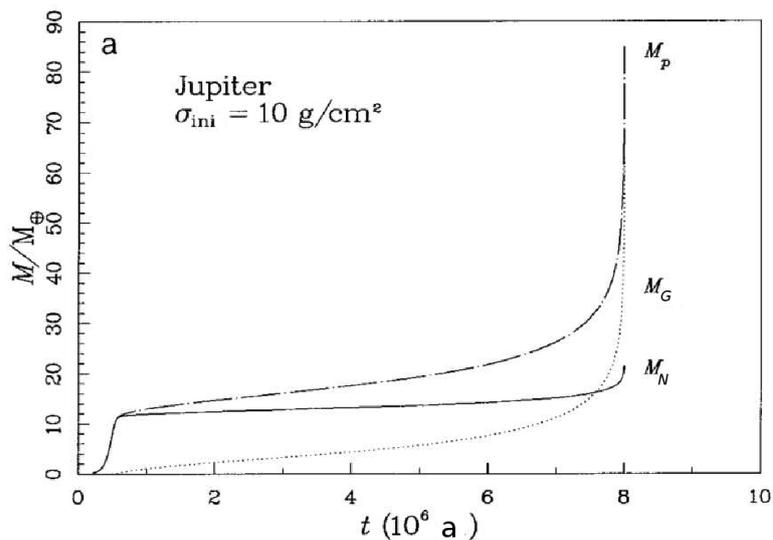
Un hecho interesante es que el trabajo de Pollack *et al.* (1996) no considera que el núcleo del planeta crece en el régimen de crecimiento oligárquico, sino que adoptan una tasa mucho más rápida para el crecimiento del mismo. Este régimen de pseudo crecimiento en fuga del núcleo permite que éste alcance rápidamente, en 1 - 2 millones de años, masas $\gtrsim 10 M_{\oplus}$ debido a la acreción de la casi totalidad de los planetesimales en su zona de alimentación. Luego, el núcleo evoluciona prácticamente a masa constante por un par de millones de años mientras el planeta acreta lentamente el gas circundante, hasta que la masa de la envoltura iguala la masa del núcleo y comienza la etapa de crecimiento en fuga para la misma (Figura 2.6(a)).

Sin embargo, cuando se considera que el núcleo crece en el régimen de crecimiento oligárquico (Fortier *et al.* 2007, 2009), la situación es algo diferente. En primer lugar, los tiempos de formación de un núcleo masivo ($\gtrsim 10 M_{\oplus}$) son mayores respecto a considerar un régimen de crecimiento más rápido como el considerado por Pollack *et al.* (1996). Además, el núcleo está en constante crecimiento hasta que la envoltura iguala su masa y comienza la etapa de crecimiento en fuga para la misma (Figura 2.6(b)). Cuando se incorpora el crecimiento oligárquico en los modelos de formación de planetas gigantes, en el marco del modelo de acreción del núcleo, la principal preocupación es lograr la formación de un núcleo masivo en un tiempo compatible con la vida media estimada para los discos protoplanetarios.

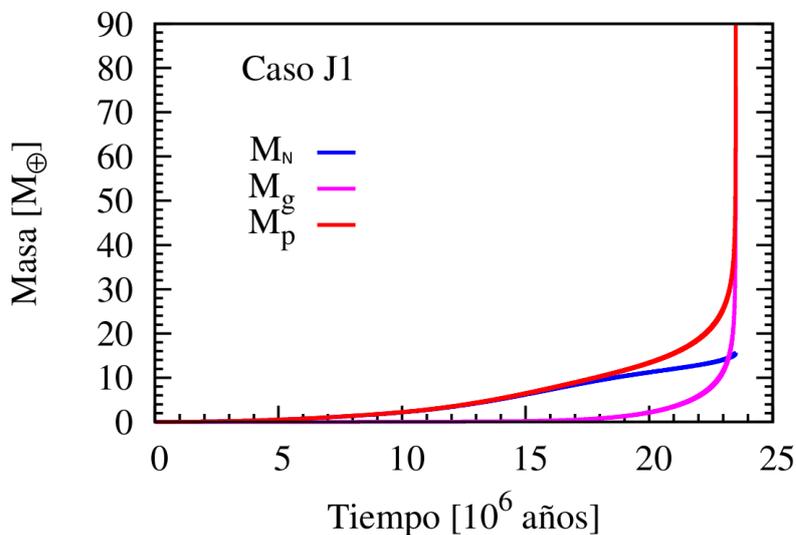
2.6.2. Modelo de inestabilidad del disco

Las estrellas se forman a través del colapso gravitatorio dentro de las nubes moleculares, y Boss (1997) ha defendido la idea, previamente propuesta por Kuiper (1951) y Cameron (1978), de que los planetas gigantes gaseosos podrían formarse en los discos protoplanetarios de una manera similar. Esta hipótesis es comúnmente conocida como modelo de inestabilidad del disco, debido a que los planetas gigantes gaseosos se formarían como consecuencia de inestabilidades gravitatorias en el disco, las que conducirían a la fragmentación del mismo en grumos autogravitantes con masas del orden de la masa de Júpiter.

⁶Bodenheimer y Pollack (1986) consideraron una tasa constante de acreción de planetesimales, mientras que Pollack *et al.* (1996) adoptaron un modelo de pseudo crecimiento en fuga para la tasa de acreción de planetesimales.



(a) Formación de un planeta gigante bajo un régimen de pseudo crecimiento en fuga para el núcleo. Este gráfico corresponde al caso J1 (la posición del planeta es 5.2 UA, la densidad superficial de planetesimales en esa posición es de 10 g/cm^2 y el tamaño de los planetesimales es de 100 km) del trabajo de Pollack *et al.* (1996). Se distinguen tres fases: la rápida formación del núcleo, la lenta acreción de la envoltura y cuando la masa de la envoltura iguala la del núcleo el crecimiento exponencial de la envoltura.



(b) Formación de un planeta gigante bajo el régimen de crecimiento oligárquico para el núcleo. Este gráfico corresponde a la Tesis Doctoral de la Dra. Andrea Fortier. Se calcula la formación de un planeta gigante con las mismas condiciones correspondientes al caso J1 del trabajo de Pollack *et al.* (1996).

Figura 2.6. Comparación para la formación de un planeta gigante en el marco del modelo de acreción del núcleo, considerando dos regímenes distintos para el crecimiento del núcleo. Figuras extraídas de los trabajos de Pollack *et al.* (1996) y de la Tesis Doctoral de Andrea Fortier.

Una diferencia importante respecto al modelo de acreción del núcleo es que, si prevalecen las condiciones de inestabilidad del disco, los planetas gigantes se formarían muy rápidamente, entre unos pocos a unas decenas de períodos orbitales.

La cuestión crítica para este modelo es poder determinar cuándo y dónde las condiciones necesarias para la fragmentación del disco podrían ocurrir y si los grumos que se forman pueden sobrevivir.

Acerca de las inestabilidades gravitatorias

Las inestabilidades gravitatorias son causadas por la propia gravedad del disco, pero a diferencia de la formación de las estrellas, la formación de un planeta gigante a través de inestabilidades gravitatorias está fuertemente influenciada por la rotación del disco, y además ocurre en un ambiente termodinámico diferente. Para entender cómo funcionan las inestabilidades gravitatorias, consideremos las ecuaciones básicas de equilibrio para un disco de gas orbitando una estrella central para el caso en donde la autogravedad del disco no puede ser ignorada. Tendremos dos ecuaciones básicas, una para la componente vertical del disco, y otra para su componente radial,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{GM_\star}{R^2} \right) \left(\frac{z}{R} \right) + 2\pi G \Sigma_g(R, z) &= 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R} - R \Omega_k^2 + \left(\frac{GM_\star}{R^2} \right) - g_R^D &= 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

en donde z y R son las coordenadas vertical y radial, respectivamente, ρ denota la densidad volumétrica de gas y p la presión, Ω_k es la frecuencia kepleriana, G es la constante gravitatoria universal, M_\star es la masa de la estrella central, Σ_g es la densidad superficial de gas y g_R^D representa la componente radial adicional del campo de gravedad debida a la autogravedad del disco, la cual depende de la dependencia de Σ_g con R .

Para analizar analíticamente cuándo un disco se vuelve inestable se plantean perturbaciones lineales de tipo ondas sobre las cantidades de equilibrio. Se puede demostrar analíticamente que un disco se vuelve localmente inestable si

$$Q = \frac{c\kappa}{\pi G \Sigma_g} < 1, \quad (2.4)$$

siendo c la velocidad del sonido y κ la frecuencia epicyclica (para un disco puramente kepleriano $\kappa = \Omega_k$). Esta relación indica que un disco protoplanetario se vuelve gravitatoriamente inestable si es lo suficientemente frío (lo que implica bajos valores de c), o si es lo suficientemente masivo (lo que implica altos valores de Σ_g). Sin embargo, las simulaciones numéricas de discos multidimensionales (2D y 3D) muestran que bajo perturbaciones asimétricas en forma de ondas espirales los discos se vuelven inestables para

$$Q = \frac{c\kappa}{\pi G \Sigma_g} < Q_{\text{crit}}, \quad (2.5)$$

en donde Q_{crit} toma valores entre 1.5 y 2, dependiendo de la estructura del disco de gas. Esto indica que perturbaciones en forma de ondas espirales son más inestables que las perturbaciones lineales. De hecho, las simulaciones numéricas muestran que el crecimiento de las inestabilidades gravitatorias bajo perturbaciones lineales está caracterizado por la generación de múltiples brazos espirales (Figura 2.7).

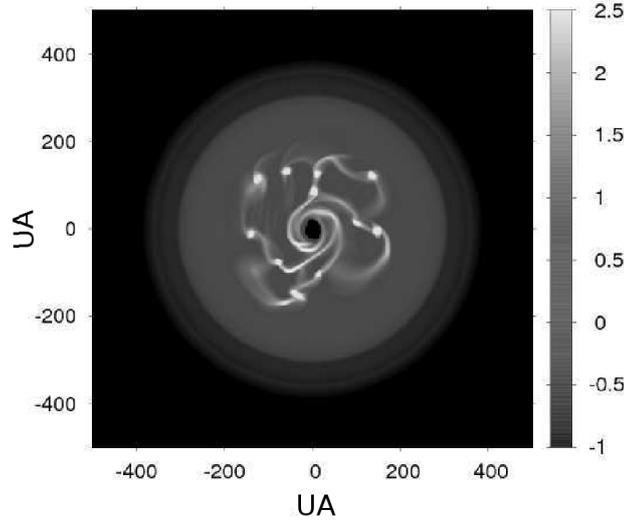


Figura 2.7. Logaritmo de la densidad superficial de gas (en gr/cm^2) para un disco protoplanetario que se está fragmentando por inestabilidades gravitatorias. Los grumos densos (los puntos blancos en el gráfico) tienen masas entre $4 M_J$ y $14 M_J$, siendo M_J la masa de Júpiter. Figura perteneciente al trabajo de Boley (2009).

Para una estrella de tipo solar, a 5.2 UA (la posición de Júpiter) asumiendo $Q_{\text{crit}} \sim 1.7$, la Ec. 2.4 puede escribirse como,

$$Q \sim 1.7 \left(\frac{3 \times 10^3 \text{gr}/\text{cm}^2}{\Sigma_g} \right). \quad (2.6)$$

Por lo que para que el disco sea inestable a 5.2 UA, $\Sigma_g \gtrsim 3 \times 10^3 \text{gr}/\text{cm}^2$. Esto implica que se necesitan discos masivos, con masas $\gtrsim 0.1 M_\odot$. Pero aun si el disco es estable a la distancia de Júpiter, puede llegar a ser gravitatoriamente inestable a distancias mayores. Por ejemplo, si consideramos un perfil de temperatura de la forma $T \propto R^{-1/2}$ y consideramos que la densidad superficial de gas es de la forma $\Sigma_g \propto R^{-p}$, tenemos que

$$Q = \frac{c\kappa}{\pi G \Sigma_g} \propto \frac{T^{1/2} \Omega_k}{\Sigma_g} \propto R^{p-7/4}, \quad (2.7)$$

lo que nos dice que si $p < 1.75$, Q decrece hacia afuera del disco.

Sin embargo, que el disco sea gravitatoriamente inestable no garantiza que el mismo se fragmente en grumos de alta densidad. A medida que las perturbaciones crecen, transforman parte de la energía rotacional del disco en calor. Si el disco no elimina este exceso de calor, la temperatura y por ende c aumentan, pudiendo *apagar* la perturbación. La escala temporal de crecimiento de las perturbaciones es del orden del período rotacional, $\tau_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega_k$. Para que el disco se fragmente eficientemente en grumos densos se tiene que satisfacer que,

$$\tau_{\text{enf}} \lesssim \tau_{\text{rot}}, \quad (2.8)$$

en donde τ_{enf} denota la escala temporal en la que el disco elimina el exceso de calor generado por la perturbación. Este parámetro depende de las condiciones termodinámicas del disco y de los mecanismo de transporte de energía.

Para el caso especial de discos isotermos en la dirección normal al plano medio del disco, $\tau_{\text{enf}} \sim 0$, y para que el disco se fragmente se tiene que satisfacer que $Q \lesssim 1.4 - 1.5$ (Boss, 2000;

Mayer *et al.* 2002). Pero si se considera que el disco es radiativo, la situación es mucho más compleja. Vimos que para satisfacer la condición de inestabilidad en la posición de Júpiter el disco tenía que ser masivo ($M_d \gtrsim 0.1 M_\odot$). Considerando que el disco es radiativo, se estima que $\tau_{\text{enf}}/\tau_{\text{rot}} \sim 10^4$ para tal disco. Un disco que es lo suficientemente masivo para ser inestable en 5.2 UA se enfría muy lentamente como para fragmentarse (Rafikov, 2005). Por otro lado, Clarke (2009) mostró que las condiciones de inestabilidad y fragmentación pueden satisfacerse simultáneamente a grandes distancias, del orden de las ~ 100 UA.

Las simulaciones numéricas en este tópico son extremadamente complejas y muy costosas. Por ende, los resultados obtenidos son dispares y controversiales. Algunos autores (por ejemplo Forgan *et al.* 2009, Boley y Durisen 2008) encuentran que las condiciones para que se produzca la fragmentación del disco son muy difíciles de satisfacer dado que el disco no se enfría lo suficientemente rápido. Por otro lado, Boss (2008) encuentra que el mecanismo para que el disco se fragmente en grumos con masas del orden de la de Júpiter es robusto. Boss muestra que el enfriamiento puramente radiativo no es lo suficientemente rápido para satisfacer la condición de fragmentación del disco y atribuye la fragmentación en sus simulaciones a un enfriamiento rápido debido al transporte convectivo en la dirección normal al plano medio del mismo.

Más allá de la discrepancia en los resultados, un hecho interesante es que los planetas gigantes formados por este mecanismo pueden igualmente presentar núcleos de alta densidad. Helled y Schubert (2009) mostraron que un planeta de la masa de Júpiter formado por el mecanismo de inestabilidad del disco puede acretar planetesimales y formar un núcleo masivo por sedimentación, por lo que la presencia de un núcleo masivo no es en principio un argumento para desechar este mecanismo para la formación de planetas gigantes gaseosos, aunque con el mismo no puede explicarse la formación planetas gigantes helados. Actualmente el mecanismo de inestabilidad del disco es tal vez el único capaz de explicar la existencia de planetas gigantes masivos a grandes distancias de la estrella central, tales como Fomalhaut b (Kalas *et al.* 2008) y HR8799 b, c, y d (Marois *et al.* 2008).

2.7. Migración planetaria

La presencia de un planeta en el disco modifica la distribución de gas en la vecindad del planeta. Las interacciones gravitatorias entre el planeta y el gas generan un torque que modifica la órbita del planeta. Esto produce que el planeta migre hacia adentro o hacia afuera del disco protoplanetario y además amortigua o excita la excentricidad e inclinación de su órbita. La dirección y la tasa a la cual migra el planeta dependen de su masa y de las propiedades locales del disco de gas. Se pueden distinguir dos casos límites, el primero llamado migración de tipo I, que afecta a planetas de baja masa en donde la interacción entre el planeta y el disco se puede estudiar utilizando un desarrollo lineal; el segundo caso, llamado migración de tipo II, afecta a planetas con masas del orden o mayores a la de Júpiter en donde el planeta es tan masivo que puede abrir una brecha en el disco de gas alrededor de su órbita.

2.7.1. Migración de tipo I

Cuando un planeta tiene poca masa las perturbaciones que genera en el disco de gas son pequeñas. Sin embargo, estas perturbaciones pueden ser significativas en la vecindad de las resonancias de Lindblad. Estas resonancias están localizadas en donde se satisface la siguiente relación,

$$\Omega_g = \Omega_p \pm \kappa_g/m, \quad (2.9)$$

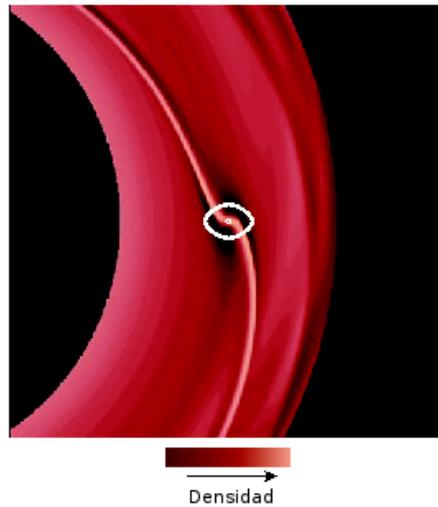


Figura 2.8. Simulación hidrodinámica que muestra cómo se comporta un planeta de baja masa inmerso en un disco de gas. Las diferentes tonalidades de rojo indican una escala para la densidad superficial de gas. El planeta, localizado en el centro de la figura, genera ondas espirales de densidad en el gas que transportan momento angular causando su migración. Figura perteneciente al trabajo de Chambers (2009).

en donde Ω_g y Ω_p son la velocidad angular del gas y el planeta, respectivamente, k denota la frecuencia epicíclica del gas ($\kappa_g \sim \Omega_g$) y m es un número entero. Estas resonancias pueden pensarse como equivalentes a resonancias de movimientos medios de primer orden $P_g = P_p(m \pm 1)/m$, con P_g y P_p los períodos del gas y el planeta, respectivamente. Puede mostrarse (ver Papaloizou *et al.* 2007) que en las resonancias de Lindblad se generan ondas espirales de densidad que transportan momento angular del planeta hacia otras regiones del disco (Figura 2.8).

El disco de gas detrás de la órbita del planeta ejerce un torque negativo sobre el mismo, mientras que el gas interno a la órbita del planeta ejerce un torque positivo. En general estos dos torques no son iguales dado que las posiciones de las resonancias internas y externas de Lindblad no son simétricas respecto a la órbita del planeta.

Las interacciones gravitatorias entre el planeta y el disco de gas también pueden ser importantes en la resonancia de corrotación $\Omega_g = \Omega_p$, donde el gas y el planeta orbitan a la misma velocidad. Para planetas de baja masa, los torques generados por estas resonancias son generalmente demasiado pequeños como para compensar el torque diferencial de Lindblad, excepto en las regiones en donde existe un fuerte gradiente en la densidad superficial del gas.

Para discos isotermos en la dirección normal al plano medio del disco, la migración de tipo I siempre es hacia la estrella central (Tanaka *et al.* 2002). Es más, para estos discos la migración es extremadamente rápida. Un planeta con una masa de $1 M_\oplus$ a una distancia de 1 UA o un planeta con una masa de $10 M_\oplus$ a 5 UA (ambos tienen la misma tasa de migración) cae a la estrella central en $\sim 10^5$ años en un disco de $\sim 0.01 M_\odot$. Esto representa un gran problema para la teoría de formación planetaria, en especial para la formación de los núcleos de los planetas gigantes en el marco del modelo de acreción del núcleo.

Sin embargo, la migración de tipo I puede cambiar sustancialmente si se consideran discos más realistas (lo que implica modelos mucho más complejos), en donde se incorpora transporte de energía radiativo o convectivo en la dirección normal al plano medio del disco (Kley y Crida, 2008; Paardekooper y Mellena, 2006; Paardekooper *et al.* 2010, 2011). Si la opacidad del disco es similar a la del medio interestelar, planetas con masas menores a $\sim 50 M_\oplus$ tienden

a migrar hacia afuera debido a un aumento de los torques de corrotación. Si la opacidad es menor (debido a la coagulación de los granos de polvo), la migración es interna en las regiones externas del disco, mientras que en las regiones internas del disco la migración es hacia afuera del mismo, lo que lleva a que existan zonas de convergencias que puedan favorecer el proceso de formación planetaria.

Otro hecho importante es que cuando la masa del planeta alcanza las $\sim 10 M_{\oplus}$, los torques de corrotación se hacen importantes, y la migración de tipo I ya no puede ser tratada de manera lineal. En este régimen la migración es mucho más lenta o hasta puede revertirse (respecto al caso de discos isotermos), dependiendo de la viscosidad del disco y del gradiente de la densidad superficial de gas (Masset *et al.* 2006).

2.7.2. Migración de tipo II

El torque que ejerce un planeta masivo puede ser lo suficientemente intenso como para abrir una brecha en el disco de gas alrededor de su órbita (Figura 2.9). Para mantener abierta la brecha, el torque ejercido por el planeta sobre el disco debe ser mayor a la presión y las fuerzas viscosas que ejerce el disco de gas. Se puede mostrar que un planeta de masa M expulsa más del 90 % del gas alrededor de su órbita cuando,

$$\frac{3H}{4R_H} + \frac{50\nu}{Rv_k} \left(\frac{M_{\star}}{M} \right) \lesssim 1, \quad (2.10)$$

en donde H es la escala de altura del disco de gas, R_H es el radio de Hill del planeta, ν representa la viscosidad del disco, R es la coordenada radial, v_k es la velocidad kepleriana y M_{\star} la masa de la estrella central (Crida *et al.* 2006).

Una vez que el planeta abre una brecha, su evolución orbital queda ligada a la del disco y el planeta migra a la misma tasa que el gas, determinada por la evolución viscosa del disco. Si el planeta se acerca a cualquiera de los bordes de su brecha, el desequilibrio del torque resultante actúa para devolver al planeta hacia el centro de la brecha.

A diferencia de lo que sucede con la migración de tipo I, no existe gran controversia acerca de la migración de tipo II. Un planeta masivo tiene una velocidad de migración dada por,

$$v_{\text{migII}} \approx -\frac{3\nu}{2R}. \quad (2.11)$$

Las tasas de migración de tipo II son, en general, menores a las correspondientes para la migración de tipo I aunque siguen siendo lo suficientemente grandes para ser un problema en la teoría estándar de formación planetaria, sobre todo para la supervivencia de planetas gigantes en discos con valores significativos de la viscosidad.

Planetas muy masivos pueden migrar a una tasa menor que la dada por la Eq. (2.11) debido a que existe un torque máximo que puede ejercer el disco como resultado de su evolución viscosa. Cuando la masa del planeta satisface que $M \gtrsim \pi R^2 \Sigma_g$, la tasa de migración de tipo II depende de $\Sigma_g R^2 / M$ en vez de la viscosidad del disco (Ida y Lin, 2004; Edgar, 2007).

2.7.3. Migración de tipo III

Existe un régimen intermedio entre la migración de tipo I y la de tipo II, conocida como migración de tipo III, la cual afecta a planetas de masas intermedias. Planetas con masas similares a la de Saturno pueden abrir una brecha parcial dentro del disco de gas. El gas que se mantiene cercano al planeta ejerce un torque de corrotación que crece proporcionalmente a la velocidad de migración. Este efecto puede generar una tasa de migración muy alta, ya sea hacia la estrella central o hacia afuera del disco, dependiendo de las condiciones

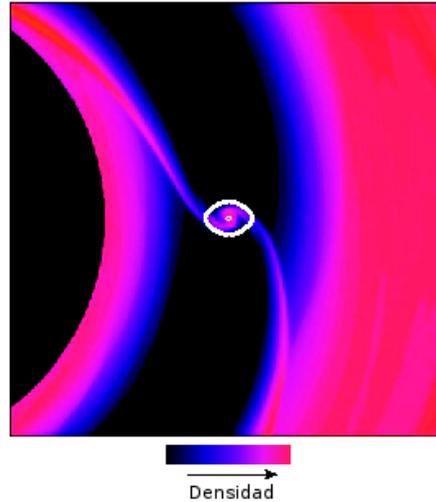


Figura 2.9. Simulación hidrodinámica que muestra cómo un planeta masivo abre una brecha dentro del disco de gas. La escala de color indica una escala para la densidad superficial de gas. Figura perteneciente al trabajo de Chambers (2009).

termodinámicas y de la estructura del disco (Masset y Papaloizou, 2003). Sin embargo, no está claro dónde pueden ocurrir en el disco las condiciones necesarias para generar la migración de tipo III (D'Angelo y Lubow, 2008) y cuánto tiempo duraría la misma, dado que un planeta de la masa de Saturno inmerso en un disco de gas acretaría grandes cantidades de éste en una escala de tiempo muy corta, del orden o incluso menor que la de las tasas de migración de tipo III (Machida *et al.* 2010, Morbidelli *et al.* 2014).

2.7.4. ¿Cómo afecta la migración a la formación planetaria ?

Formación de planetas gigantes

Si los planetas gigantes se forman por el mecanismo de acreción del núcleo, entonces sus núcleos son susceptibles a estar bajo el régimen de migración de tipo I. En ausencia de migración los núcleos de los planetas gigantes deben formarse antes de la disipación de la componente gaseosa del disco ($\lesssim 10^7$ años), en discos con masas intermedias a altas donde haya suficiente material sólido ($M_d \gtrsim 0.03 M_\odot$). En las secciones anteriores mostramos que en el régimen de crecimiento oligárquico, la formación de un núcleo masivo requiere de al menos unos pocos millones de años (Fortier *et al.* 2007, 2009). Sin embargo, la escala de tiempo en la que un núcleo, ubicado a ~ 5 UA, cae a la estrella central por el régimen de migración de tipo I (para el caso clásico de un disco isoterma) es de tan solo $\sim 10^5$ años. De esta manera, la migración tipo I implica un serio problema para el modelo de acreción del núcleo, si éstos migran realmente a tasas tan altas.

La mayoría de los trabajos sobre formación planetaria que incluyen la migración de tipo I para discos isotermos, utilizan un factor de reducción *ad hoc* para la misma. Para poder reproducir la distribución observada de planetas gigantes extrasolares y la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar se necesita reducir la tasa de migración tipo I en un factor entre 100 y 1000 (Alibert *et al.* 2005; Ida y Lin, 2008; Miguel *et al.* 2011 a, 2011 b). Sin embargo, la mayoría de estos trabajos consideran discos con perfiles de densidad superficial que varían suavemente con la distancia a la estrella central. Este no sería el caso para discos realistas, los cuales podrían contener discontinuidades en la densidad superficial debido a la condensación de elementos volátiles (Kretke y Lin 2007) o en los bordes de las llamadas *zonas*

muertas del disco⁷ (Matsumura *et al.* 2007). En los lugares en donde hay discontinuidades en la densidad superficial del gas, el torque que genera la migración de tipo I es mucho menor, o hasta puede invertirse generando zonas de convergencia y posiciones preferenciales para la formación de planetas gigantes. Las zonas muertas pueden proveer un ambiente preferencial para la formación de planetas gigantes dado que en estas zonas un planeta puede abrir una brecha sin ser necesariamente masivo (Edgar *et al.* 2007), y la posterior migración tipo II es mucho más lenta debido a los bajos valores de la viscosidad (Matsumura *et al.* 2007).

Por otro lado, también vimos que si se consideran discos más realistas, con transporte radiativo o convectivo, la migración de tipo I puede ser mucho más lenta en comparación al caso isoterma, e incluso revertirse, y pueden hasta formarse regiones de convergencia. Mordasini *et al.* (2011), incorporan en sus modelo de formación planetaria las prescripciones para la migración de tipo I deducidas por Paardekooper *et al.* (2010) para discos adiabáticos. Mordasini *et al.* (2011) encuentran que existen zonas de convergencia en el disco hacia donde migran los planetas de baja masa, lo que favorece la tasa de formación de planetas gigantes.

Finalmente, es interesante hacer mención a una situación particular. Una vez que se formó un planeta gigante, éste abre una brecha en el disco de gas. Los embriones externos que migran en el régimen de migración de tipo I pueden acumularse en el borde externo de dicha brecha, en donde debido a los torques de corrotación pueden invertir su migración. Si suficiente material se acumula en el borde externo de la brecha, ya sean embriones de baja masa, planetesimales o fragmentos (productos de colisiones), un segundo planeta gigante podría formarse en esta región (Kobayashi *et al.* 2012).

Migración de planetas gigantes

La migración de tipo II, la cual afecta a los planetas gigantes, está un poco mejor comprendida que los otros regímenes de migración. Los planetas gigantes sufren inevitablemente la migración de tipo II en un disco que evoluciona por acreción viscosa. Cuando un planeta gigante tiene una masa pequeña comparada con la masa del disco, la tasa de migración es independiente de su masa. Básicamente, el factor importante para determinar cuánto migra el planeta es el intervalo de tiempo entre su formación y la disipación del disco de gas. Para planetas gigantes masivos, con $M \gtrsim \pi R^2 \Sigma_g$, la tasa de migración es algo menor y depende del factor Σ_g/M . Esto implica que aquellos planetas que se forman más tarde en el disco tienen mayor probabilidad de sufrir migraciones pequeñas, dado que la masa del disco es menor y el tiempo hasta que el gas se disipe también es menor. La distribución de planetas extra solares del tipo *Júpiter Calientes*⁸ puede explicarse naturalmente por el mecanismo de migración de tipo II. Un hecho interesante es que $\sim 90\%$ de los sistemas planetarios que contienen un Júpiter Caliente no contienen otro planeta gigante gaseoso.

Otro hecho interesante es que una fracción no despreciable de planetas en sistemas múltiples se encuentran en resonancias de movimientos medios (RMM, Marcy *et al.* 2005), en general en la resonancia 2:1. Esta evidencia observacional lleva a pensar en procesos de captura en resonancias durante la migración de dichos planetas. En efecto, cuando dos planetas gigantes se forman en un mismo disco, cada uno abre una brecha en el disco de gas. Si por alguna razón el planeta más interno migra más lentamente, las órbitas de ambos planetas pueden converger, las brechas se solapan y ambos planetas terminan orbitando en torno a la estrella central en alguna resonancia de movimientos medios dentro de una brecha común para los dos planetas (Figura 2.10).

Finalmente, otra configuración de mucho interés, por su posible aplicación a la formación

⁷Las zonas muertas son regiones en el disco con muy bajos valores para la viscosidad del mismo.

⁸Planetas con masas $M > 0.5M_J$ y períodos orbitales $P < 10$ días.

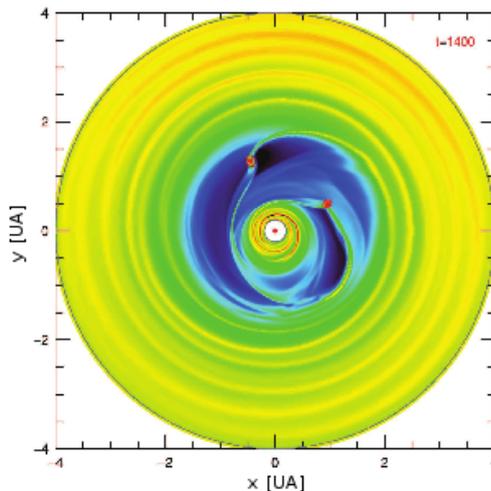


Figura 2.10. Escala de color para la densidad superficial de gas cuando dos planetas gigantes quedan capturados en la resonancia 2:1 de movimientos medios. Las líneas rojas indican los tamaños de los radio de Hill de cada planeta. Ambos planetas orbitan inmersos en una misma brecha, y cada uno siente sólo el torque generado por un solo lado del disco, lo que ayuda a mantener la condición de resonancia. Figura perteneciente al trabajo de Kley y Nelson (2012).

de nuestro Sistema Solar, ocurre para dos planetas gigantes cuando el planeta externo es menos masivo que el interno de manera que pueda llegar a estar en el régimen de migración tipo III. En este caso, el planeta externo migra más rápido que el interno pudiendo cruzar la resonancia 2:1 y ambos planetas quedar atrapados, dentro de la misma brecha, en la resonancia 3:2 (Masset y Snellgrove, 2001). De hecho, este resultado es el predominante si el planeta externo tiene $\sim 1/3$ de la masa del planeta interno (Pierens y Nelson, 2008). Esta situación produce que la parte interna del disco de gas ejerza un torque mayor que el que produce la parte externa y ambos planetas migren hacia afuera manteniéndose en la resonancia 3:2. Esta migración hacia afuera del disco también podría ser una posible explicación de la existencia de planetas gigantes a grandes distancias (~ 100 UA) de la estrella central.

Formación de planetas terrestres

Los planetas terrestres sólo están afectados por la migración de tipo I. El problema planteado por la rápida migración interna de tipo I es quizás menos severo para los planetas terrestres que para los núcleos de los planetas gigantes, dado que la etapa final de la formación de los planetas terrestres puede tener lugar después de la disipación de la componente gaseosa del disco.

Las simulaciones numéricas sobre la formación de planetas terrestres que incluyen la migración de tipo I muestran que el crecimiento y la migración ocurren inicialmente en la zona interna del disco, y a medida que transcurre el tiempo se hace cada vez más importante a mayores distancias (McNeil *et al.* 2005). Gran parte de la masa sólida presente dentro de 1 – 1.5 UA se pierde y es sustituida por embriones planetarios que migran desde las zonas externas del disco (Daisaka *et al.* 2006). En situaciones en las que un embrión externo adquiere más masa respecto a un embrión interno, la migración convergente tiene lugar, y con frecuencia conduce a que ambos embriones queden capturados en RMM (Cresswell y Nelson, 2008). Dos o más embriones capturados en RMM entre sí migran hacia el interior del

disco a una tasa determinada por su masa media. Aparte de la posible captura en RMM, las interacciones entre embriones tienen relativamente poco efecto sobre las tasas de migración de tipo I. Las tasas de migración de tipo I disminuyen con el tiempo a medida que disminuye la densidad superficial de gas en el disco, por lo que los embriones que se forman más tarde tienen mayores probabilidades de sobrevivir. Para estos embriones, la escala de tiempo de migración puede resultar mayor al tiempo de disipación del disco de gas, y la migración deja de ser importante.

La masa final en la zona de los planetas terrestres no depende significativamente de la masa del disco inicial (Ida y Lin, 2008). Discos masivos generan embriones masivos rápidamente, pero estos se pierden debido a la migración de tipo I, y la cantidad de masa disponible para formar planetas se reduce. Por otro lado, en los discos de baja masa los embriones masivos tardan más tiempo en formarse, por ende las tasas de migración resultantes son más bajas y no se pierde tanto material. Una consecuencia natural de la migración de tipo I es que $\gtrsim 10\%$ de la masa contenida en los planetas de la zona interna del disco se origina en las zonas más externas del mismo.

2.8. Formación de planetas terrestres: crecimiento pos oligárquico

Una vez que los embriones planetarios contienen la mayor parte de la masa sólida de una región del disco, la fricción dinámica que generan los planetesimales (la cual amortigua las excentricidades e inclinaciones orbitales) deja de ser importante. Cuando la componente gaseosa del disco se disipa, las excentricidades e inclinaciones de los embriones comienzan a crecer debido a las interacciones gravitatorias entre ellos. El enfoque gravitatorio se reduce y las tasas de colisión disminuyen notablemente.

En la región más externa del disco la escala de tiempo de crecimiento del material remanente es de $\sim 10^9$ años (Levison y Stewart, 2001). En la región interna el crecimiento continúa, pero a una escala mucho menor en comparación con la etapa de crecimiento oligárquico. Debido al aumento de las excentricidades e inclinaciones las órbitas de los embriones empiezan a cruzarse. Los embriones comienzan a tener colisiones entre sí a medida que acretan los planetesimales remanentes. Las simulaciones numéricas (Raymond *et al.* 2006; de Elía *et al.* 2013; Ronco y de Elía, 2014) muestran que las escalas temporales para la formación de planetas de tipo terrestres son de $\sim 10^7 - \sim 10^8$ años (Figura 2.11). Estas escalas son consistentes con las estimaciones cosmoquímicas del tiempo requerido para la formación de la Tierra (Touboul *et al.* 2007). Esta etapa final para el crecimiento de los planetas terrestres es muy caótica, diferentes resultados son encontrados a partir de condiciones iniciales muy similares (Chambers, 2001).

Finalmente, el número, las características de las órbitas, las masas y la composición de los planetas terrestres dependen fuertemente de la presencia, o no, de planetas gigantes en el sistema (O'Brien *et al.* 2006, Raymond *et al.* 2006, de Elía *et al.* 2013).

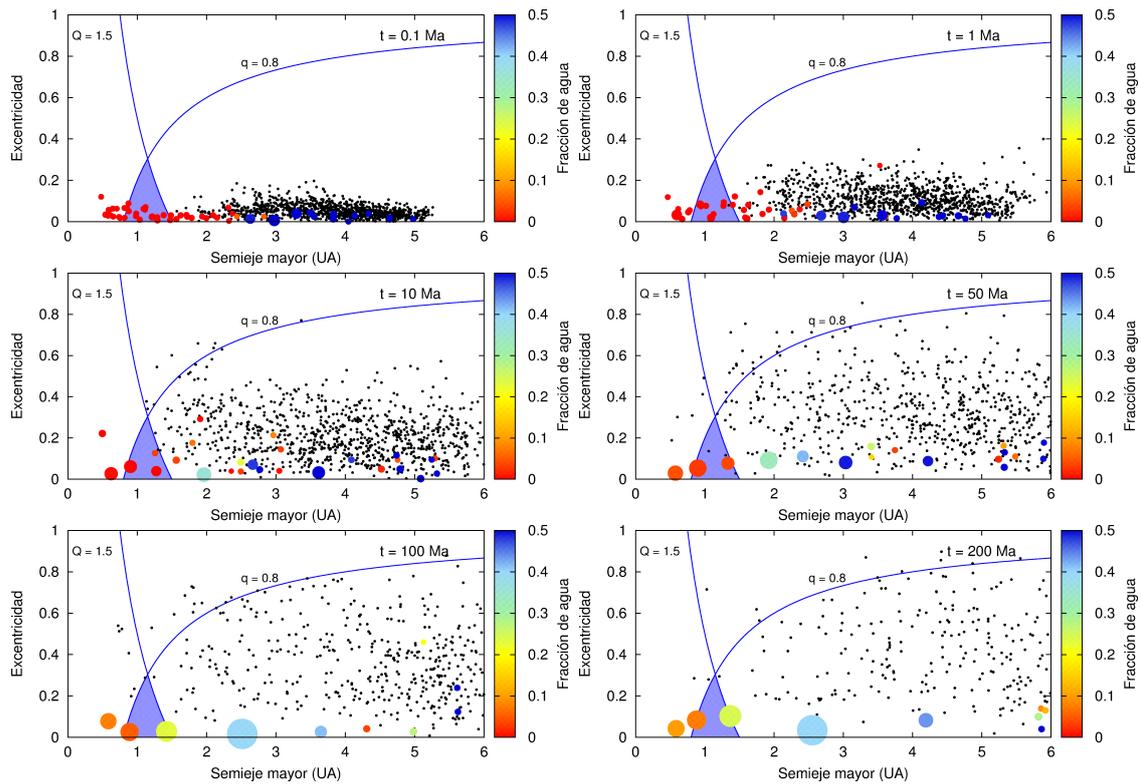


Figura 2.11. Resultado de una simulación de N cuerpos que modela la formación de planetas terrestres en la etapa de crecimiento pos oligárquico. Los planetas crecen por la acreción de los planetesimales remanentes (puntos negros) y por las colisiones entre embriones planetarios. La escala de colores para los planetas corresponde al porcentaje de agua en relación a la masa total. Como se puede apreciar de la secuencia evolutiva, la escala de formación del sistema es de $\sim 200 \times 10^6$ años. Figura cedida gentilmente por M. P. Ronco, perteneciente al trabajo de Ronco y de Elía (2014).

Capítulo 3

Nuestro modelo

El cálculo de la formación de un planeta gigante, como el de cualquier objeto astrofísico, requiere de cierta complejidad. Como mencionamos en los capítulos precedentes, se necesitan tener en cuenta numerosos fenómenos físicos difíciles de modelar numéricamente, tales como efectos magnetohidrodinámicos, transporte de energía radiativo y convectivo, ecuaciones de estado y transiciones de fases complejas, formación de un núcleo sólido, acreción gaseosa, viscosidad, efectos de rotación, entre otros. Por lo tanto, es necesario realizar serias simplificaciones para modelar la formación de un planeta gigante.

Adoptando el modelo de inestabilidad nucleada, o modelo de acreción del núcleo, se pueden realizar simulaciones numéricas para el cálculo de la formación de un planeta gigante. Tres factores principales son de importancia a tener en cuenta,

- I- la tasa de acreción de planetesimales para formar el núcleo,
- II- la tasa de acreción de gas y el modelo de evolución de la envoltura,
- III- la interacción entre los planetesimales y la envoltura gaseosa.

Además, dado que los planetas están inmersos en un disco protoplanetario, la evolución del mismo influye en el crecimiento de los planetas. La evolución de un disco protoplanetario es un fenómeno complejo, el cual es necesario modelar en forma detallada.

3.1. Modelo de formación de planetas gigantes

En esta Tesis, como en la mayoría de los modelos existentes para simular la formación de un planeta gigante, se considera que el planeta tiene simetría esférica. Esta hipótesis es una de las más importantes en nuestro trabajo. La simetría esférica permite escribir las ecuaciones constitutivas que regulan la evolución del planeta de manera relativamente sencilla. Simetrías más complejas, necesarias por ejemplo para introducir la rotación o campos magnéticos, conducen a ecuaciones constitutivas extremadamente complejas y muy difíciles de implementar desde un punto de vista numérico. Por lo tanto, no se tiene en cuenta la presencia de campos magnéticos, fuerzas de mareas y rotación.

El planeta gigante está constituido por un núcleo sólido, o de alta densidad, y una envoltura gaseosa. Ambas estructuras incrementan su masa con el tiempo. Consideramos que el núcleo es inerte, por lo tanto el detalle de su estructura no se tiene en cuenta¹. Su masa se

¹Recientemente, Mordasini *et al.* (2012) incorporaron en su código un modelo para describir la estructura interna del núcleo de un planeta gigante en formación. A nuestro conocimiento, estos autores son los únicos que no consideran un núcleo inerte en el tipo de modelos de formación de planetas gigantes que describiremos en esta Tesis.

3. Nuestro modelo

incrementará a una tasa, \dot{M}_N , debido a la acreción de planetesimales. La envoltura gaseosa tiene una composición química similar a la solar. Las ecuaciones de estado utilizadas son las del trabajo de Saumon *et al.* (1995). Para las opacidades, adoptamos las tablas propuestas por Pollack *et al.* (1985), Alexander y Ferguson (1994) y Rogers e Iglesias (1992). Además, se considera que las regiones de transporte radiativo y convectivo de la envoltura están separadas por el criterio de estabilidad de Schwarzschild. La distribución de temperaturas en la región convectiva está determinada por el gradiente adiabático. La energía interna proviene casi exclusivamente de los planetesimales que penetran en la envoltura. Finalmente, suponemos que el planeta se traslada en órbita circular entorno a una estrella central y consideramos que está en formación hasta que alcanza una masa prefijada.

Al adoptar que el planeta tiene simetría esférica, la presión y la densidad de la envoltura gaseosa solo dependen de la distancia al centro del planeta. Sin embargo, es más conveniente elegir como variable independiente a la masa en vez del radio, dado que la masa es una variable lagrangiana. Si m_r es la masa contenida en una esfera concéntrica de radio r , luego todas las funciones desconocidas que describen la envoltura serán funciones solo de m_r y el tiempo t . Denotaremos con P a la presión total, T a la temperatura, r a la coordenada radial y L_r a la energía que atraviesa por unidad de tiempo la esfera de radio r . El problema consiste en la determinación de las funciones $P(m_r, t)$, $T(m_r, t)$, $L_r(m_r, t)$ y $r(m_r, t)$ para la envoltura, acopladas con la función que describe la tasa de acreción de planetesimales. Se dice que se tiene un modelo cuando estas funciones son conocidas para un instante de tiempo arbitrario. Una simulación que describe la formación de un planeta gigante puede ser pensada como una secuencia suficientemente densa de dichos modelos.

3.1.1. Ecuaciones básicas de transporte y estructura

Las ecuaciones que gobiernan la evolución de la envoltura gaseosa de un planeta gigante son las ecuaciones básicas de transporte y estructura utilizadas en la teoría de evolución estelar (Kippenhahn y Weigert, 1990), dadas por,

$$\frac{\partial r}{\partial m_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho_e} \quad \text{Ecuación de definición de la masa,} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m_r} = -\frac{Gm_r}{4\pi r^4} \quad \text{Ecuación de equilibrio hidrostático,} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial L_r}{\partial m_r} = \epsilon_{pla} - T \frac{\partial S}{\partial t} \quad \text{Ecuación de balance energético,} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m_r} = -\frac{Gm_r T}{4\pi r^4 P} \nabla \quad \text{Ecuación de transporte.} \quad (3.4)$$

En este conjunto de ecuaciones, ρ_e es la densidad volumétrica de gas de la envoltura, G es la constante de gravitación universal, ϵ_{pla} es la tasa de generación de energía debido a la acreción de planetesimales y S es la entropía por unidad de masa.

Finalmente, ∇ es el gradiente de temperatura adimensional, definido como $\nabla \equiv \frac{d \ln T}{d \ln P}$. El mismo depende del tipo de transporte de energía. Si el transporte es radiativo, ∇ está definido por

$$\nabla_{rad} = \frac{3\kappa L_r P}{16\pi a c G m_r T^4}, \quad (3.5)$$

en donde a es la constante de densidad de radiación, c la velocidad de la luz en el vacío y κ la opacidad media de Rosseland.

Si el transporte es convectivo, $\nabla = \nabla_{ad}$, en donde ∇_{ad} corresponde al gradiente adiabático. Como mencionamos anteriormente, el tipo de transporte de energía estará determinado por el criterio de estabilidad de Schwarzschild,

$$\nabla = \begin{cases} \nabla_{rad} & \text{si } \nabla_{rad} < \nabla_{ad}, \\ \nabla_{ad} & \text{si } \nabla_{rad} \geq \nabla_{ad}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Es importante notar que la Ec. (3.3) esta gobernada por dos términos bien distintos. El primero, ϵ_{pla} , denota la energía por unidad de tiempo y unidad de masa que los planetesimales aportan cuando son acretados por el planeta. En esta Tesis, por simplicidad, no se tendrán en cuenta fenómenos de ablación, es decir, supondremos que los planetesimales no pierden masa a medida que ingresan en la envoltura del planeta, hasta chocar con el núcleo. Entonces, en una cáscara de radio r y de espesor dr un planetesimal de masa m_p pierde una cantidad de energía gravitatoria dada por,

$$dE = \frac{Gm_r m_p}{r^2} dr, \quad (3.7)$$

con lo cual, la energía que adquiere la capa por unidad de tiempo está dada por,

$$dL_{pla} = \frac{dE}{dt} = \dot{M}_N \frac{Gm_r}{r^2} dr, \quad (3.8)$$

y por ende la energía total que liberan los planetesimales en todo el planeta por unidad de tiempo es,

$$L_{pla} = \dot{M}_N \int_{R_N}^{R_P} \frac{Gm_r}{r^2} dr, \quad (3.9)$$

en donde R_N representa radio del núcleo y R_P representa el radio del planeta.

Definimos la tasa de generación de energía debido a la acreción de planetesimales, ϵ_{pla} , imponiendo que,

$$L_{pla} = \int_{M_N}^{M_P} \epsilon_{pla} dm_r, \quad (3.10)$$

donde $M_N = m(R_N)$ y $M_P = m(R_P)$ representan la masa del núcleo y la masa del planeta, respectivamente.

En esta Tesis, a diferencia de los trabajos de Fortier *et al.* (2007, 2009) en donde los planetesimales van depositando energía capa por capa a medida que ingresan en la envoltura, adoptamos que toda la energía generada por la acreción de los planetesimales es liberada en las capas más profundas de la envoltura gaseosa (Benvenuto y Brunini, 2005),

$$\epsilon_{pla} = A \left(\alpha - \frac{m_r - M_N}{M_N} \right)^2. \quad (3.11)$$

De esta manera, ϵ_{pla} se anula para $M_{env}(r) = \alpha M_N$ (en donde la masa de la envoltura está dada por $M_{env}(r) = m_r - M_N$), y es cero hacia afuera. La constante A se calcula a partir de las Ec. (3.9) y (3.10),

$$A = \frac{2G\dot{M}_N}{\alpha(2 + \alpha)R_N}. \quad (3.12)$$

El parámetro α se escoge de manera arbitraria, aunque las simulaciones numéricas son poco sensibles al valor del mismo.

El segundo término de la Ec. (3.3) está dado por la primera ley de la termodinámica,

$$T \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + P \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (3.13)$$

donde q es el calor, u es la energía interna y V es el volumen, todos por unidad de masa. De la Ec. (3.13), podemos ver que hay otros dos mecanismos que regulan la energía; uno es la contracción gravitatoria de las capas de la envoltura, reflejado en el término $P \frac{\partial V}{\partial t}$; el otro es la variación de la energía interna, dado por $\frac{\partial u}{\partial t}$. El término TdS se resuelve mediante la relación termodinámica,

$$TdS = C_P dT - \frac{\delta}{\rho_e} dP, \quad (3.14)$$

en donde C_P representa el calor específico a presión constante por unidad de masa, y δ se define por,

$$\delta = \frac{\partial \ln \rho_e}{\partial \ln T}. \quad (3.15)$$

Según la etapa de formación del planeta, la Ec. (3.3) estará determinada por el primer o segundo término. En la primera etapa, la formación del planeta estará regulada por la acreción de planetesimales. Por lo tanto, estos últimos serán quienes aporten la principal fuente de energía, evitando que las capas de la envoltura colapsen sobre el núcleo y regulando el tiempo de formación del planeta. Cuando la tasa de acreción de planetesimales disminuye, y la masa de la envoltura gaseosa alcanza valores similares a los de la masa del núcleo, la energía que aportan los planetesimales ya no es suficiente para evitar el colapso de las capas de la envoltura. La envoltura comienzan a contraerse, y la acreción del gas circundante aumenta considerablemente. En este caso, la Ec. (3.3) está gobernada por el segundo término. El planeta entra en su segunda etapa de formación, la cual es mucho más corta que la primera, y recibe el nombre de *crecimiento en fuga* de la envoltura. Es importante mencionar que la contracción de la envoltura y el aumento en la tasa de acreción de gas se da en estado de cuasi equilibrio hidrostáticos. Como hemos mencionado anteriormente, este fenómeno fue encontrado por primera vez en los trabajos de Bodenheimer y Pollack (1986) y Pollack *et al.* (1996). Dado que originalmente Benvenuto y Brunini (2005) desarrollaron un código hidrodinámico, hemos podido corroborar que los resultados obtenidos para la formación de un planeta gigante a partir de un código hidrodinámico y uno con la aproximación de equilibrio hidrostático son análogos. Es por este hecho que en los últimos años en la literatura se suele referirse al modelo de inestabilidad nucleada como modelo de acreción del núcleo.

Acerca de la ecuación de estado de la envoltura

Para poder resolver el sistema de ecuaciones (3.1) – (3.4) es necesario conocer ρ_e , S , κ y ∇_{ad} como función de la presión y la temperatura. La ecuación de estado define las propiedades termodinámicas de la envoltura y es la que determina unívocamente las variables termodinámicas (ρ_e , S , κ y ∇_{ad}) como función de la presión y la temperatura.

Como mencionamos anteriormente, y al igual que en los trabajos previos del grupo, usaremos la ecuación de estado calculada por Saumon *et al.* (1995)². Estos autores calcularon la ecuación de estado para un gas de hidrógeno o helio puro, bajo las condiciones usuales

²En este artículo existen errores de tipeo en las formulas para derivar la ecuación de estado. Lamentablemente, no existe una *errata* de los autores. Las formulas escritas en forma correcta pueden encontrarse en el trabajo de Fortier *et al.* (2009) o en su Tesis Doctoral.

para la presión y la temperatura presentes en objetos subestelares (estrellas de masa menor a $1 M_{\odot}$, enanas marrones y planetas gigantes).

La fig. 3.1(a) muestra el diagrama de fases para el hidrógeno. A bajas temperaturas y bajas densidades, el hidrógeno se encuentra en estado molecular ($\log T \lesssim 3.5$) o neutro ($3.5 \lesssim \log T \lesssim 3.5$). A temperaturas más altas el hidrógeno se ioniza. La línea a trazos corta delimita las tres regiones. Para valores de densidad $\log \rho \gtrsim -2$ el fluido comienza a apartarse del régimen ideal. Para valores $\log \rho \gtrsim 0$, el fluido se ioniza por presión. Esta ionización no se daría de manera continua, sino que se produciría una discontinuidad en la transición de fase conocida como *transición de fase de plasma* (PPT, por sus siglas en idioma inglés). La PPT separa la fase no ionizada, constituida por moléculas de hidrógeno (H_2), de la fase ionizada por presión, a altas densidades, la cual está caracterizada por hidrógeno metálico (H^+). Sin embargo, es importante aclarar que esta transición de fase aún no es posible de reproducir en laboratorios, aunque trabajos recientes muestran evidencias de su existencia (Silvera *et al.* 2013).

En la fig. 3.1(b) se muestra el diagrama de fases para el helio. Al igual que con el hidrógeno, se pueden observar tres diferentes regiones, dominadas por helio neutro (He), helio una vez ionizado (He^+) y helio dos veces ionizado (He^{++}). Para este caso no se resuelve el problema de la ionización por presión. Sin embargo, como mencionamos anteriormente, para un planeta joviano, la envoltura está constituida principalmente por hidrógeno.

Si bien la existencia, o no, de la PPT (tanto para el H y el He) es de importancia, dado que las capas más internas de la envoltura estarían afectadas por la misma, en la etapa de formación del planeta la situación no sería tan crítica, dado que los valores de la densidad de las capas más internas no alcanzarían valores tan altos (ver fig. 6 del trabajo de Benvenuto y Brunini, 2005). Sin embargo, si sería de importancia en la etapa de evolución del planeta, el cual se enfría y contrae con el tiempo, aumentando notablemente la densidad de las capas internas del planeta. De hecho, aquí radica quizás la mayor incerteza a la hora de estimar la masa de los *posibles* núcleos de Júpiter y Saturno.

Por otro lado, el hidrógeno y el helio no se encuentran como sustancias puras sino mezclados entre sí. Saumon *et al.* proponen realizar interpolaciones entre el hidrógeno y el helio para encontrar la ecuación de estado de una dada mezcla. Si bien sería deseable poder calcular dichas ecuaciones de estado de manera autoconsistente, la complejidad del problema hace que deban utilizarse ciertas simplificaciones.

Finalmente, es importante remarcar que si bien en la literatura existen otras ecuaciones de estado para el hidrógeno y el helio calculadas a partir de primeros principios termodinámicos (ver por ejemplo Millitzer *et al.* 2008 y Nettelmann *et al.* 2008), éstas no se encuentran tabuladas y disponibles como para ser incorporadas en nuestros modelos numéricos.

Acerca de las opacidades

Como mencionamos anteriormente, y al igual que en los trabajos previos del grupo (Fortier *et al.* 2007, 2009), utilizamos las tablas de opacidades para los granos del trabajo de Pollack *et al.* (1985) para densidades bajas y temperaturas menores a 10^3 K. Para temperaturas en el rango 10^3 K $< T < 10^4$ K, utilizamos las tablas de opacidades moleculares de Alexander y Ferguson (1994). Para temperaturas superiores a 10^4 K se utilizan las opacidades moleculares de Rogers e Iglesias (1992).

Las opacidades, al igual que las ecuaciones de estado, juegan un papel importante en los modelos de formación de planetas gigantes, en especial la opacidad de los granos. La opacidad de los granos es un factor de importancia para estimar las escalas de tiempo y la masa del núcleo a la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa. Stevenson (1982), mediante modelos analíticos sencillos, encontró una dependencia entre

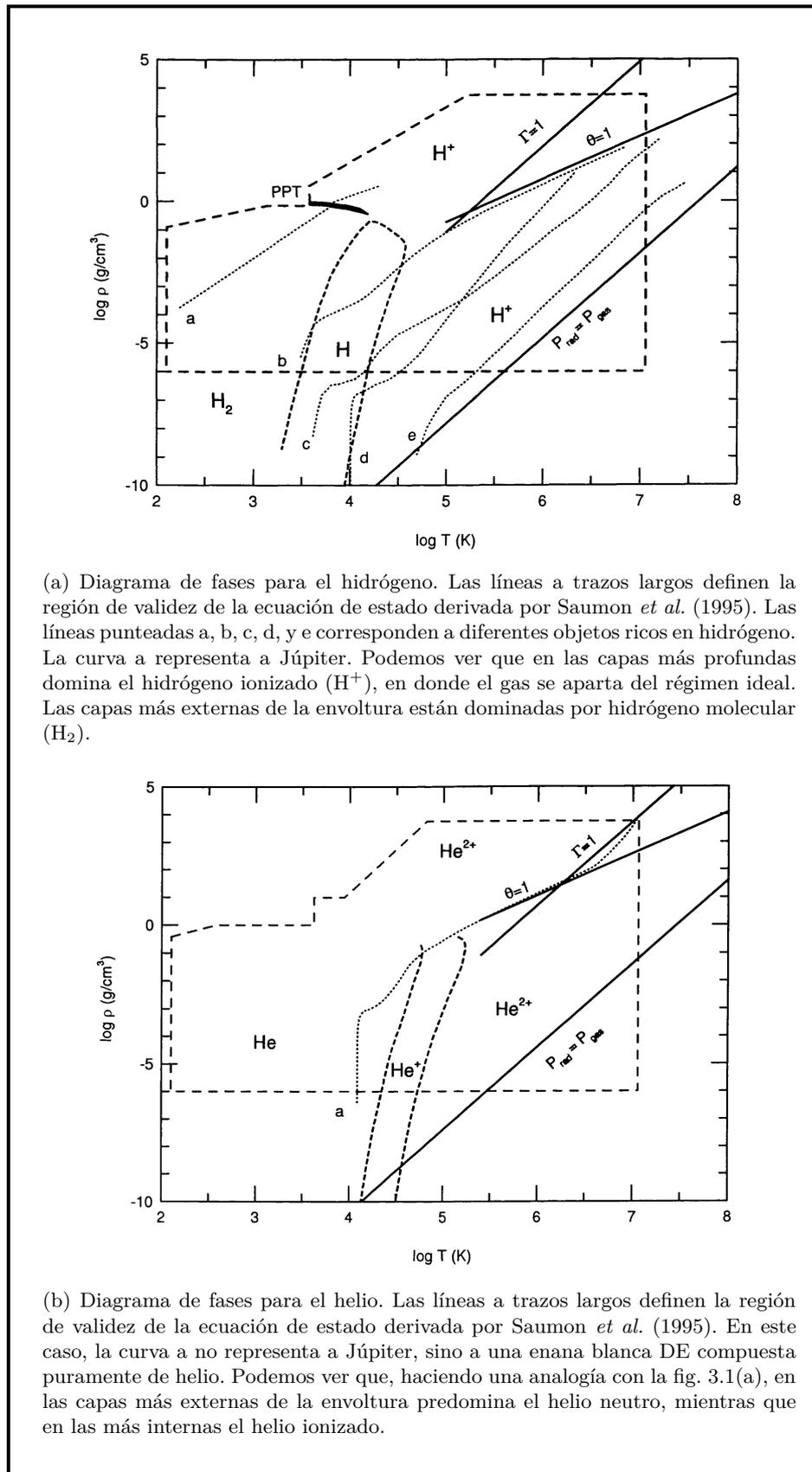


Figura 3.1. Diagramas de fase para el H y el He. Figuras pertenecientes al artículo de Saumon *et al.* (1995).

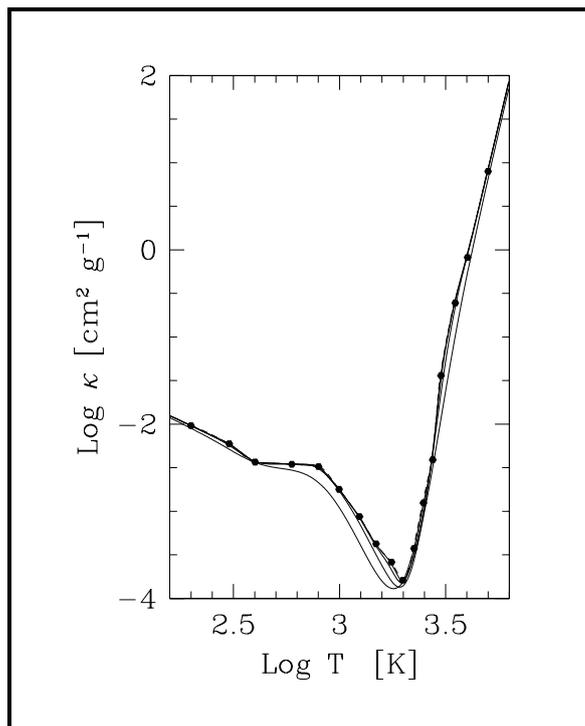


Figura 3.2. Opacidad como función de la temperatura para un elemento de volumen con densidad $\rho = 10^{-14}$ y abundancia solar. Las diferentes curvas (que corresponden a diferentes interpolaciones) están definidas a partir de 17 puntos en el intervalo $\log T = 0.18$ y $\log T = 0.39$. Figura extraída del trabajo de Benvenuto y Brunini (2005).

la opacidad y el comienzo de la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura. Pollack *et al.* (1996), mediante simulaciones numéricas detalladas, validan los resultados encontrados por Stevenson, encontrando que si la opacidad de los granos se reduce un factor 50 respecto a la del medio interestelar, el tiempo de formación de un planeta gigante se reduce considerablemente. Podolak (2003), a partir de las simulaciones de Pollack *et al.* (1996), encuentra que la opacidad debida a los granos puede disminuir significativamente debido a corrientes convectivas en la envoltura. Estas corrientes llevarían los granos de regiones frías a regiones más calientes, en donde los mismos se podrían vaporizar. Hubicky *et al.* (2005), adoptando que la opacidad de los granos es un 2% de su correspondiente valor en el medio interestelar, encontró que el tiempo de formación de Júpiter se reduce un factor 3. Sin embargo, Dodson-Robinson *et al.* (2008), no encontró una correlación entre la reducción en la opacidad de los granos y una reducción significativa en el tiempo de formación de Saturno. Más recientemente, Hori e Ikoma (2010) estiman la masa del núcleo a partir de la cual comenzaría la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura, considerando una envoltura libre de granos (compuesta únicamente por H y He). Estos autores encuentran que el crecimiento en fuga de la envoltura se da a partir de núcleos relativamente poco masivos, menores a $2 M_{\oplus}$. Este hecho tiende a acortar los tiempos de formación de los planetas gigantes, mostrando que la opacidad de los granos juega un rol importante en el proceso de formación de planetas gigantes.

En nuestros trabajos, no se considera una reducción de la opacidad de los granos. Sin embargo, como se evidencia en los trabajos antes mencionados, una reducción de la opacidad acortaría los tiempos de formación de los planetas gigantes. A modo ilustrativo, en la Fig. 3.2 mostramos el compartamiento de la opacidad como función de la temperatura para un dado modelo arbitrario.

3.1.2. Modelado numérico de las ecuaciones diferenciales: ecuaciones en diferencias

La resolución del sistema de ecuaciones (3.1) - (3.4) permite calcular los valores de r , P , L_r y T en cualquier instante de tiempo del proceso de formación del planeta y para cualquier capa de la envoltura gaseosa. Sin embargo, estas ecuaciones no tienen solución analítica, y hay que resolver el sistema de ecuaciones mediante métodos numéricos. Para este fin, se divide a la envoltura gaseosa en cáscaras esféricas concéntricas, y se calculan para un determinado instante de tiempo t , y para cada capa, los valores de r , P , L_r y T . Luego, usamos estos valores para calcular el próximo modelo al tiempo $t + \delta t$. Este mecanismo lo implementamos mediante un método desarrollado por Henyey *et al.* (1959, 1964) y Kippenhahn *et al.* (1967).

Para el modelado numérico, como mencionamos anteriormente, supondremos que el planeta está constituido por un núcleo y una envoltura gaseosa, inmerso en un disco protoplanetario en evolución. El gas ligado al planeta, está afectado por el campo gravitatorio del mismo³, y por la energía que liberan los planetesimales. Esto hace que la densidad, la presión y la temperatura de la envoltura sean distintas a las de la nebulosa. Si bien no existe un límite físico bien determinado entre el radio del planeta y el gas circundante del disco protoplanetario, se suele definir al radio del planeta como el mínimo entre el radio de acreción y el radio de Hill. El radio de acreción es la distancia a la cual la velocidad molecular de un elemento de gas se iguala a la velocidad de escape del planeta. El radio de Hill se define como el radio de una esfera con igual volumen al lóbulo de Roche del planeta. Dentro del radio de Hill el gas es dominado gravitatoriamente por el planeta, por lo tanto está ligado al mismo. Además, debido a la simetría escogida, el problema es unidimensional, es decir, las variables que definen el estado termodinámico de la envoltura son solo función de la coordenada radial. Esta coordenada se extiende desde el radio del núcleo, en donde comienza la envoltura, hasta más allá del radio del planeta dado que, desde un punto de vista numérico, es deseable que las variables que definen el estado termodinámico de la envoltura sean continuas más allá del borde del planeta. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones (3.1) - (3.4) se integra más allá del radio del planeta.

Cambios de variables

Hasta el momento trabajamos con la variable m_r . No obstante, por razones numéricas es útil reemplazar esta variable por una nueva variable monótonamente creciente,

$$\xi = \xi(m_r). \quad (3.16)$$

Se reemplaza la variable independiente m_r por,

$$\xi = \ln \left(\frac{m_r}{M_N} - 1 \right) = \ln \left(\frac{M_{\text{env}}}{M_N} \right). \quad (3.17)$$

Aunque esta transformación parezca algo trivial, resulta vital para lograr la convergencia del código dado que elimina la necesidad de hacer interpolaciones para considerar la incorporación de nuevo gas desde la nebulosa hacia el interior del planeta. A diferencia del caso estelar, en donde generalmente la masa de la estrella es una constante del problema, y en donde la envoltura estelar se extiende desde el centro hasta el borde de la estrella, en un planeta gigante en formación la situación es diferente. La envoltura no comienza en el centro del planeta, sino en la superficie del núcleo. Esta condición de borde no es estática, se modifica

³Como veremos más adelante, también tendremos en cuenta la presencia de la estrella central para calcular el potencial gravitatorio.

a medida que el núcleo crece, empujando hacia afuera la capa de la envoltura más interna. Además, la masa del planeta no es constante sino que aumenta con el tiempo. Esto hace que la elección de la nueva variable independiente adecuada para resolver el problema no sea una cuestión menor.

Es importante remarcar que ξ no es independiente del tiempo, por lo tanto hay que tener en cuenta que,

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{M_{\text{env}}} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\xi} + \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{M_{\text{env}}} \left. \frac{\partial}{\partial \xi} \right|_t, \quad (3.18)$$

en donde,

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{M_{\text{env}}} = -\frac{d}{dt} \ln(M_N). \quad (3.19)$$

Este cambio de variables introduce una singularidad en $m_r = M_N$. No obstante, la misma puede evitarse numéricamente integrando hasta un valor de ξ que nos permita acercarnos hasta M_N tanto como queramos (sin que diverja la integración) y pudiendo despreciar el error cometido al hacer esta aproximación.

Además, es conveniente también hacer un cambio de variables a las magnitudes que describen el estado termodinámico de la envoltura. Dado que los valores en las magnitudes pueden ser grandes, y existir diferencias significativas en una escala lineal entre capa y capa de la envoltura es numéricamente conveniente trabajar con una escala logarítmica para la coordenada radial, la presión y la temperatura (para la luminosidad seguiremos trabajando con una escala lineal),

$$x = \ln r \quad (3.20)$$

$$p = \ln P \quad (3.21)$$

$$l = L_r \quad (3.22)$$

$$\theta = \ln T. \quad (3.23)$$

Ecuaciones en diferencias

Para poder resolver numéricamente el sistema de ecuaciones (3.1) - (3.4), se reemplazan las ecuaciones diferenciales por ecuaciones en diferencias. Para ello se divide la envoltura gaseosa en N cáscaras concéntricas, desde M_N hasta M , o sea, desde ξ_N hasta ξ_0 .

Consideraremos que tenemos $N - 2$ capas interiores que corresponden a la grilla,

$$\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_{N-1}, \quad (3.24)$$

y dos capas en los bordes interno y externo, la capa que va desde ξ_N hasta ξ_{N-1} y la que va desde ξ_1 hasta ξ_0 , respectivamente. Luego, podemos expresar las ecuaciones en diferencias para estas capas. Como ejemplo, trabajaremos con la Ec. (3.1) que en las nuevas variables adopta la forma,

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{M_N}{4\pi\rho_e} e^{\xi-3x}, \quad (3.25)$$

y escribiendo la Ec. (3.25) en diferencias tenemos que,

$$\frac{x_{j+1} - x_j}{\xi_{j+1} - \xi_j} = \frac{1}{4\pi} \frac{M_N}{\rho_{e_{j+\frac{1}{2}}}} e^{-3x_{j+\frac{1}{2}}} e^{-\xi_{j+\frac{1}{2}}}, \quad \text{con } j = 1, \dots, N-2. \quad (3.26)$$

3. Nuestro modelo

Las magnitudes con subíndice $j + 1/2$ son calculadas como,

$$\eta_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\eta_{j+1} + \eta_j), \quad (3.27)$$

con η_{j+1} y η_j correspondientes al modelo que está siendo iterado, es decir, las variables $\eta_{j+\frac{1}{2}}$ resultan ser un promedio de los valores entre las capas. Sin embargo, surge una *pequeña ambigüedad* con esta definición. Por ejemplo, ρ_e es una función de la presión y la temperatura, es decir de p y θ , con lo cual la expresión para $\rho_{e_{j+\frac{1}{2}}}$ puede ser,

$$\rho_{e_{j+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \left[\rho_{e(p_{j+1}, \theta_{j+1})} + \rho_{e(p_j, \theta_j)} \right], \quad (3.28)$$

o bien,

$$\rho_{e_{j+\frac{1}{2}}} = \rho_{e(p_{j+\frac{1}{2}}, \theta_{j+\frac{1}{2}})}, \quad (3.29)$$

en donde las variables $p_{j+\frac{1}{2}}$ y $\theta_{j+\frac{1}{2}}$ están definidas sin ambigüedad a partir de la Ec. (3.27). No obstante esta ambigüedad en la definición de $\rho_{e_{j+\frac{1}{2}}}$, ambas posibilidades conducen a resultados análogos. Esta misma metodología se aplica a las cantidades ϵ_{pla} y S . De manera similar, se obtienen las ecuaciones en diferencia para las Ec. (3.21), (3.22) y (3.23).

Para calcular la evolución temporal del sistema trabajamos con los diferenciales incrementales de las variables, es decir que si η representa una de las incógnitas del problema,

$$\eta(t + \delta t) = \eta(t) + \delta \eta. \quad (3.30)$$

Sin embargo, hay que tener cuidado, dado que para algunas variables pasamos a trabajar en una escala logarítmica, con lo cual para magnitudes logarítmicas, como $x = \ln(r)$ hacemos,

$$x = \ln(r) = \ln(r_{prev} + \delta r) = \ln(r_{prev}) + \ln\left(1 + \frac{\delta r}{r_{prev}}\right) = x_{prev} + \ln(1 + \delta x), \quad (3.31)$$

y para magnitudes lineales, como l ,

$$l = l_{prev} + \delta l, \quad (3.32)$$

en donde el subíndice *prev* se refiere al valor de la variables en el paso temporal anterior. Luego el sistema de Ec. (3.1) – (3.4) se reescribe en función de δx , δp , δl y $\delta \theta$, y estas son las cantidades que se iteran para evolucionar temporalmente el sistema. Esta metodología provee una mayor estabilidad numérica.

Repitiendo este procedimiento para las cuatro ecuaciones tendremos, para cada una de las $N - 2$ capas, cuatro ecuaciones en diferencias que involucran los valores de las variables en dos capas contiguas. Podemos escribirlas de manera esquemática de la siguiente manera,

$$G_i^j(x_j, p_j, l_j, \theta_j, x_{j+1}, p_{j+1}, l_{j+1}, \theta_{j+1}) = 0, \quad (3.33)$$

con $i = 1, 2, 3, 4$ y $j = 1, 2, \dots, N-2$. Este sistema se completa con las expresiones en diferencias finitas para las 4 ecuaciones de borde internas, que relacionan las magnitudes de las capas N y $N - 1$,

$$C_i(x_{N-1}, p_{N-1}, l_{N-1}, \theta_{N-1}, p_N, \theta_N) = 0, \quad \text{con } i = 1, 2, 3, 4, \quad (3.34)$$

en donde x_N y l_N son condiciones de borde, y por 2 ecuaciones de borde externas que introducen relaciones entre las magnitudes de la capa 1,

$$B_i(x_1, l_1, p_1, \theta_1) = 0, \quad \text{con } i = 1, 2. \quad (3.35)$$

Una vez definidas todas las ecuaciones de nuestro sistema, el cual consiste en $4N - 2$ ecuaciones con $4N - 2$ incógnitas, podemos proceder a encontrar los valores de x , p , l , θ en cada capa de la estrella.⁴

Condiciones de borde

Para resolver las ecuaciones en diferencia que describen al problema se deben aplicar condiciones de contorno adecuadas. Estas deben estar dadas tanto en el límite interno como en límite externo de la envoltura gaseosa.

- Condiciones de borde internas

En esta Tesis se adopta que el núcleo es inerte, es decir, que el mismo no libera energía a la envoltura por ningún mecanismo. El único mecanismo de liberación de energía está asociado a la acreción de los planetesimales. Además, adoptamos que el núcleo tiene una densidad de $\rho_N = 3 \text{ gr/cm}^3$.

Entonces, las condiciones de borde internas, que se aplican en el fondo de la envoltura ($m_r = M_N$), están dadas por,

$$R_N = \left(\frac{3 M_N}{4 \pi \rho_N} \right)^{1/3}, \quad (3.36)$$

$$L_r(m_r = M_N) = 0, \quad (3.37)$$

donde R_N representa el radio de núcleo. En las nuevas variables las condiciones de borde internas adoptan la forma,

$$x_N = \ln(R_N), \quad (3.38)$$

$$l_N = 0. \quad (3.39)$$

- Condiciones de borde externas

En la etapa de formación es usual considerar el radio del planeta, R_P , como el mínimo entre el radio de acreción, R_{acre} y el radio de Hill, R_H ,

$$R_P = \min [R_{\text{acre}}, R_H]. \quad (3.40)$$

En general, se considera que en R_P la temperatura y la densidad de la envoltura gaseosa corresponden a la de la nebulosa protoplanetaria, T_{neb} y ρ_{neb} ⁵. No obstante, por razones de índole numéricas, es conveniente adoptar las condiciones de borde externas de otra manera. La idea es extender el grillado más allá del borde del planeta. Si se introduce una función de ablandamiento al potencial gravitatorio, y esta función hace que el gradiente del potencial gravitatorio tienda a cero cerca del radio del planeta, la presión sería constante en dicha región. Dado que el gradiente de temperatura es proporcional al gradiente de presión, la temperatura también sería constante en dicha región. Además, la densidad también sería constante en tal región. En estas condiciones podemos definir

⁴Notemos que hemos definido originalmente una grilla con N capas pero solo hemos dado las condiciones que deben satisfacer N de sus puntos. Entonces, falta definir uno más, el que corresponde al límite exterior. Sin embargo, dado que las ecuaciones que caracterizan las condiciones de borde externas son por definición ecuaciones en diferencias, y no ecuaciones diferenciales discretizadas, las condiciones de borde pueden aplicarse a los puntos de la grilla correspondientes a ξ_1 , ya que en ξ_0 tomarán el mismo valor.

⁵Una diferencia importante respecto a los trabajos de Fortier *et al.*, (2007, 2009) es que, en esta Tesis, estas condiciones de borde externas no son fijas, sino que evolucionan con el tiempo debido a la evolución del disco protoplanetario.

las condiciones de borde externas, correspondientes al radio del planeta, en el punto mas externo del grillado. De esta manera, podemos definir que $T = T_{\text{neb}}$ y $P = P_{\text{neb}}$ para un valor de $\xi = \xi_1 = \xi_{\text{borde}}$ más allá del radio del planeta. Para una función de ablandamiento adecuada al potencial gravitatorio debemos tener que $T = T_{\text{neb}}$ y $P = P_{\text{neb}}$ para valores de ξ desde ξ_{borde} hasta ξ_{RP} , con $\xi_{\text{RP}} = \ln(M_{\text{P}}/M_{\text{N}-1})$, en donde M_{P} es la masa del planeta.

Como mencionamos anteriormente, nosotros tenemos en cuenta la influencia de la estrella central, por lo que el potencial gravitatorio sobre un elemento de gas de la envoltura no es el correspondiente al del problema de dos cuerpos, sino al de tres cuerpos. Para obtener una función de ablandamiento adecuada, se realiza un promedio sobre el potencial gravitatorio del problema restringido de tres cuerpos. Como resultado se obtiene el gradiente del potencial gravitatorio del problema de dos cuerpos multiplicado por el factor (Benvenuto y Brunini, 2005),

$$1 - \left(\frac{r}{R_{\text{P}}}\right)^3.$$

De esta manera, el gradiente del potencial tiende a cero cuando r tiende a R_{P} . Sin embargo, por razones numéricas, aplicamos este factor para valores de $r \leq \zeta R_{\text{P}}$. Para valores mayores de r es conveniente introducir una función del tipo Fermi (Benvenuto y Brunini 2005),

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = \begin{cases} \frac{Gm_r}{r^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R_{\text{P}}}\right)^3\right], & \text{si } r < \zeta R_{\text{P}}, \\ \frac{Gm_r}{r^2} \alpha \left[1 + \exp\left(\frac{r - \zeta R_{\text{P}}}{\beta R_{\text{P}}}\right)\right]^{-1}, & \text{si } r > \zeta R_{\text{P}}. \end{cases} \quad (3.41)$$

Pidiendo continuidad a la función y su derivada se obtienen los valores de α y β . El valor de ζ se fija en 0.9 (los resultados son insensibles al valor de ζ mientras el mismo sea cercano a la unidad). De esta forma, el gradiente del potencial tiende a cero cuando $r \rightarrow \infty$. Además, como $\partial P/\partial r \propto \partial\phi/\partial r$ y $\partial \ln P/\partial m_r \propto \partial T/\partial m_r$, los gradientes de presión y temperatura tienen el mismo comportamiento. Por ende, los perfiles de presión y temperatura serán *chatos* en la región cercana al radio del planeta, y de esta manera, ambas magnitudes serán constantes entre ξ_{borde} y ξ_{RP} . Mediante este procedimiento se puede calcular el estado de la envoltura gaseosa más allá del radio del planeta, con lo cual, cuando el planeta incorpore nuevas cantidades de gas, el estado termodinámico del mismo ya está calculado, evitando tener que hacer interpolaciones (las cuales pueden introducir errores numéricos) para las nuevas capas de la envoltura.

3.1.3. Resolución de las ecuaciones en diferencias

Método de Newton

Una vez planteadas las ecuaciones en diferencias, hay que emplear un método numérico para resolverlas. En este trabajo se utiliza el Método de Newton.

A continuación, daremos una breve explicación del mismo. Sean y_1, y_2, \dots, y_n , n incógnitas que satisfacen un sistema de n ecuaciones no lineales,

$$\begin{aligned} E_1(y_1, \dots, y_n) &= 0, \\ &\vdots \\ E_n(y_1, \dots, y_n) &= 0. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Supongamos que conocemos soluciones aproximadas $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$. Dado que las y_i^0 son aproximaciones, tendremos que $E_k(y_1^0, \dots, y_n^0) \neq 0$, con $k = 1, \dots, n$. El método consiste en mejorar las aproximaciones iniciales, obteniendo correcciones δy_i^0 , desde $i = 1, \dots, n$. De este modo, a primer orden en las correcciones,

$$E_k(y_1^0 + \delta y_1^0, \dots, y_n^0 + \delta y_n^0) = E_k(y_1^0, \dots, y_n^0) + \delta E_k^0, \quad (3.43)$$

en donde,

$$\delta E_k^0 = \sum_i \left(\frac{\partial E_k}{\partial y_i} \right)^0 \delta y_i^0. \quad (3.44)$$

Como se pretende mejorar la soluciones aproximadas se impone que,

$$E_k^0 + \delta E_k^0 = 0, \quad (3.45)$$

y usando la expresión para δE_k^0 ,

$$\sum_i \left(\frac{\partial E_k}{\partial y_i} \right)^0 \delta y_i^0 = -E_k^0, \quad \text{con } k = 1, \dots, n. \quad (3.46)$$

De este modo, como E_k^0 y $(\partial E_k / \partial y_i)^0$ son cantidades conocidas, se puede despejar δy_i^0 ($i = 1, \dots, n$). Luego, la solución mejorada es,

$$y_i^1 = y_i^0 + \delta y_i^0 \quad \text{con } i = 1, \dots, n. \quad (3.47)$$

Este procedimiento se repite con y_i^1 (que pasa a tomar el lugar de y_i^0) y así sucesivamente, hasta que δE_k^s (para todo k) sea menor que una tolerancia prefijada.

El sistema de ecuaciones lineales: aplicación a nuestras ecuaciones constitutivas

En nuestro problema, el sistema que tenemos que resolver es,

$$B_1(p_1, \theta_1, x_1, l_1) = 0, \quad (3.48)$$

$$B_2(p_1, \theta_1, x_1, l_1) = 0, \quad (3.49)$$

$$G_i^j(p_j, \theta_j, x_j, l_j; p_{j+1}, \theta_{j+1}, x_{j+1}, l_{j+1}) = 0, \quad i = 1, \dots, 4 \wedge j = 1, \dots, N - 2, \quad (3.50)$$

$$C_i(p_{N-1}, \theta_{N-1}, x_{N-1}, l_{N-1}; p_N, \theta_N) = 0, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (3.51)$$

Para resolver este sistema de ecuaciones, hay que dar una aproximación inicial a la solución, es decir, definir p_j^0, θ_j^0, x_j^0 y l_j^0 , a partir de la cual se calculan las correcciones $\delta p_j^0, \delta \theta_j^0, \delta x_j^0, \delta l_j^0$. La aproximación inicial se genera a partir de las condiciones de borde que impone la nebulosa, y considerando que la envoltura esta constituida de un gas ideal. Dado que el código numérico no es muy sensible a las condiciones iniciales al cabo de algunos modelos se consigue la independencia de las mismas. El sistema lineal de ecuaciones queda entonces definido de la siguiente manera,

$$\frac{\partial B_i}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial B_i}{\partial p_1} \delta p_1 + \frac{\partial B_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial B_i}{\partial \theta_1} \delta \theta_1 = -B_i, \quad i = 1, 2, \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G_i^j}{\partial l_j} \delta l_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial p_j} \delta p_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_j} \delta \theta_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial l_{j+1}} \delta l_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial p_{j+1}} \delta p_{j+1} + \\ & \frac{\partial G_i^j}{\partial x_{j+1}} \delta x_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_{j+1}} \delta \theta_{j+1} = -G_i^j, \quad i = 1, 2, 3, 4 \wedge j = 1, 2, \dots, N - 2, \end{aligned} \quad (3.53)$$

Solución del sistema de ecuaciones lineales

El sistema de ecuaciones lineales a resolver puede escribirse en forma matricial como,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_1}{\partial x_1} & \cdots & & \\ \vdots & & & \\ & & \frac{\partial C_4}{\partial \theta_N} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta \theta_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -B_1 \\ \vdots \\ -C_4 \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

El primer bloque es un caso especial, el cual consiste de 6 ecuaciones para las 8 cantidades desconocidas $\delta x_1, \dots, \delta \theta_2$. Las últimas dos variables desconocidas δp_2 y $\delta \theta_2$ son eliminadas y las otras variables del bloque se expresan en términos lineales de δp_2 y $\delta \theta_2$,

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= U_1 \delta p_2 + V_1 \delta \theta_2 + W_1, \\ \delta l_1 &= U_2 \delta p_2 + V_2 \delta \theta_2 + W_2, \\ &\vdots \\ \delta x_2 &= U_5 \delta p_2 + V_5 \delta \theta_2 + W_5, \\ \delta l_2 &= U_6 \delta p_2 + V_6 \delta \theta_2 + W_6. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Las constantes U_i, V_i y W_i , con $i = 1, \dots, 6$, se calculan como la solución del sistema lineal 6×6 en donde δp_2 y $\delta \theta_2$ son tratadas como parámetros que calcularemos mas tarde,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial B_1}{\partial \theta_1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial B_2}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial B_2}{\partial \theta_1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial G_1}{\partial x_j} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial G_1}{\partial l_{j+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial G_4}{\partial x_j} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial G_4}{\partial l_{j+1}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_1 & V_1 & W_1 \\ U_2 & V_2 & W_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ U_6 & V_6 & W_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -B_1 \\ 0 & 0 & -B_2 \\ -\frac{\partial G_1}{\partial p_{j+1}} & -\frac{\partial G_1}{\partial \theta_{j+1}} & -G_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\partial G_4}{\partial p_{j+1}} & -\frac{\partial G_4}{\partial \theta_{j+1}} & -G_4 \end{pmatrix}, \quad (3.58)$$

con $j = 1$.

El siguiente bloque consiste de cuatro ecuaciones y 8 variables, que corresponden a las filas 7, ..., 10 de la matriz H . Este es el prototipo para los restantes bloques salvo el último. Podemos eliminar δx_2 y δl_2 usando las ecuaciones (3.57) y considerar ahora a δp_3 y $\delta \theta_3$ como parámetros. El sistema de ecuaciones lineales correspondientes es,

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \frac{\partial G_1}{\partial x_{j+1}} & \frac{\partial G_1}{\partial l_{j+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_4 & \beta_4 & \frac{\partial G_4}{\partial x_{j+1}} & \frac{\partial G_4}{\partial l_{j+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta p_k \\ \delta \theta_k \\ \delta x_{k+1} \\ \delta l_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma_4 \end{pmatrix}, \quad (3.59)$$

3. Nuestro modelo

con $j = k$ y $k = 2, \dots, N - 2$. Las magnitudes α_i, β_i y γ_i están dadas por,

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \frac{\partial G_i}{\partial p_j} + \frac{\partial G_i}{\partial x_j} U_{4k-3} + \frac{\partial G_i}{\partial l_j} U_{4k-2}, \\ \beta_i &= \frac{\partial G_i}{\partial \theta_j} + \frac{\partial G_i}{\partial x_j} V_{4k-3} + \frac{\partial G_i}{\partial l_j} V_{4k-2}, \\ \gamma_i &= -G_i - \frac{\partial G_i}{\partial x_j} W_{4k-3} + \frac{\partial G_i}{\partial l_j} W_{4k-2} - \frac{\partial G_i}{\partial p_{j+1}} \delta p_{k+1} - \frac{\partial G_i}{\partial \theta_{j+1}} \delta \theta_{k+1}.\end{aligned}\quad (3.60)$$

El sistema (3.59) se puede resolver mediante,

$$\begin{aligned}\delta p_k &= U_{4k-1} \delta p_{k+1} + V_{4k-1} \delta \theta_{k+1} + W_{4k-1}, \\ \delta \theta_k &= U_{4k} \delta p_{k+1} + V_{4k} \delta \theta_{k+1} + W_{4k}, \\ \delta x_{k+1} &= U_{4k+1} \delta p_{k+1} + V_{4k+1} \delta \theta_{k+1} + W_{4k+1}, \\ \delta l_{k+1} &= U_{4k+2} \delta p_{k+1} + V_{4k+2} \delta \theta_{k+1} + W_{4k+2}.\end{aligned}\quad (3.61)$$

Explícitamente las constantes $U_{4N-1}, \dots, W_{4N+3}$ pueden ser calculadas resolviendo el siguiente sistema,

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \frac{\partial G_1}{\partial x_{j+1}} & \frac{\partial G_1}{\partial l_{j+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_4 & \beta_4 & \frac{\partial G_4}{\partial x_{j+1}} & \frac{\partial G_4}{\partial l_{j+1}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_{4N-1} & V_{4N-1} & W_{4N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ U_{4N+2} & V_{4N+2} & W_{4N+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial G_1}{\partial p_{j+1}} & -\frac{\partial G_1}{\partial \theta_{j+1}} & -\frac{\partial G_1}{\partial x_j} W_{4k-3} & -\frac{\partial G_1}{\partial l_j} W_{4k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\partial G_4}{\partial p_{j+1}} & -\frac{\partial G_4}{\partial \theta_{j+1}} & -\frac{\partial G_4}{\partial x_j} W_{4k-3} & -\frac{\partial G_4}{\partial l_j} W_{4k-2} \end{pmatrix}.\quad (3.62)$$

Se repite el procedimiento que involucran las ecuaciones (3.59) – (3.62) con k incrementado en 1, hasta que $k = N - 2$.

El último bloque es diferente, tiene 4 ecuaciones y 6 incógnitas. Las últimas dos ecuaciones del sistema (3.61) se utilizan aquí, eliminando δx_{N-1} y δl_{N-1} , y formando el sistema,

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \frac{\partial C_1}{\partial p_N} & \frac{\partial C_1}{\partial \theta_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_4 & \beta_4 & \frac{\partial C_4}{\partial p_N} & \frac{\partial C_4}{\partial \theta_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta p_{N-1} \\ \delta \theta_{N-1} \\ \delta p_N \\ \delta \theta_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma_4 \end{pmatrix},\quad (3.63)$$

con,

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \frac{\partial C_i}{\partial p_{N-1}} + \frac{\partial C_i}{\partial x_{N-1}} U_{4N-7} + \frac{\partial C_i}{\partial l_{N-1}} U_{4N-6}, \\ \beta_i &= \frac{\partial C_i}{\partial \theta_{N-1}} + \frac{\partial C_i}{\partial x_{N-1}} V_{4N-7} + \frac{\partial C_i}{\partial l_{N-1}} V_{4N-6}, \\ \gamma_i &= -C_i - \frac{\partial C_i}{\partial x_{N-1}} W_{4N-7} - \frac{\partial C_i}{\partial l_{N-1}} W_{4N-6}, \quad \text{con } i = 1, \dots, 4.\end{aligned}\quad (3.64)$$

Resolviendo el sistema (3.63) obtenemos los valores de δp_{N-1} , $\delta \theta_{N-1}$, δp_N y $\delta \theta_N$. Los valores de δp_{N-1} , $\delta \theta_{N-1}$ se introducen en el sistema (3.61) con $k = N - 2$ para dar los valores de la siguiente corrección. Las primeras dos de estas correcciones se vuelven a introducir en el sistema (3.61) con $k = N - 3$ y así siguiendo. Finalmente, el sistema (3.57) contiene las últimas variables desconocidas, $\delta x_1, \dots, \delta l_2$. De esta forma podemos resolver las ecuaciones en diferencia.

3.2. Modelo del disco protoplanetario

En esta Tesis, a diferencia de los trabajos de Fortier *et al.* (2007, 2009), tendremos en cuenta que los planetas en formación están inmersos en un disco protoplanetario en evolución. Por ende, la evolución del disco afectara el crecimiento del planeta, y el planeta en formación afectara la evolución del disco.

Consideramos que el disco protoplanetario esta compuesto por una componente gaseosa y una componente sólida (la cual está representada por planetesimales). La componente gaseosa del disco esta compuesta principalmente por hidrógeno molecular y está caracterizada por dos magnitudes principales,

$$\begin{aligned} \Sigma_g, \\ T, \end{aligned}$$

las cuales denotan la densidad superficial de gas (relacionada con la masa del disco) y la temperatura en el plano medio del disco, respectivamente. Para la temperatura, adoptamos que la misma corresponde al caso de un disco en equilibrio hidrostático e isoterma en la dirección normal al plano medio del mismo.

Respecto a la componente sólida del disco, la misma esta caracterizada por una población de planetesimales, y la magnitud principal que la caracteriza es la densidad superficial de planetesimales,

$$\Sigma_p,$$

la cual esta relacionada con la masa de sólidos del disco. La población de planetesimales evoluciona por la acreción de los mismos debido a los planetas inmersos en el disco, por migración orbital, y para los últimos resultados que mostremos también tendremos en cuenta la evolución colisional de los planetesimales.

Consideramos que ambas componentes tienen simetría cilíndrica, por lo tanto las magnitudes que caracterizan al disco pueden ser representadas teniendo en cuenta solo a la distancia radial a la estrella central como variable independiente. La componente gaseosa está representada por un grillado 1D⁶ (para la componente radial), mientras que la componente sólida está representada por un grillado 2D (una dimensión para la componente radial y otra para el tamaño de los planetesimales). Mientras algunas magnitudes son función solo de la distancia radial a la estrella, R , como la densidad superficial de gas $\Sigma_g(R)$ o la temperatura en el plano medio del disco $T(R)$, otras magnitudes son también función del tamaño de los planetesimales, como la densidad superficial de planetesimales $\Sigma_p(R, r_p)$, las excentricidades $e(R, r_p)$ e inclinaciones $i(R, r_p)$ de los planetesimales o las velocidades de migración de estos últimos $v_{\text{mig}}(R, r_p)$, en donde r_p representa el radio de los planetesimales.

Un hecho importante en esta Tesis es la incorporación de una distribución de tamaños para la población de planetesimales, dado que en general los modelos de formación de planetas gigantes consideran que los planetas crecen a partir de una distribución homogénea de

⁶Con esto queremos decir que el grillado es un arreglo numérico unidimensional.

planetesimales de igual tamaño. Además, consideramos la migración orbital de los planetesimales, fenómeno que suele no tenerse en cuenta, pero que sin embargo, es de importancia para planetesimales pequeños ($r_p \lesssim 1$ km). En general, los modelos de formación de planetas gigantes consideran que las velocidades relativas entre los planetesimales y los planetas son las correspondientes al equilibrio entre las perturbaciones gravitatorias que producen los planetas y el amortiguamiento que produce la fricción del gas nebular. Esta consideración es correcta para planetesimales grandes ($r_p \gtrsim 10$ km) los cuales alcanzan el equilibrio en escalas de tiempo cortas, pero para planetesimales pequeños esto no es válido. Por ende, en esta Tesis las velocidades relativas entre los planetesimales y los planetas se calculan fuera del equilibrio.

Finalmente, consideraremos que los planetas crecen en el régimen de crecimiento oligárquico. En un disco protoplanetario, el primer modo de acreción de sólidos es el crecimiento en fuga de los planetesimales⁷ (Greenberg, 1980), en donde los planetesimales más grandes de la distribución inicial crecen más rápido que los pequeños. En este régimen, la interacción gravitatoria entre los planetesimales es la que domina la dinámica de los mismos. Las velocidades relativas entre planetesimales son bajas. Sin embargo, en una corta escala de tiempo (de unos 10^5 años), los cuerpos mayores se vuelven tan masivos (se *convierten* en embriones planetarios) que sus influencias gravitatorias empiezan a dominar la dinámica de los planetesimales que los rodean. Esto incrementa las velocidades relativas de los planetesimales, y los únicos cuerpos que continúan creciendo son los embriones a expensas de los planetesimales. El proceso de acreción de estos embriones cambia a un régimen más lento, conocido como crecimiento oligárquico (Kokubo e Ida, 1998, 2000, 2002). La transición del crecimiento en fuga al crecimiento oligárquico se produce en etapas muy tempranas, cuando la masa del embrión es del orden, o menor, a la masa de la Luna (Ida y Makino, 1993). Por ende, el régimen relevante para modelar la acreción de sólidos de los núcleos de los planetas gigantes es el crecimiento oligárquico.

3.2.1. Evolución de las excentricidades, inclinaciones y velocidades de migración de los planetesimales

La evolución de las excentricidades (e), inclinaciones (i) y velocidades de migración de los planetesimales (v_{mig}) esta gobernada por dos fenómenos principales, la excitación gravitatoria que producen los protoplanetas inmersos en el disco, y el amortiguamiento debido al gas nebular del disco.

La excitación gravitatoria que produce un planeta sobre las excentricidades e inclinaciones puede modelarse, según Ohtsuki *et al.* (2002), por,⁸

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{grav}} = \left(\frac{M_P}{3bM_\star P_{\text{orb}}} \right) P_{EG}, \quad (3.65)$$

$$\left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{grav}} = \left(\frac{M_P}{3bM_\star P_{\text{orb}}} \right) Q_{EG}, \quad (3.66)$$

en donde M_P es la masa del planeta, b es el ancho total de la zona de alimentación del planeta normalizada al radio de Hill del mismo, M_\star es la masa de la estrella central y P_{orb} es el período orbital del planeta. Finalmente, P_{EG} y Q_{EG} son funciones de las excentricidades

⁷Asumiendo que los planetesimales se encuentran formados.

⁸Cuando se considere la formación simultánea de varios planetas, consideraremos que la excitación total sobre las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales será la suma de las excitaciones individuales que genera cada planeta.

e inclinaciones de los planetesimales, dadas por,

$$P_{EG} = \left[\frac{73\hat{e}^2}{10\Lambda^2} \right] \ln \left(1 + \frac{10\Lambda^2}{\hat{e}^2} \right) \quad (3.67)$$

$$+ \left[\frac{72I_{P_{EG}}(\beta)}{\pi\hat{e}\hat{i}} \right] \ln(1 + \Lambda^2), \quad (3.68)$$

$$Q_{EG} = \left[\frac{4\hat{i}^2 + 0.2\hat{e}^3}{10\Lambda^2\hat{e}} \right] \ln(1 + 10\Lambda^2) \quad (3.69)$$

$$+ \left[\frac{72I_{Q_{EG}}(\beta)}{\pi\hat{e}\hat{i}} \right] \ln(1 + \Lambda^2), \quad (3.70)$$

con $\hat{e} = e R_P/R_H$ e $\hat{i} = i R_P/R_H$ las excentricidades e inclinaciones reducidas, respectivamente, siendo R_P el radio de la órbita del planeta, $\beta = \hat{i}/\hat{e}$ y $\Lambda^2 = \hat{i}(\hat{i}^2 + \hat{e}^2)/12$. Las funciones $I_{P_{EG}}(\beta)$ e $I_{Q_{EG}}(\beta)$ están dadas por integrales elípticas, las cuales para valores de $0 < \beta < 1$ pueden aproximarse por (Chambers, 2006),

$$I_{P_{EG}}(\beta) = \frac{\beta - 0.36251}{0.061547 + 0.16112\beta + 0.054473\beta^2}, \quad (3.71)$$

$$I_{Q_{EG}}(\beta) = \frac{0.71946 - \beta}{0.21239 + 0.49764\beta + 0.14369\beta^2}. \quad (3.72)$$

Sin embargo, este es un tratamiento local. Hasegawa y Nakazawa (1990) mostraron que cuando la distancia al protoplaneta es mayor que 3.5 – 4 radios de Hill, las excitaciones gravitatorias sobre los planetesimales caen substancialmente a medida que nos alejamos del planeta. Por lo tanto, introducimos una función de modulación en las ecuaciones que gobiernan las excitaciones sobre las excentricidades e inclinaciones,

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{grav}} \rightarrow f(\Delta) \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{grav}}, \quad (3.73)$$

$$\left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{grav}} \rightarrow f(\Delta) \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{grav}}. \quad (3.74)$$

La función de modulación $f(\Delta)$ adopta la forma,

$$f(\Delta) = \left(1 + \left| \frac{\Delta}{4R_H} \right|^5 \right)^{-1}, \quad (3.75)$$

en donde $\Delta = R - R_P$ representa la distancia al planeta, siendo R_P la distancia del planeta a la estrella central. La elección de esta forma funcional para $f(\Delta)$ es arbitraria. Sin embargo, dicha elección debe satisfacer que las excitaciones gravitatorias debidas a la presencia del planeta estén restringidas a su zona de alimentación y garantizar que el perfil de velocidades a lo largo del disco de planetesimales sea lo suficientemente suave para poder resolver adecuadamente la redistribución de sólidos desde un punto de vista numérico. Es importante remarcar que Brunini y Benvenuto (2008) encontraron que sus resultados eran invariantes ante diferentes valores del exponente en el término $\Delta/4R_H$ de la función $f(\Delta)$.

Por otro lado, la fricción que causa la componente gaseosa del disco protoplanetario tiende a disminuir las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales a una tasa dada por (Adachi *et al.* 1976),

$$\left. \frac{de}{dt} \right|_{\text{gas}} = - \frac{\pi e r_p^2 C_D \rho_g v_k}{2m_p} \left(\eta^2 + v_{\text{rel}}^2 \right), \quad (3.76)$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{\text{gas}} = - \frac{\pi i r_p^2 C_D \rho_g v_k}{4m_p} \left(\eta^2 + v_{\text{rel}}^2 \right), \quad (3.77)$$

3. Nuestro modelo

en donde C_D es un coeficiente adimensional que representa a la fricción gaseosa (del orden de 1 para cuerpos esféricos), m_p es la masa de los planetesimales, ρ_g es la densidad volumétrica del gas nebuloso a la distancia R de la estrella central, y η es la fracción diferencia entre la velocidad del gas (v_g) y la velocidad local kepleriana (v_k), dada por (Thommes *et al.* 2003),

$$\eta = \frac{v_k - v_g}{v_k} = \frac{\pi}{16}(\alpha + \beta) \left(\frac{c_s}{v_k} \right)^2, \quad (3.78)$$

donde β es la potencia en el perfil de temperatura de la nebulosa ($T(R) \propto R^{-\beta}$) y c_s es la velocidad local del sonido. Considerando que la escala de altura del disco es $z = 0.05R^{5/4}$, se tiene que $c_s/v_k = 0.05R^{1/4}$.

Finalmente, v_{rel} representa la velocidad relativa entre los planetesimales y el planeta, la cual está dada por (Adachi *et al.* 1976),

$$v_{\text{rel}} = v_k \sqrt{\frac{5}{8}e^2 + \frac{1}{2}i^2}. \quad (3.79)$$

De las Ec. (3.76) y (3.77), podemos ver que el amortiguamiento de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales debido a la fricción gaseosa del gas nebuloso depende fuertemente del tamaño de los planetesimales.

En general, los modelos de formación planetaria que tienen en cuenta el régimen de crecimiento oligárquico adoptan que los planetesimales alcanzan velocidades relativas en equilibrio. Thommes *et al.* (2003) muestran que esta consideración es válida a partir de embriones con masas mayores a $10^{-2} - 10^{-1} M_{\oplus}$. Sin embargo, la condición de equilibrio no es siempre alcanzada, especialmente para planetesimales pequeños (Chambers, 2006; Brunini y Benvenuto, 2008). Por lo tanto, para cada población de planetesimales, a cada distancia de la estrella central, integraremos las Ec. (3.73) – (3.77) con un método semi implícito. El uso de un método semi implícito provee estabilidad numérica tanto cerca de la condición de equilibrio como fuera de la misma.

La fricción del gas nebuloso también causa un decaimiento orbital de los planetesimales. La tasa a la cual cambia el semieje mayor esta dada por (Adachi *et al.* 1976),

$$\frac{da}{dt} = v_{\text{mig}} = -\frac{2a}{T_{\text{fric}}} \left(\eta^2 + \frac{5}{8}e^2 + \frac{1}{2}i^2 \right)^{1/2} \left[\eta + \left(\frac{5}{16} + \frac{\alpha}{4} \right) e^2 + \frac{1}{4}i^2 \right], \quad (3.80)$$

aquí a representa la distancia a la estrella central, α es el exponente de la densidad volumétrica de gas en el plano medio del disco ($\rho_g \propto R^{-\alpha}$) y T_{fric} está dado por,

$$T_{\text{fric}} = \frac{8\rho_p r_p}{3C_D \rho_g v_k}, \quad (3.81)$$

con ρ_p la densidad de los planetesimales.

3.2.2. Acreción de planetesimales: régimen de crecimiento oligárquico

El proceso de acreción de planetesimales por parte de los planetas esta bien descrito por la aproximación de *partícula en una caja* (Inaba *et al.* 2001), dado por,

$$\frac{dM_N}{dt} = \frac{2\pi \Sigma_p(R_p) R_H^2}{P_{\text{orb}}} P_{\text{col}}, \quad (3.82)$$

en donde M_N representa la masa del núcleo del planeta, $\Sigma_p(R_p)$ es la densidad superficial de planetesimales a la distancia del planeta (R_p), $R_H = R_p (M_p / 3M_{\star})^{1/3}$ es el radio de Hill

del planeta, R_P es el radio de la órbita del planeta, y la probabilidad de colisión P_{col} toma diferentes valores dependiendo de las velocidades relativas para los planetesimales. En los regímenes de altas, medias y bajas velocidades, P_{col} esta dada por (Chambers, 2006),

$$P_{\text{col}_{\text{altas}}} = \frac{(R_N + r_p)^2}{2\pi R_H^2} \left[I_F(\beta) + \frac{6R_H I_G(\beta)}{(R_N + r_p)^2 \hat{e}^2} \right], \quad \text{si } \hat{e}, \hat{i} > 2, \quad (3.83)$$

$$P_{\text{col}_{\text{medias}}} = \frac{(R_N + r_p)^2}{4\pi R_H^2 \hat{i}} \left[17.3 + \frac{232R_H}{(R_N + r_p)} \right], \quad \text{si } 0.2 < \hat{e}, \hat{i} < 2, \quad (3.84)$$

$$P_{\text{col}_{\text{bajas}}} = 11.3 \left[\frac{R_N + r_p}{R_H^2} \right]^{1/2}, \quad \text{si } \hat{e}, \hat{i} < 0.2. \quad (3.85)$$

En estas expresiones, R_N representa el radio del núcleo, mientras que $I_F(\beta)$ e $I_G(\beta)$ son funciones que pueden expresarse en términos de integrales elípticas completas, pero que cuando $0 < \beta < 1$ pueden aproximarse por (Chambers, 2006),

$$I_F(\beta) = \frac{1 + 0.95925\beta + 0.77251\beta^2}{\beta(0.13142 + 0.12295\beta)}, \quad (3.86)$$

$$I_G(\beta) = \frac{1 + 0.39960\beta}{\beta(0.0369 + 0.048333\beta + 0.006874\beta^2)}. \quad (3.87)$$

Sin embargo, Inaba *et al.* (2001) muestran que la probabilidad de colisión en todo el rango de \hat{e}, \hat{i} puede aproximarse por,

$$P_{\text{col}} = \min \left[P_{\text{col}_{\text{medias}}}, \left(P_{\text{col}_{\text{bajas}}}^{-2} + P_{\text{col}_{\text{altas}}}^{-2} \right)^{-1/2} \right]. \quad (3.88)$$

No obstante, como mencionamos anteriormente tendremos en cuenta el efecto de la fricción que causa la envoltura gaseosa del planeta sobre los planetesimales. Este fenómeno aumenta notablemente la sección eficaz de captura del planeta. Inaba e Ikoma (2003) encontraron una solución aproximada a las ecuaciones de movimiento de un planetesimal relativo a un planeta considerando la presencia de la envoltura gaseosa del mismo. Esta aproximación es de gran utilidad ya que permite calcular el aumento en la sección eficaz de captura sin resolver las ecuaciones de movimiento de los planetesimales, lo que demanda un gran costo computacional. A partir de esta aproximación se puede calcular el radio del planetesimal capturado en función de la densidad de la envoltura y de lo que los autores llaman *radio extendido* R_{Ext} ,

$$r_p = \frac{3\rho_e(R_{\text{Ext}})R_{\text{Ext}}}{2\rho_p} \left(\frac{v_\infty^2 + 2GM(R_{\text{Ext}})/R_{\text{Ext}}}{v_\infty^2 + 2GM(R_{\text{Ext}})/R_H} \right), \quad (3.89)$$

en donde, $M(R_{\text{Ext}})$ denota la masa total (masa del núcleo más masa de la envoltura gaseosa) contenida la distancia R_{Ext} . Esta expresión puede resolverse numéricamente para encontrar el valor de R_{Ext} que satisfaga la igualdad (3.89).

Inaba e Ikoma proponen reemplazar R_{Ext} por R_N en las probabilidades de colisión, con lo cual,

$$\tilde{P}_{\text{col}_{\text{altas}}} = \frac{(R_{\text{Ext}} + r_p)^2}{2\pi R_H^2} \left[I_F(\beta) + \frac{6R_H I_G(\beta)}{(R_{\text{Ext}} + r_p)^2 \hat{e}^2} \right], \quad \text{si } \hat{e}, \hat{i} > 2, \quad (3.90)$$

$$\tilde{P}_{\text{col}_{\text{medias}}} = \frac{(R_{\text{Ext}} + r_p)^2}{4\pi R_H^2 \hat{i}} \left[17.3 + \frac{232R_H}{(R_{\text{Ext}} + r_p)} \right], \quad \text{si } 0.2 < \hat{e}, \hat{i} < 2, \quad (3.91)$$

$$\tilde{P}_{\text{col}_{\text{bajas}}} = 11.3 \left[\frac{R_{\text{Ext}} + r_p}{R_H^2} \right]^{1/2}, \quad \text{si } \hat{e}, \hat{i} < 0.2. \quad (3.92)$$

3. Nuestro modelo

y nuevamente,

$$P_{col} = \min \left[\tilde{P}_{col_{medias}}, \left(\tilde{P}_{col_{bajas}}^{-2} + \tilde{P}_{col_{altas}}^{-2} \right)^{-1/2} \right]. \quad (3.93)$$

Luego, definimos la zona de alimentación del planeta como el anillo alrededor del mismo en donde los planetesimales pueden ser acretados. El ancho de la zona de alimentación es usualmente tomado como b veces el radio de Hill del planeta, con b entre 8 – 10 (Thommes *et al.* 2003). Para considerar adecuadamente el ancho de la zona de alimentación, integramos radialmente la Ec. (3.82),

$$\frac{dM_N}{dt} = \int_{ZA} 2\pi\psi(R, R_P, R_H) \frac{2\pi\Sigma(R)R_H^2}{P_{orb}} P_{col} R dR, \quad (3.94)$$

en donde R es la distancia a la estrella central. Escogimos una forma funcional para ψ imponiendo una condición de normalización,

$$\int_{ZA} 2\pi\psi(R, R_P, R_H) R dR = 1, \quad (3.95)$$

en donde ZA indica que la integral se extiende sobre toda la zona de alimentación. Para los primeros trabajos (Guilera *et al.* 2010, 2011) adoptamos para ψ la siguiente forma,

$$\psi(R, R_P, R_H) = \frac{1}{2\pi^{3/2}\delta} \exp \left[- \left(\frac{R - R_P}{\delta R_H} \right)^2 \right], \quad \text{con } \delta = 4. \quad (3.96)$$

La Ec. (3.94) se integra numéricamente por la regla de Simpson, en donde se garantiza que siempre haya al menos 10 celdas radiales entre $R_P - 4R_H$ y $R_P + 4R_H$.

Acerca de la distribución de tamaños de los planetesimales

Los planetesimales más pequeños de la población producen que el proceso de acreción sea más rápido, especialmente en las regiones externas del disco. Este es un punto importante en el modelo de inestabilidad nucleada, dado que la acreción de grandes cantidades de gas es solo posible antes de que la nebulosa se disipe. Para tener en cuenta el efecto de la distribución de tamaños de los planetesimales, dividimos el continuo la población en 31 celdas de tamaños, desde 100 m hasta 100 km (cada celda tiene objetos con el doble de masa que la celda anterior). Se ha adoptado una ley de potencia para la distribución de los planetesimales de la forma $dn/dm \propto m^{-\alpha}$ con $\alpha = 5/2$, consistente con los resultados obtenidos por Kokubo e Ida (1998, 2000, 2002) y Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b) para el espectro de masa de una población de planetesimales en el régimen de crecimiento oligárquico. Como la masa total de planetesimales es $\int n(m)m dm \propto m^{2-\alpha}$, la mayor cantidad de masa del disco está contenida en los planetesimales menos masivos de la distribución.

Por lo tanto, generalizamos de la Ec. (3.94) para tener en cuenta la presencia de una distribución de tamaños para los planetesimales,

$$\frac{dM_N}{dt} = \int_{\text{dist}} dm \int_{ZA} 2\pi\psi(R, R_P, R_H) \frac{2\pi\Sigma(R, m_p)R_H^2}{P_{orb}} P_{col}(R, m_p) R dR, \quad (3.97)$$

en donde $\int_{\text{dist}} dm$ denota que integramos sobre la distribución de tamaño de los planetesimales, y en donde hemos incluido explícitamente la dependencia con la masa para las cantidades correspondientes.

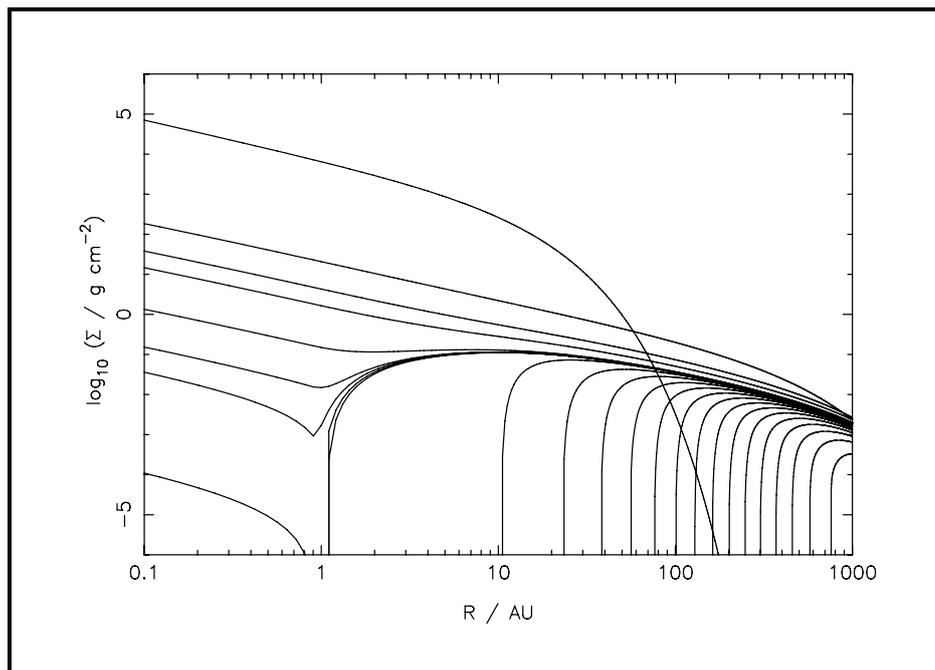


Figura 3.3. Evolución temporal de la densidad superficial de gas para un disco de acreción en donde se incluye el fenómeno de fotoevaporación en la evolución del disco. Las curvas de la densidad superficial corresponden a los tiempos $t = 0, 2, 4, 5.9, 6.0, 6.01, 6.02, 6.02, \dots, 6.18$ millones de años. A medida que el tiempo transcurre, la densidad superficial de gas disminuye. En $t = 6.2 \times 10^6$ años la densidad superficial cae a cero a lo largo del todo el disco. Figura perteneciente al artículo de Alexander *et al.*, (2006).

3.2.3. Evolución de la densidad superficial de planetesimales y la densidad superficial de gas

El proceso de evolución de la componente gaseosa del disco protoplanetario es complejo. Es mayormente aceptado que la evolución del disco gaseoso ocurre como consecuencia del torque viscoso al que se ve sujeto por efecto de la velocidad de rotación diferencial kepleriana. Los discos protoplanetarios tienen una vida media observada de unos 3 a 10 millones de años (Haisch *et al.* 2001; Mamajek, 2009). La disipación de la componente gaseosa del disco debida solamente a la acreción estelar se estima que es un proceso gradual. Sin embargo, esto no es lo que se infiere observacionalmente. La relativa brevedad de la escala de tiempo de disipación de los discos protoplanetarios observados sugiere que existen otros procesos físicos, además de la evolución viscosa, que contribuyen a la disipación del gas del disco. El fenómeno más plausible como agente evolutivo adicional se cree es la fotoevaporación debida a la estrella central. La evolución de los discos protoplanetarios que evolucionan debido a una combinación entre el torque viscoso y la fotoevaporación ha sido estudiada por Clarke *et al.* (2001) y Alexander *et al.* (2006). Tres fases evolutivas distintas pueden describirse. En la primera fase, la pérdida de masa debido a la fotoevaporación es despreciable en comparación con el flujo de masa que fluye a través del disco como resultado del transporte viscoso, y el disco evoluciona como si no hubiera pérdida de masa. A unos pocos millones de años, se abre una brecha en el disco a un radio característico (en donde la velocidad del sonido del gas ionizado se iguala a la de rotación) debido a la fotoevaporación y el gas dentro de este radio característico es acretado por la estrella central en una escala de tiempo de 10^5 años. Finalmente, la fotoevaporación disipa el resto del disco en una escala de tiempo de 10^5 años (fig. 3.3).

El modelado de un disco de acreción con fotoevaporación está fuera del alcance de esta

3. Nuestro modelo

tesis, dado que nosotros pretendemos estudiar con mayor detalle las primeras etapas de formación planetaria, al menos hasta que el planeta alcance la etapa de crecimiento en fuga para la envoltura gaseosa, y la evolución de la población de planetesimales, que es la fuente de material para el crecimiento del núcleo del planeta. En esta Tesis supondremos que, por simplicidad, la componente gaseosa del disco se disipa exponencialmente,

$$\Sigma_g(t) = \Sigma_g(t=0) e^{-t/\tau}, \quad (3.98)$$

en donde τ es un tiempo característico que toma valores entre 3×10^6 años y 10^7 años. El decaimiento exponencial es una aproximación aceptable, al menos hasta que la fotoevaporación se haga efectiva. Pero dado que la misma actúa en una escala de tiempo un orden de magnitud menor ($\sim 10^5$ años), consideramos que nuestras simulaciones terminan al alcanzarse el tiempo τ , momento al cual se disiparía la nebulosa por fotoevaporación.

Respecto a la densidad superficial de planetesimales, la misma obedece una ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial}{\partial t} [\Sigma_p(R, r_p)] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R v_{\text{mig}} \Sigma_p(R, r_p) \right) = \mathcal{F}(R, r_p), \quad (3.99)$$

en donde R hace referencia a la coordenada radial, y r_p al tamaño de los planetesimales. Afortunadamente, esta ecuación se puede resolver en forma independiente para cada tamaño. Además, \mathcal{F} representa a los sumideros que sustraen material del disco. En nuestro caso, los sumideros se deben a la acreción de planetesimales por parte de los planetas inmersos en el disco,

$$\mathcal{F} = -\frac{dM_N}{2\pi R dR dt} = -\psi \frac{2\pi \Sigma_p R_H^2}{P_{\text{orb}}} P_{\text{col}}. \quad (3.100)$$

La Ec. (3.99) se resuelve numéricamente usando un método totalmente implícito en diferencias finitas. Dado que el grillado que usamos para cuantizar la coordenada radial del disco es un grillado equiespaciado en el logaritmo, tenemos que hacer un cambio de variables,

$$\frac{\partial}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial \ln R} \frac{\partial \ln R}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \ln R}, \quad (3.101)$$

entonces la Ec. (3.99) adopta la forma,

$$\frac{\partial \Sigma_p}{\partial t} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \ln R} \left(R v_{\text{mig}} \Sigma_p \right) = \mathcal{F}. \quad (3.102)$$

Además, por una cuestión de estabilidad numérica, las ecuaciones en diferencias no se plantean sobre la densidad, sino sobre el incremento de la misma, es decir que,

$$\Sigma_p(t + \delta t) = \Sigma_p(t) + \delta \Sigma_p, \quad (3.103)$$

o bien,

$$\Sigma_{p_i}^{j+1} = \Sigma_{p_i}^j + \delta \Sigma_{p_i}, \quad (3.104)$$

en donde la variable j denota la discretización temporal, y la variable i denota la discretización radial.

Por lo tanto, para las ecuaciones en diferencias tenemos que,

$$\frac{\partial \Sigma_p}{\partial t} = \frac{\Sigma_{p_i}^{j+1} - \Sigma_{p_i}^j}{\delta t} = \frac{\delta \Sigma_{p_i}}{\delta t}, \quad (3.105)$$

y como usamos un método totalmente implícito,

$$\frac{\partial}{\partial \ln R} \left(R v_{\text{mig}} \Sigma_p \right) = \frac{R_{i+1} v_{\text{mig}_{i+1}} \Sigma_{p_{i+1}}^{j+1} - R_i v_{\text{mig}_i} \Sigma_{p_i}^{j+1}}{\delta R}, \quad (3.106)$$

en donde $\delta R = \ln(R_{i+1}) - \ln(R_i)$ representa el equiespaciado logarítmico. Luego, a partir de un poco de álgebra, la Ec. (3.102) adopta la siguiente forma en diferencias finitas,

$$\alpha_i \delta \Sigma_{p_i} + \beta_i \delta \Sigma_{p_{i+1}} = \gamma_i, \quad \text{con } i = 1, \dots, N-1, \quad (3.107)$$

$$\alpha_N \delta \Sigma_{p_N} = \gamma_N, \quad (3.108)$$

con N el número de celdas radiales, y,

$$\alpha_i = 1 - c_i R_i v_{\text{mig}_i}, \quad (3.109)$$

$$\beta_i = c_i R_{i+1} v_{\text{mig}_{i+1}}, \quad (3.110)$$

$$\gamma_i = \mathcal{F}_i \delta t - c_i \left(R_{i+1} v_{\text{mig}_{i+1}} \Sigma_{p_{i+1}}^j - R_i v_{\text{mig}_i} \Sigma_{p_i}^j \right), \quad (3.111)$$

en donde $c_i = \delta t / r_i^2 \delta R$. Este sistema puede escribirse de manera matricial,

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \beta_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \alpha_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \Sigma_{p_1} \\ \delta \Sigma_{p_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta \Sigma_{p_{N-1}} \\ \delta \Sigma_{p_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma_{N-1} \\ \gamma_N \end{pmatrix}. \quad (3.112)$$

Para poder resolver el sistema (3.112), hay que definir la condición de borde,

$$\delta \Sigma_{p_N} = \gamma_N / \alpha_N. \quad (3.113)$$

El problema aquí es que para calcular γ_N hay que definir valores para R_{N+1} , $v_{\text{mig}_{N+1}}$, y $\Sigma_{p_{N+1}}$, dado que están fuera de grillado radial y no están definidos (α_N está bien definido). Lo que hacemos es calcular $R_{N+1} = R_N + e^{\delta R}$ y extrapolar las velocidades y densidades para encontrar un valor aproximado de $v_{\text{mig}_{N+1}}$ y $\Sigma_{p_{N+1}}$.

3.3. El modelo global

El objetivo central de esta Tesis es la construcción de un modelo autoconsistente para la formación simultánea de planetas gigantes inmersos en un disco protoplanetario en evolución, y analizar como la formación aislada de un planeta se ve modificada por la presencia de otros planetas.

Para lograr este objetivo, realizamos una generalización del modelo descrito en la sec. 3.1 de manera de contar con un código que calcule la formación simultánea de varios planetas gigantes. Luego, realizamos un acople entre el código descrito en la sec. 3.2, el cual calcula la evolución del disco protoplanetario (este código es nuestro programa principal) y el código que calcula la formación simultánea de los planetas gigantes (el cual sera el subprograma más importante).

3.3.1. Generalización del código que calcula la formación *in situ* de un planeta gigante

A partir de ciertos parámetros iniciales, como la masa inicial del núcleo y la masa inicial de gas de cada planeta, la distancia de cada planeta a la estrella central, entre otros, se calculan los modelos iniciales para todos los planetas. Los modelos iniciales son sencillos, a partir de los valores de la presión, temperatura y densidad de la nebulosa al tiempo inicial, se calculan modelos lineales para el estado termodinámico de la envoltura de cada planeta. Esto generalmente alcanza para que los modelos converjan, y es importante remarcar que en un número no muy grande de modelos la información de la condición inicial se pierde.

Calculados los modelos iniciales de todos los planetas, se toma el primer planeta (con primer nos referimos al más cercano a la estrella central, dado que así están ordenados en el código) y calculamos las correcciones para el próximo modelo hasta que las mismas alcancen la precisión deseada. Luego se calcula la masa a incrementar del núcleo (es importante remarcar que la tasa de acreción de planetesimales es una información que brinda el programa principal que calcula la evolución del disco), el radio del planeta, la tasa de acreción de gas, la asignación de las variables físicas correspondientes al modelo actual y prepara los parámetros necesarios para el cálculo del proximo modelo, entre el que se destaca el paso temporal. Para cada planeta, modelo a modelo, se calcula un tiempo propio a cada planeta que garantiza la convergencia de los modelos.

Finalizado el cálculo del primer modelo del primer planeta, se toma el segundo planeta y se procede en forma similar. Se repite el proceso hasta que se calcula el primer modelo para todos los planetas.

Calculados los primeros modelos de todos los planetas, se escoge el mínimo entre todos los pasos temporales, y se reemplazan los pasos temporales de los planetas por dicho mínimo, de manera de asegurarnos que los modelos se calculen siempre al mismo tiempo para todos los planetas. Este procedimiento garantiza la convergencia del próximo modelo para todos los planetas, aunque el mismo demanda un mayor tiempo de cómputo. Escogido el paso mínimo para los siguientes modelos, el programa verifica si algún planeta alcanzó su masa prefijada (cuando esto sucede consideramos que dicho planeta terminó su formación). Aquellos planetas que terminaron su formación ya no son tenidos en cuenta. Luego, se vuelve al cálculo de los modelos para los planetas que aun continúan en formación.

Este procedimiento se repite hasta que todos los planetas alcancen la masa prefijada o el tiempo de formación del sistema exceda un valor preestablecido.

3.3.2. Acople de los códigos

Como mencionamos anteriormente, el código que calcula la evolución del disco es nuestro programa principal, el cual entre las diferentes cantidades que calcula, se encuentra la tasa de acreción de planetesimales para cada embrión planetario en el disco. Los valores de estas tasas de acreción se *pasan* al subprograma que calcula la formación simultánea de los planetas gigantes. Finalizados los cálculos de los nuevos modelos para cada planeta, este subprograma le devuelve al programa principal la información de las nuevas masas totales (masa del núcleo más masa de la envoltura) de cada planeta, para que continúe con el cálculo de la evolución del disco. Finalmente, este proceso se repite hasta que se termina la formación del sistema planetario.

Una vez definidos ciertos parámetros iniciales se calcula el modelo inicial para el disco. A partir de este modelo inicial se calcula la evolución de las excentricidades, inclinaciones y de las velocidades de migración de los planetesimales tomando en cuenta los diferentes tamaños de los mismos. Posteriormente se calcula la evolución de la densidad superficial de

gas. Luego, se calcula el proceso de crecimiento de cada planeta, en donde hay que tener en cuenta las contribuciones de los diferentes tamaños de los planetesimales. Se calculan las zonas de alimentación y las probabilidades de colisión (para cada tamaño de los planetesimales) para cada planeta, para poder calcular las tasas de acreción correspondiente a cada planeta. Estas tasas se pasan al subprograma que calcula la formación simultánea de los planetas gigantes. Esta rutina toma las tasas de acreción para calcular el crecimiento del núcleo del planeta, como así también para calcular el estado termodinámico de la envoltura gaseosa. Calculados los nuevos modelos para cada planeta, se calculan los pasos de tiempo para el próximo modelo y las masas totales correspondientes (masa del núcleo más masa de la envoltura) de cada planeta, las cuales se devuelven al programa principal. Con estas nuevas masas, se calculan los sumideros correspondientes a la ecuación de continuidad, y se resuelve dicha ecuación.

Concluidos todos estos pasos, se repite el proceso. Para asegurar la convergencia de los nuevos modelos de las envolturas de los planetas y del próximo modelo del disco, se escoge el mínimo de todos los pasos temporales involucrados, es decir, el mínimo entre el paso temporal de cada planeta y el paso temporal de la evolución del disco.

Finalmente, el programa concluye cuando todos los planetas alcanzan una masa prefijada o cuando se alcanza la edad límite del sistema. Es importante remarcar que si algún planeta terminó su formación pero existen aun otros planetas en formación, dicho planeta no es tenido en cuenta en el cálculo de la formación, pero si se lo sigue teniendo en cuenta en el cálculo de la evolución del disco perturbando la población de planetesimales.

Capítulo 4

Formación simultánea de planetas gigantes

Las discusiones y resultados plasmados en este capítulo corresponden a nuestro trabajo titulado *Consequences of the simultaneous formation of giant planets by the core accretion mechanism*, publicado en la revista *Astronomy & Astrophysics* en el año 2010.

4.1. Introducción

El mecanismo de inestabilidad nucleada es considerado generalmente como el mecanismo a través del cual se forman los planetas gigantes. Como mencionamos en los capítulos previos, este mecanismo propone que la formación de un planeta gigante comienza a partir de la formación de un embrión planetario de masa similar a la masa de la Luna. Este embrión, que será el núcleo del planeta, crece debido a la acreción de planetesimales. A medida que el embrión crece, comienza a ligar gravitatoriamente el gas circundante del disco protoplanetario. Cuando el embrión alcanza una masa del orden de las $10 M_{\oplus}$, ya no es capaz de mantener en equilibrio hidrostático las capas de la envoltura y las mismas colapsan sobre el núcleo. De esta manera, el planeta acreta grandes cantidades de gas es una escala de tiempo muy corta, de unos 10^5 años, y alcanza su masa final. Esta secuencia de eventos ha sido estudiada por Mizuno (1980) empleando modelos estáticos, y luego por Bodenheimer y Pollack *et al.* (1986), quienes por primera vez emplearon modelos evolutivos. Desde entonces, diversos autores han realizado estudios numéricos para estudiar la formación de planetas gigantes a partir del modelo de inestabilidad nucleada, como por ejemplo Alibert *et al.* (2005), Hubickyj *et al.* (2005) y Dodson-Robinson *et al.* (2008).

Sin embargo, Fortier *et al.* (2007,2009) fueron los primeros en considerar el régimen de crecimiento oligárquico de acreción de planetesimales para el núcleo del planeta. Dado que la transición del crecimiento en fuga de los planetesimales al crecimiento oligárquico de los embriones se da cuando la masa de los mismos es mucho menor que la masa de La Tierra, este régimen de crecimiento actúa en casi todo el proceso de la formación del planeta. En este régimen, el crecimiento de los núcleos de los planetas ocurre más lentamente con respecto a los regímenes *pseudo* crecimiento en fuga adoptados en los trabajos de Pollack *et al.* (1986), Alibert *et al.* (2005), Hubickyj *et al.* (2005) y Dodson-Robinson *et al.* (2008). Uno de los puntos fuertes del modelo de inestabilidad nucleada es que en el mismo el crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa ocurre para valores de la masa del núcleo que son independientes de la masa final que pueda alcanzar el planeta. Este hecho está en acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales de la masa de los núcleos de los planetas gigantes de nuestro Sistema Solar (Guillot, 2005, Militzer *et al.*, 2008). No obstante, el modelo de inestabilidad nucleada

presenta algunas dificultades. Uno de los principales retos que el modelo debe superar está relacionado con las escalas de tiempo de formación de los planetas gigantes. Las escalas temporales correspondientes a las simulaciones de formación de planetas gigantes mediante el modelo de inestabilidad nucleada son a menudo mayores (o muy similares) a las escalas de tiempo de disipación de la nebulosa protoplanetaria, usualmente considerada como máximo de 10 millones de años (Hillenbrand, 2005). Pero, a pesar de esto, debemos siempre recordar las importantes simplificaciones que se adoptan en la construcción de estos modelos que llevan a estas aparentes paradojas. Por ejemplo, la mayoría de los trabajos de la literatura consideran una distribución homogénea de planetesimales de igual tamaño. Sin embargo, Benvenuto *et al.* (2009) demostraron que utilizando una distribución de tamaños para la población de planetesimales, en donde la mayor parte de la masa está depositada en los planetesimales más pequeños de dicha distribución, pueden formarse los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar en una escala de tiempo, y con las masas de los núcleos, compatible con las estimaciones teóricas y observacionales actuales.

Otra consideración usual que suelen adoptar las simulaciones detalladas acerca de la formación de planetas gigantes, es que cada planeta crece aislado del resto en el disco protoplanetario. Esta hipótesis puede considerarse como válida si la población de planetesimales de la cual se *alimentará* un planeta no es perturbada significativamente por la presencia de otros planetas. En principio, este sería el caso si las zonas de alimentación de cada planeta no se superponen. Sin embargo, este no es el caso cuando se incluye en los modelos la migración orbital de los planetesimales. Este proceso conduce a un decaimiento radial de los mismos. Además, un planeta puede perturbar la población de planetesimales que luego podría ser acretada por un planeta en una órbita interna. Es más, como mostraremos en las secciones siguientes, la presencia de un planeta puede modificar el proceso de formación de otro planeta en una órbita externa al primero. En este capítulo, calcularemos la formación de dos planetas cuyas distancias a su estrella central serán las distancias actuales de Júpiter y Saturno al Sol. Analizaremos también cómo se ven modificadas sus formaciones aisladas cuando las mismas ocurren en forma simultánea. Si bien la etapa de crecimiento oligárquico predice la formación de varios embriones planetarios separados 10 radios de Hill mutuos entre sí, para poder modelar este escenario tendríamos que ser capaces de calcular la fusión de estos embriones, los cuales poseen una envoltura gaseosa. Este fenómeno es muy complejo de modelar y está fuera del alcance de esta Tesis. Si bien nuestras condiciones iniciales no son lo realistas que uno esperaría, son suficientes para poder cuantificar cómo la formación aislada de un planeta se ve modificada por la presencia de otro. Finalmente, es importante remarcar que, al igual que en los trabajos previos del grupo (Fortier *et al.*, 2007,2009 y Benvenuto *et al.*, 2009) se considera la formación *in situ* para los planetas, es decir, no se considera ningún tipo de migración orbital para los mismos.

4.2. Breve descripción del disco protoplanetario

Como mencionamos en el Cap. 3, consideramos un disco con simetría cilíndrica en donde los radios internos y externos están dados por $R_{\min} = 0.4 \text{ UA}$ y $R_{\max} = 30 \text{ UA}$, respectivamente. Para las densidades superficiales de gas y planetesimales, consideramos una ley de potencia para las mismas (Hayashi, 1981),

$$\Sigma_g \propto R^{-p}, \quad (4.1)$$

$$\Sigma_p \propto R^{-p}. \quad (4.2)$$

El perfil de temperatura corresponde al de un disco fino, dado por,

$$T \propto R^{-1/2}. \quad (4.3)$$

Puede mostrarse que si el perfil de temperatura es $T \propto R^{-1/2}$, y si suponemos que el disco es isotermo en la dirección normal al plano medio del mismo, la densidad volumétrica en el plano medio del disco está dada por (Hayashi, 1981),

$$\rho_g \propto R^{-(p+5/4)}. \quad (4.4)$$

En este trabajo consideramos una distribución de tamaños para la población de planetesimales entre 100 m y 100 km. Consideramos que la distribución continua de masas esta representada por una distribución discreta constituida por un grillado de 31 celdas, de manera que la masa de los planetesimales entre celdas contiguas es un factor 2, es decir, hay un factor $2^{1/3}$ entre los radios de dos celdas consecutivas. También adoptamos que la densidad de los planetesimales es $\rho_p = 1.5 \text{ g/cm}^3$ (Fortier et al. 2007, 2009).

Además, consideramos que la población de planetesimales sigue una distribución de masa correspondiente a la transición entre el crecimiento en fuga de los planetesimales y el crecimiento oligárquico (Kokubo e Ida, 1998, 2000, 2002, Ormel *et al.*, 2010 a, 2010 b), es decir,

$$\frac{dn}{dm} \propto m^{-5/2}. \quad (4.5)$$

De esta manera, la mayor parte de la masa correspondiente a los planetesimales está depositada en los planetesimales más chicos de la distribución, dado que la masa total está dada por,

$$m_T = \int mn(m) dm \propto m^{-1/2}. \quad (4.6)$$

A partir de simulaciones numéricas, puede mostrarse que la distribución de masa de la población de planetesimales puede ser representada por una ley de potencia,

$$\frac{dn}{dm} \propto m^{-q}. \quad (4.7)$$

Para un dado valor de q , la masa total de planetesimales está dada por,

$$m_T = \int mn(m) dm \propto m^{2-q}, \quad (4.8)$$

por lo tanto, si $q < 2$ la masa total de planetesimales está concentrada en los planetesimales más grandes de la distribución de tamaños, mientras que si $q > 2$ la masa total está concentrada en los planetesimales más chicos. Wetherill y Stewart (1993), estudiaron la evolución colisional de una población de planetesimales con radios iniciales de 10 km. Estos autores encontraron que, luego de la evolución colisional, la distribución de masa de la población de planetesimales puede representarse por dos leyes de potencias, una ley para representar la población de planetesimales pequeños formados por fragmentación (con $q \sim 1.7$), y otra para la población de los planetesimales más grandes formados por coagulación (con $q \sim 2.5$). Kokubo e Ida (1998, 2000, 2002), estudiaron la evolución de la población de planetesimales usando simulaciones de N-cuerpos. Ellos encontraron que, en la etapa de crecimiento oligárquico, los planetesimales más grandes siguen una distribución continua de masa tipo ley de potencia con $2 < q < 3$. Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b) realizaron simulaciones estadísticas, considerando distintos fenómenos en la evolución colisional, como por ejemplo, fricción dinámica, excitación viscosa y fricción gaseosa. Estos autores encontraron que la transición del crecimiento en fuga de los planetesimales al crecimiento oligárquico está caracterizada por una ley de potencia para la distribución de masa, con un exponente $q \sim 2.5$.

Sin embargo, la formación de los planetesimales continua siendo un tema abierto y de permanente debate dentro de la comunidad científica. Existe una gran controversia en cuanto a la distribución de tamaños inicial de los primeros planetesimales que se forman en el disco protoplanetario. Por ejemplo, en el trabajo de Wetherill y Stewart (1993), en donde la población de planetesimales evoluciona por coagulación y fragmentación, los planetesimales menores a 10 km aparecen por la fragmentación de los planetesimales más grandes. Ida *et al.* (2008) muestran que la inestabilidad magneto-rotacional (MRI por sus siglas en inglés) resulta ser un serio problema para la formación de planetesimales. Ellos muestran que es muy difícil producir la formación de objetos kilométricos a partir de la coagulación de objetos centimétricos, dado que dominan las colisiones erosivas en vez de las que generan acreción entre los objetos. Sin embargo, estos autores sugieren que la formación de objetos kilométricos a partir de objetos pequeños, podría suceder en las llamadas *zonas muertas* de la nebulosa protoplanetaria, en donde la MRI es ineficiente debido a los bajos valores de la viscosidad del disco en estas zonas (Gammie, 1996, Sano *et al.*, 2000). Esta posibilidad favorecería la supervivencia de objetos pequeños (del orden del centímetro y del metro). Luego, los planetesimales más grandes (con tamaños entre el kilómetro y cientos de kilómetros) podrían formarse por la acreción de los cuerpos menores, y coexistir entre ellos. Esta posibilidad es de importancia para la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar, dado que la existencia de planetesimales pequeños favorece significativamente la rápida formación de embriones masivos. Es más, si los planetas gigantes del Sistema Solar se formaron en un ambiente en donde la MRI fuera efectiva, ellos deberían haber migrado hacia el Sol. Por otro lado, algunos experimentos de laboratorio sugieren la posibilidad de que la reacumulación de fragmentos puede ser un fenómeno importante que permita la formación de planetesimales (Teiser y Wurm, 2009).

Por todo esto, consideramos que la distribución de tamaños y masas para nuestra población de planetesimales es una hipótesis probable dentro del conocimiento actual acerca de las probables distribuciones iniciales de tamaños y masas.

Finalmente, como mencionamos en el Cap. 3, la densidad superficial de planetesimales evoluciona según,

$$\frac{\partial \Sigma_p}{\partial t} - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R v_{\text{mig}} \Sigma_p \right) = \mathcal{F}(R), \quad (4.9)$$

en donde $\mathcal{F}(R)$ representa los sumideros de planetesimales y v_{mig} la velocidad de migración de los mismos. En este trabajo, adoptamos que la densidad volumétrica de gas en el plano medio del disco se disipa exponencialmente con un tiempo característico de $\tau = 6 \times 10^6$ años,

$$\rho_g(R, t) = \rho_g(R, t = 0) e^{-t/\tau}. \quad (4.10)$$

4.3. Aplicación del modelo: formación simultánea de Júpiter y Saturno

En esta sección aplicamos nuestro modelo, desarrollado en el Cap. 3, para analizar cuantitativamente las diferencias entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno (en sus posiciones actuales), con respecto a sus formaciones aisladas.

4.3.1. Nebulosa estándar: $\Sigma \propto R^{-3/2}$

Primero consideramos el modelo estándar de la Nebulosa Solar de Masa Mínima (NSMM) propuesto por Hayashi (1981). Este modelo propone que los perfiles iniciales de densidades y

temperatura, a lo largo del disco, para la nebulosa solar primordial están dados por,

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 7.1 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 30 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}, \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\Sigma_g(R) = 1700 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, \quad (4.12)$$

$$T(R) = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ K} \quad (4.13)$$

$$\rho_g(R) = 1.4 \times 10^{-9} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-11/4} \text{ g/cm}^3. \quad (4.14)$$

La discontinuidad en 2.7 UA se debe a la condensación de elementos volátiles y se la conoce con el nombre de *línea de hielo*. Hayashi adoptó que la relación entre la cantidad de masa de gas y masa de sólidos (representada por los planetesimales) inicial dentro de la línea de hielo es de un factor 240 (es decir que adoptó un valor de $z \sim 0.018$, para la abundancia de elementos pesados en el disco y un salto de un factor ~ 4 en la discontinuidad de la línea del hielo). Sin embargo, en este trabajo nosotros adoptamos que la razón gas/sólido dentro de la línea de hielo es un factor 100 (al igual que en el trabajo de Mordasini *et al.*, 2009). En su trabajo, Mordasini *et al.* adoptaron un valor de $z = 0.0149$ (Lodders, 2003) para la abundancia inicial de elementos pesados en el Sol. Es importante remarcar, que dado que la estrella central y el disco protoplanetario se forman a partir del colapso de una nube molecular en rotación, es de esperar que las abundancias iniciales de la proto-estrella y el disco sean las mismas. Sin embargo, algunos estudios (Kornet *et al.*, 2004, Currie, 2005) sugieren que en la región de formación planetaria ($R \lesssim 20 \text{ UA}$) esta abundancia podría estar incrementada entre un factor 2 y un factor 4 debido a la rápida migración orbital de las partículas pequeñas que darían formación a los planetesimales. Mordasini *et al.* adoptaron un factor 3, con lo cual consideraron un valor de $z \sim 0.04$ para la abundancia inicial de elementos pesados en la región de formación planetaria. Además, adoptaron un salto de 4 en la discontinuidad de la línea del hielo, lo que lleva a que la razón gas/planetesimales dentro de la línea del hielo sea un valor de 100. De esta manera, nuestra nebulosa solar estándar queda definida por,

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 7.1 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 30 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}, \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\Sigma_g(R) = 710 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, \quad (4.16)$$

$$T(R) = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ K} \quad (4.17)$$

$$\rho_g(R) = 5.92 \times 10^{-10} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-11/4} \text{ g/cm}^3. \quad (4.18)$$

Por razones numéricas, es conveniente suavizar la discontinuidad en la densidad superficial de planetesimales. Siguiendo el trabajo de Thommes *et al.* (2003), extendemos la discontinuidad

4. Formación simultánea de planetas gigantes

Tabla 4.1. Parámetros para los planetas considerados en las simulaciones. R_{orb} representa el radio (fijo) de la órbita, $M_{\text{N}}^{\text{ini}}$ y $M_{\text{env}}^{\text{ini}}$ son las masas iniciales del núcleo y la envoltura gaseosa, respectivamente, y $M_{\text{P}_{\text{final}}}$ es la masa final que adquiere cada planeta (la cual la definimos como la masa actual de cada planeta).

	Júpiter	Saturno
R_{orb} [UA]	5.2	9.5
$M_{\text{N}}^{\text{ini}}$ [M_{\oplus}]	5×10^{-3}	5×10^{-3}
$M_{\text{env}}^{\text{ini}}$ [M_{\oplus}]	$\sim 1 \times 10^{-12}$	$\sim 1 \times 10^{-12}$
$M_{\text{P}_{\text{final}}}$ [M_{\oplus}]	318	95

en un ancho de 1 UA mediante una función suave,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 7.1 + (30 - 7.1) \left[\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{R - 2.7}{0.5}\right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1\text{UA}}\right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2. \quad (4.19)$$

Este modelo para la nebulosa solar primitiva, define un disco protoplanetario menos masivo que el correspondiente definido por Hayashi (1981). En nuestro modelo, la masa de gas (la cual es prácticamente la masa total del disco) contenida entre $R_{\text{min}} = 0.4$ UA y $R_{\text{max}} = 30$ UA está en el rango,

$$0.005M_{\odot} \lesssim M_{\text{gas}} \lesssim 0.05M_{\odot}, \quad (4.20)$$

que corresponde a valores entre 1 y 10 veces nuestra nebulosa estándar, la cual corresponde a una masa de $0.005M_{\odot}$.

Formación aislada para Júpiter y Saturno

Después de haber definido nuestro disco protoplanetario, calculamos la formación aislada para Júpiter y Saturno. Cuando nos referimos a la formación aislada queremos decir que sólo consideramos un único planeta en el disco. Las condiciones iniciales y masas finales consideradas en las simulaciones están resumidas en la Tabla 4.1. Los resultados obtenidos están resumidos en la Tabla 4.2. Nuestras simulaciones muestran que para el rango de entre 4 y 10 veces nuestra nebulosa solar estándar, Júpiter puede formarse en menos de 6 millones de años. Sin embargo, para formar a Saturno en menos de 10 millones de años se necesita un disco entre 6 y 10 veces más masivo que el disco estándar. A pesar de que los modelos teóricos predicen núcleos con masas entre 0 – 12 M_{\oplus} (Guillot, 2005) o entre 14 – 18 M_{\oplus} (Militzer *et al.*, 2008) para Júpiter, y masas entre 9 – 22 M_{\oplus} (Guillot, 2005) para Saturno, estos modelos también predicen que Júpiter debería tener un total de 10 – 40 M_{\oplus} de elementos pesados (núcleo más envoltura) y Saturno un total de 20 – 30 M_{\oplus} . Dado que en nuestro modelo no consideramos la ablación de los planetesimales a medida que penetran la envoltura, y que los mismos le entregan toda su masa al núcleo cuando colisionan con el mismo, nuestro M_{N} debe contrastarse en realidad con la cantidad total de elementos pesados del planeta.

Formación simultánea para Júpiter y Saturno

En esta sección consideramos que los dos planetas se forman simultáneamente en el disco. Los resultados se encuentran resumidos en la Tabla 4.3.

Para un disco 6 y 7 veces más masivo que el disco estándar, la formación de Júpiter inhibe la formación de Saturno (las simulaciones terminan si el tiempo de integración supera

4.3. Aplicación del modelo: formación simultánea de Júpiter y Saturno

Tabla 4.2. Formación aislada de Júpiter y Saturno para un disco con densidades superficiales iniciales de planetesimales y gas $\propto R^{-3/2}$. Σ_p y ρ_g denotan la densidad superficial inicial de planetesimales y la densidad volumétrica inicial de gas en el plano medio del disco, respectivamente, en las posiciones de Júpiter y Saturno. M_N representa la masa final del núcleo y t_f el tiempo final de formación. # denota cuantas veces más masivo es el disco respecto al disco estándar.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
4	10.12	2.54	21.31	5.34	—	—	—	—
5	12.65	3.17	26.61	2.86	—	—	—	—
6	15.18	3.81	31.35	1.76	6.14	0.73	17.07	9.62
7	17.71	4.45	36.32	1.09	7.17	0.85	20.83	4.89
8	20.24	5.08	41.48	0.62	8.19	0.97	23.76	2.85
9	22.77	5.72	45.39	0.33	9.22	1.09	26.38	1.75
10	25.30	6.35	46.09	0.16	10.24	1.21	28.72	1.08

Tabla 4.3. Tabla análoga a la Tabla 4.2, pero para el caso en donde consideramos la formación simultánea de los dos planetas.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
6	15.18	3.81	30.20	1.74	6.14	0.73	0.76	> 10
7	17.71	4.45	34.67	1.07	7.17	0.85	2.91	> 10
8	20.24	5.08	40.95	0.61	8.19	0.97	17.48	7.08
9	22.77	5.72	44.48	0.33	9.22	1.09	22.26	3.02
10	25.30	6.35	48.83	0.16	10.24	1.21	27.41	1.56

los 10 millones de años). Para el resto de los casos, los tiempos de formación de Saturno son un factor ~ 10 mayor que los correspondientes a Júpiter. Comparando los resultados de las Tablas 4.2 y 4.3, podemos ver que la presencia de Saturno prácticamente no afecta la formación de Júpiter. Sin embargo, la presencia de Júpiter inhibe la formación de Saturno en algunos casos (ver Figura 4.1), o retrasa su formación en otros (Figura 4.2).

La inhibición, o retraso, en la formación de Saturno se debe a que cuando Júpiter alcanza su etapa de crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa, y aumenta rápidamente su masa, produce un incremento en las velocidades de migración de los planetesimales pertenecientes a la zona de alimentación de Saturno (Figuras 4.3 y 4.4). Este incremento en las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno causa que la escala temporal de acreción de planetesimales se vuelva mayor que la escala temporal de migración de los mismos, y que la tasa de acreción de planetesimales de Saturno (cuando se forma simultáneamente con Júpiter) se vuelva menos eficiente comparada con el caso de su formación aislada. (Figuras 4.5 y 4.6).

Es importante remarcar que las zonas de alimentación de Júpiter y Saturno nunca llegan a solaparse. Aunque la zona de alimentación de Saturno se ubica bastante detrás de los 4 radios de Hill de Júpiter, el incremento en la velocidad de migración de los planetesimales pertenecientes a la zona de alimentación de Saturno se debe a las excitaciones en las excentricidades e inclinaciones producidas por las perturbaciones gravitatorias de Júpiter. Cuando Júpiter alcanza su masa final ($318 M_{\oplus}$), su radio de Hill tiene un valor de ~ 0.35 UA. Saturno, ubicado a 9.5 UA, está a una distancia de Júpiter de ~ 12 radios de Hill de Júpiter. No obstante, como podemos ver en la Figura 4.7, cuando Júpiter alcanza su masa final, produce una

4. Formación simultánea de planetas gigantes

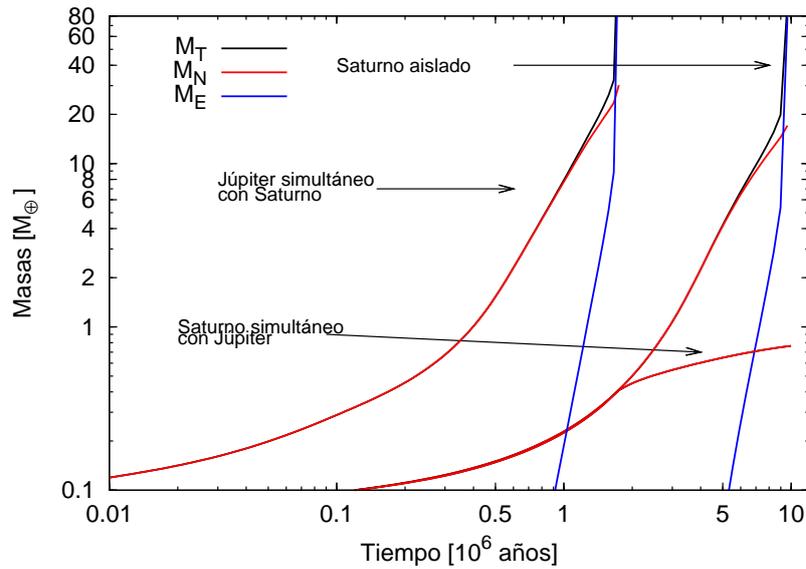


Figura 4.1. Evolución temporal de la masa total M_T (línea negra), la masa del núcleo M_N (línea roja) y la masa de la envoltura gaseosa M_E (línea azul) para la formación simultánea de Júpiter y Saturno, y para la formación aislada de Saturno. Esta figura corresponde a un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar (con $\Sigma \propto R^{-3/2}$). Vemos que para el caso en donde consideramos la formación simultánea de ambos planetas, después que Júpiter alcanza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura, Júpiter inhibe la formación de Saturno (en comparación con su formación aislada).

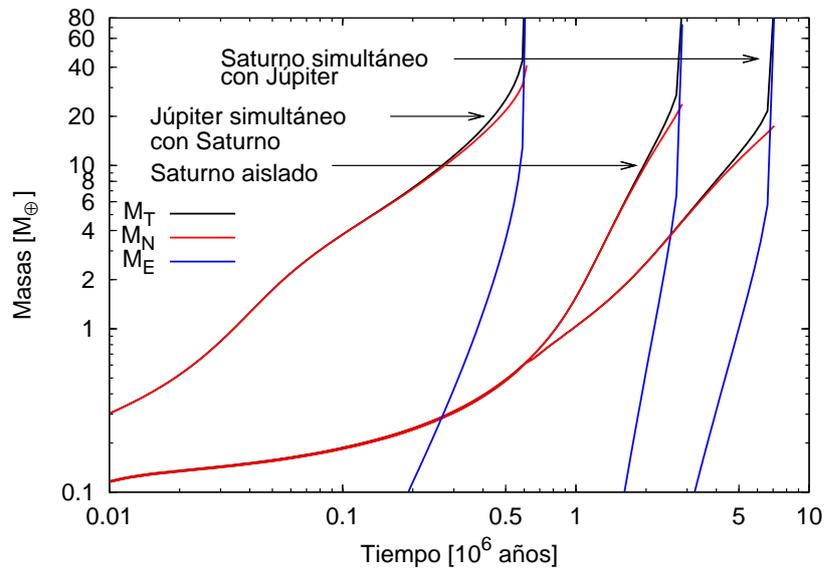


Figura 4.2. Figura análoga a la Figura 4.1, pero para un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar. En este caso, Júpiter no inhibe la formación de Saturno, pero retrasa considerablemente su formación.

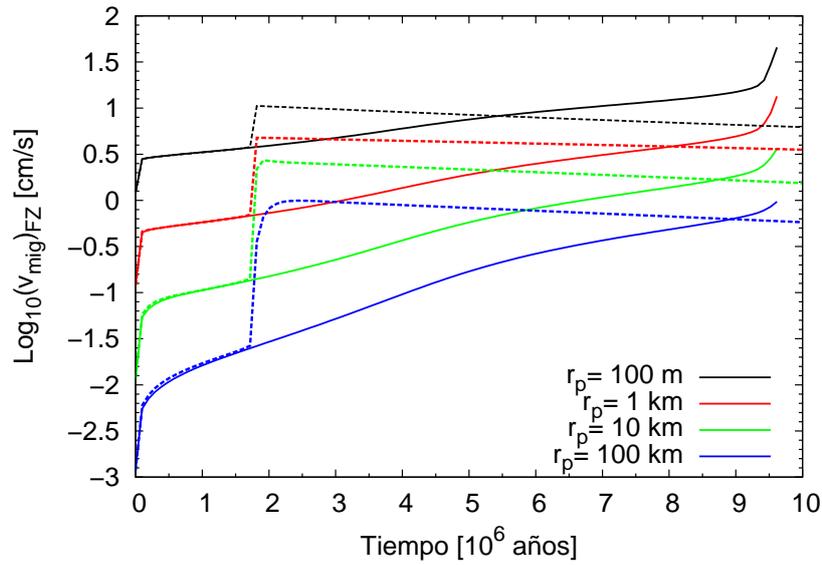


Figura 4.3. Evolución temporal de los valores medios de las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno para distintos tamaños de los mismos. Esta figura corresponde a un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar (con $\Sigma \propto R^{-3/2}$). Los incrementos en las velocidades de migración, para el caso de la formación simultánea de Saturno con Júpiter (líneas a trazos), se deben a las perturbaciones gravitatorias que produce Júpiter al alcanzar su masa final. Las líneas continuas corresponden al caso de la formación aislada de Saturno.

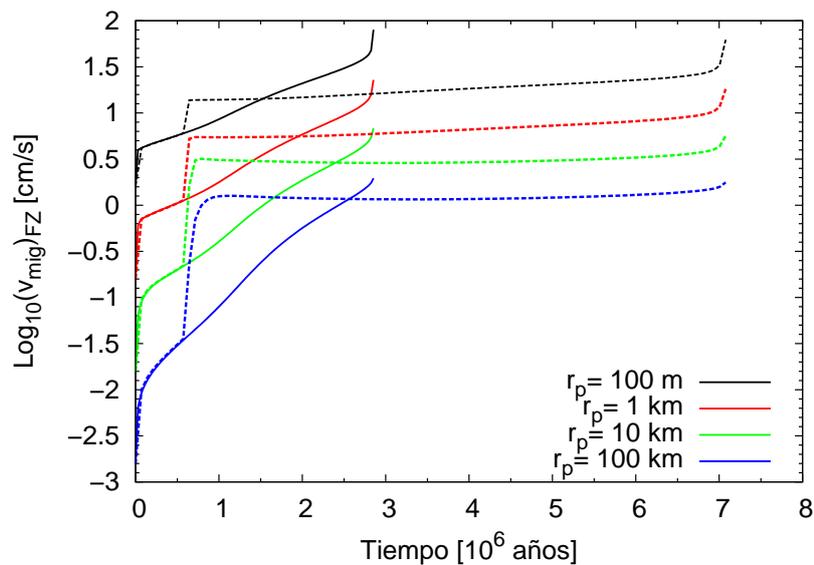


Figura 4.4. Figura análoga a la Figura 4.3, pero para un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar.

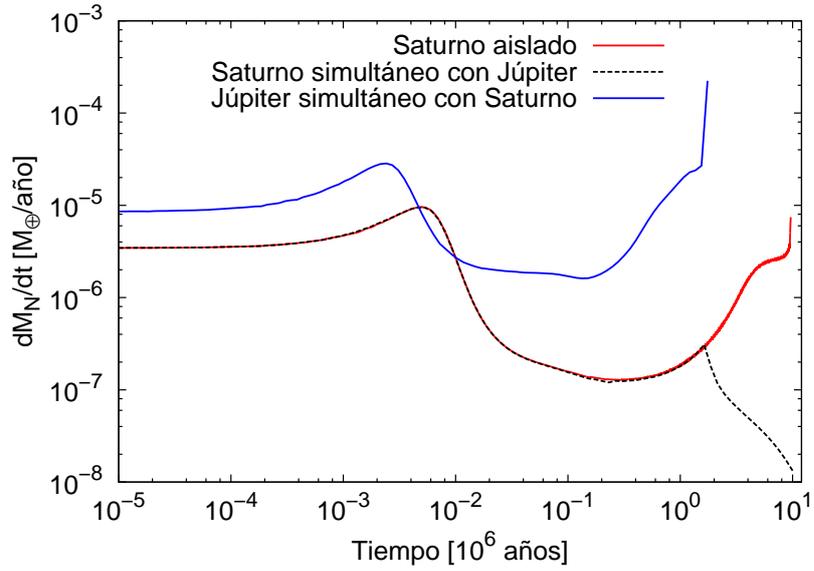


Figura 4.5. Comparación entre la evolución temporal de las tasas de acreción de planetesimales para el caso de la formación simultánea de Júpiter y Saturno, y el caso de la formación aislada de Saturno, para un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-3/2}$). Puede verse como la formación de Júpiter disminuye drásticamente la tasa de acreción de planetesimales de Saturno cuando ambos planetas crecen simultáneamente en el disco.

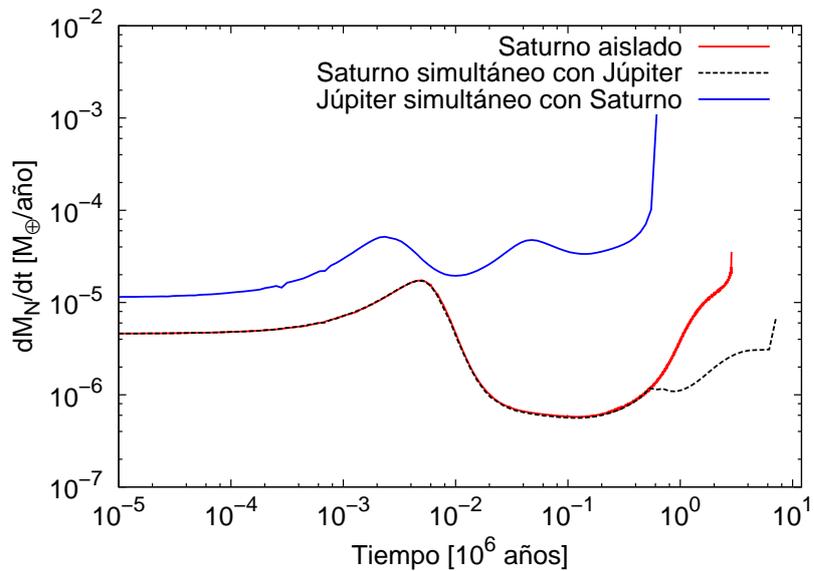


Figura 4.6. Figura análoga a la Figura 4.5, pero para un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar.

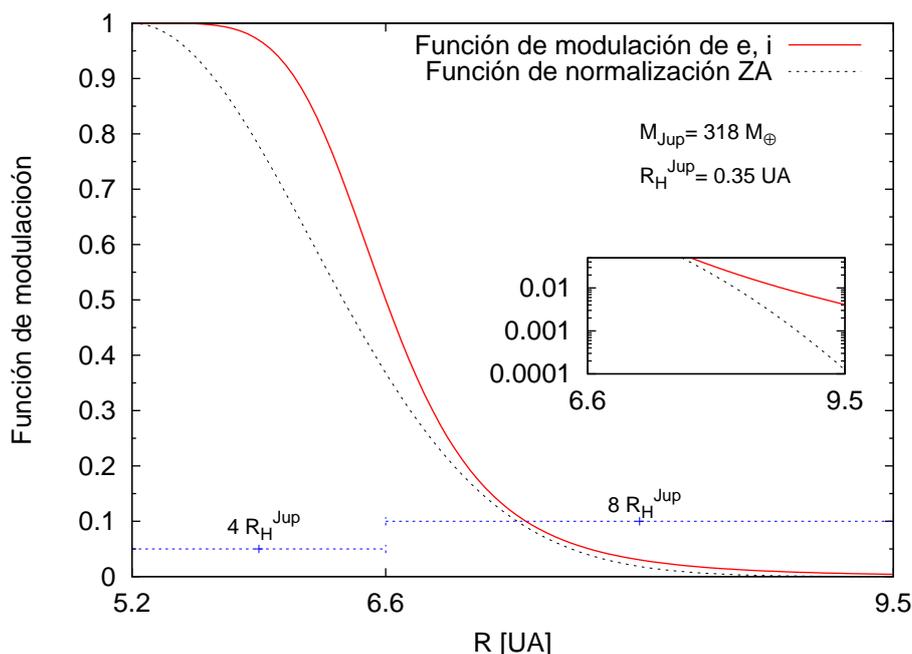


Figura 4.7. Función de modulación de las perturbaciones gravitatorias de Júpiter sobre las excentricidades e inclinaciones cuando alcanza su masa final. Podemos ver que las excitaciones que produce en la posición de Saturno (9.5 UA) son menores al 1% que las correspondientes a su posición (5.2 UA).

perturbación menor al 1% respecto de la que produce en su posición. Es esta perturbación la que produce un aumento en las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno, cuando ambos planetas se forman simultáneamente.

En las Figuras 4.8 y 4.9, mostramos la evolución temporal de los perfiles de las excentricidades e inclinaciones a lo largo del disco para el caso de la formación aislada de Júpiter. Vemos cómo las perturbaciones gravitatorias de Júpiter aumentan las excentricidades de los planetesimales en la vecindad de las 9.5 UA (posición de Saturno cuando ambos se forman simultáneamente), luego de que Júpiter alcance la etapa de crecimiento en fuga para su envoltura gaseosa y alcance su masa final. Este aumento de las excentricidades es el que causa el posterior aumento de las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno, cuando ambos planetas se forman en simultáneo (Figura 4.10). Es importante remarcar que la elección de la función de modulación es arbitraria. No obstante, esta función debe satisfacer ciertas propiedades. Primero, debe restringir la excitación gravitatoria a la vecindad del planeta, pero debe tener una *cola* capaz de excitar los planetesimales más alejados para que sean acretados. Además, desde un punto de vista numérico, debe ser lo suficientemente suave como para poder resolver la ecuación de continuidad que rige la evolución de las densidades superficiales de los planetesimales. Es más, debe tener una cola apreciable aun para distancias lejanas respecto a la función de normalización escogida para la zona de alimentación ($\psi \propto \exp(-[(R - R_P)/4R_H]^2)$, ver Cap.3). Si esta condición no se satisface, no ocurre el proceso de formación planetaria, aun para el caso de formación aislada. La elección de otra función de modulación que satisfaga estas propiedades, pero con una cola que decaiga más rápidamente a medida que nos alejamos de la posición del planeta, producirá perturbaciones menores en las excentricidades e inclinaciones en la vecindad de las 9.5 UA (posición de Saturno). Sin embargo, si Júpiter y Saturno se formaron más próximos entre sí, como sugiere el *Modelo de Niza* (Tsiganis *et al.*, 2005) una inhibición en la formación de

4. Formación simultánea de planetas gigantes

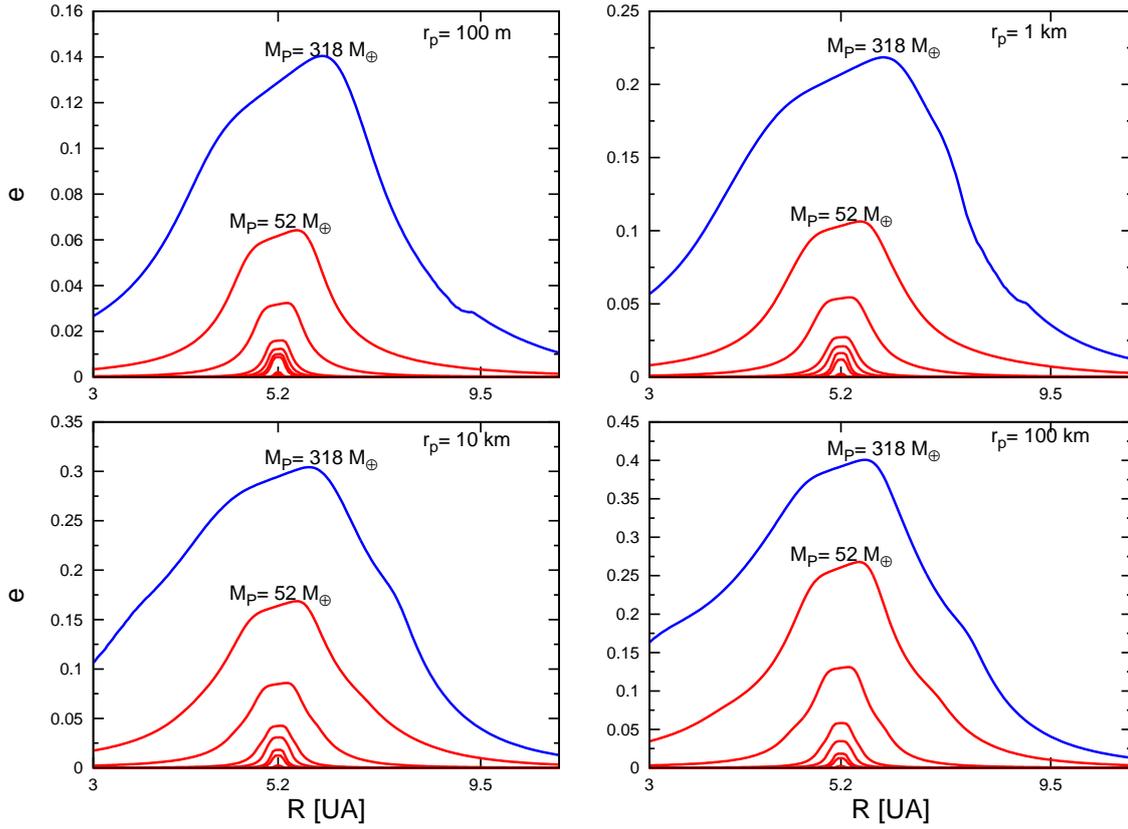


Figura 4.8. Evolución temporal de los perfiles radiales de las excentricidades para diferentes tamaños de planetesimales, para el caso de la formación aislada de Júpiter y un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-3/2}$). Las curvas corresponden a los tiempos: $0, 1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-3}, 0.01, 0.05, 1, 1.73,$ y 1.76 millones de años. A medida que el tiempo avanza, los valores de las excentricidades aumentan. Las últimas dos curvas corresponden a los tiempos para cuando Júpiter alcanza la etapa de crecimiento en fuga de su envoltura y cuando alcanza su masa final (curva azul), respectivamente. En esos tiempos, la masa total de Júpiter es de $52 M_{\oplus}$ y $318 M_{\oplus}$, respectivamente.

Saturno por parte de Júpiter igualmente podría ocurrir.

Finalmente, vemos que cuando los tiempos de formación de Júpiter son mucho más cortos que los correspondientes a Saturno (en el caso aislado), la formación de Saturno es inhibida por la presencia de Júpiter. Una posibilidad que favorezca la formación de ambos planetas es considerar perfiles más suaves, de manera que los tiempos de formación para ambos planetas sean similares.

4.3.2. Explorando otros perfiles para las densidades superficiales del disco

Los modelos de discos de acreción predicen que los discos protoplanetarios deberían alcanzar un estado de *equilibrio*, con densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-1}$ (Shakura y Sunyaev, 1973, Pringle, 1981). Investigaremos este perfil, junto al perfil $\Sigma \propto R^{-1/2}$, previamente propuesto por Lissauer (1987). Repetiremos los cálculos realizados en la sección anterior con estos nuevos perfiles a fin de analizar cómo varía la formación simultánea de los dos planetas en función de la distribución de material en el disco protoplanetario.

Decidimos normalizar los diferentes perfiles en la posición de Júpiter. En este sentido, mientras más suave sea el perfil, mayor será la densidad superficial de planetesimales en la

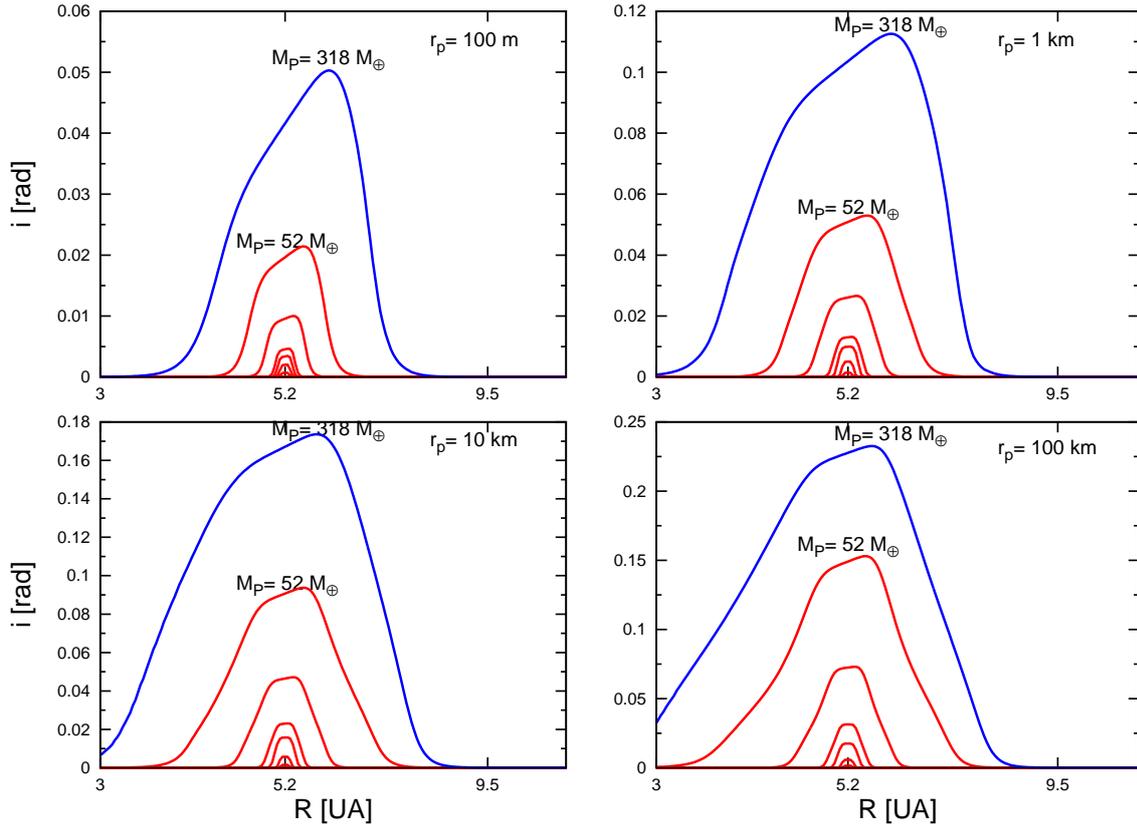


Figura 4.9. Figura análoga a la Figura 4.8, pero para la evolución temporal de los perfiles radiales de las inclinaciones. Al igual que el caso anterior, las inclinaciones de los planetesimales aumentan a medida que crece el planeta. Sin embargo, aun cuando Júpiter alcanza su masa final, los valores de las inclinaciones a 9.5 UA no se ven incrementados.

posición de Saturno, y de esta manera los tiempos de formación de Saturno serán mas cortos. Es importante remarcar que en los casos a analizar, la masa del disco entre 0.4 y 30 UA nunca superará las $0.1 M_{\odot}$, dado que discos tan masivos podrían ser gravitatoriamente inestables (Mayer *et al.*, 2004).

Para el caso de una nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-3/2}$), la densidad superficial de planetesimales quedaba definida por la Ec. (4.15). Esta puede ser redefinida normalizando a la posición de Júpiter como,

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 0.6 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 2.53 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}. \end{cases} \quad (4.21)$$

De esta manera, emplearemos un perfil para la densidad superficial de planetesimales de la forma,

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 0.6 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-p} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 2.53 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-p} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}. \end{cases} \quad (4.22)$$

4. Formación simultánea de planetas gigantes

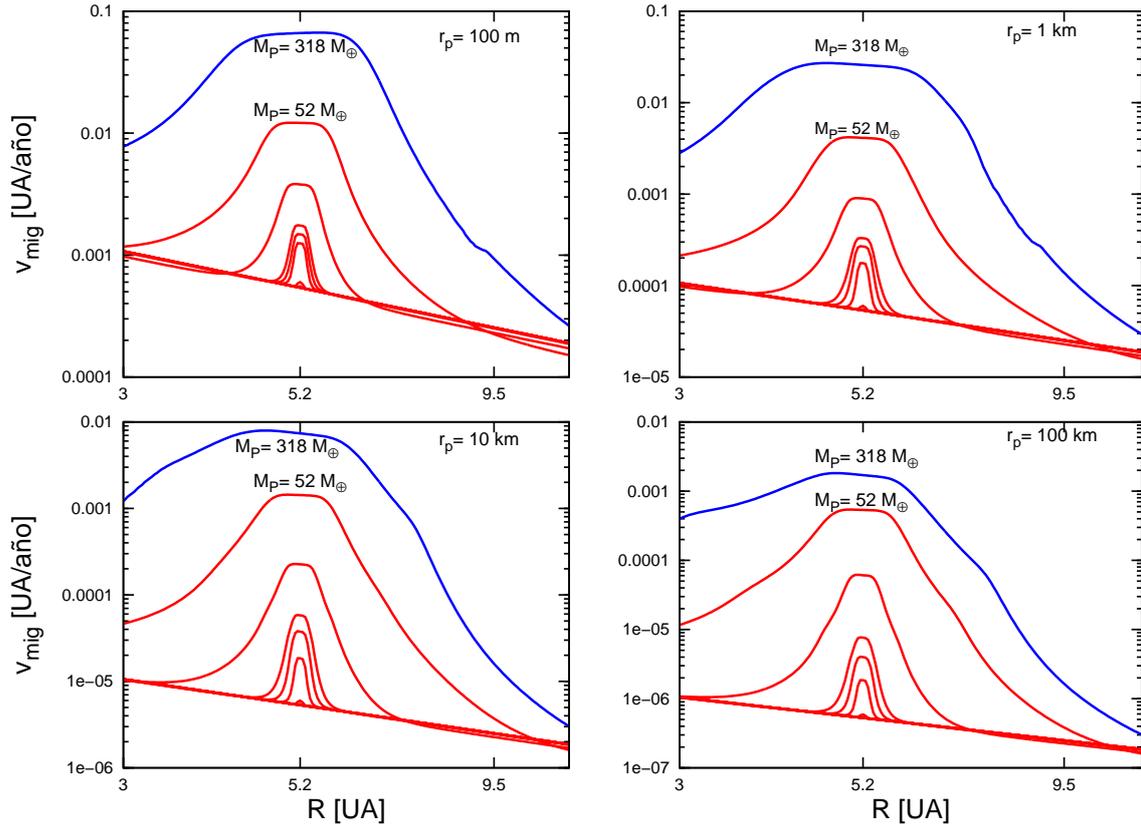


Figura 4.10. Figura análoga a las Figuras 4.8 y 4.9, pero para los perfiles radiales de las velocidades de migración de los planetesimales. Podemos ver que las velocidades de migración de los mismos a 9.5 UA son incrementadas solo cuando Júpiter alcanza su masa final.

Usando el mismo perfil para la temperatura definido con anterioridad, y la misma razón gas/planetesimales para los diferentes valores de p ($p = 3/2, 1, 1/2$), en la posición de Júpiter (5.2 UA) la estructura del disco (densidades superficiales de gas y planetesimales, densidad volumétrica de gas en el plano medio del disco, temperatura) es la misma independientemente del valor de p .

Una nebulosa con perfil $\Sigma \propto R^{-1}$

Consideremos el caso $p = 1$ en el perfil definido por la Ec. (4.22),

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 0.6 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-1} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 2.53 \left(\frac{R}{5.2 \text{ UA}} \right)^{-1} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}. \end{cases} \quad (4.23)$$

Renormalizando a 1 UA, nuestro disco queda definido por,

$$\Sigma_p(R) = \begin{cases} 3.13 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R < 2.7 \text{ UA}, \\ 13.15 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1} \text{ g/cm}^2, & \text{si } R > 2.7 \text{ UA}, \end{cases} \quad (4.24)$$

$$\Sigma_g(R) = 313 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1} \text{ g/cm}^2, \quad (4.25)$$

$$T(R) = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1/2} \text{ K} \quad (4.26)$$

$$\rho_g(R) = 2.61 \times 10^{-10} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-9/4} \text{ g/cm}^3. \quad (4.27)$$

Suavizando nuevamente la discontinuidad de la densidad superficial de planetesimales, tenemos que,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 3.13 + (13.15 - 3.13) \left[\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{R - 2.7}{0.5}\right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1} \text{ g/cm}^2, \quad (4.28)$$

y la masa del disco entre 0.4 y 30 UA está dada por

$$0.0065M_\odot \lesssim M \lesssim 0.065M_\odot, \quad (4.29)$$

lo que corresponde a valores entre 1 nebulosa estándar (ahora la nebulosa estándar tiene una masa $M = 0.0065M_\odot$) y 10 veces la masa de la nebulosa estándar.

Una vez definida la estructura del disco realizamos las simulaciones para la formación aislada y simultánea de Júpiter y Saturno:

- **Formación aislada**

Los resultados para la formación aislada están resumidos en la Tabla 4.4. Para discos entre 3 y 10 veces más masivos que la nebulosa estándar de este perfil, los tiempos de formación de Júpiter son menores a las escalas de tiempo estimadas para la disipación de la nebulosa protoplanetaria. Sin embargo, las masas finales del núcleo de Júpiter son mayores a las estimaciones teóricas. Resultados similares se obtienen para Saturno. En todos los casos, Júpiter completa su formación antes que Saturno. No obstante, salvo para el caso de un disco 4 veces más masivo que la nebulosa estándar, los tiempos de formación para los dos planetas son relativamente similares.

- **Formación simultánea**

Realizando una comparación entre las Tablas 4.4 y 4.5, vemos que, excepto para el caso de un disco 4 veces más masivo que la nebulosa estándar para el cual los tiempos de formación correspondientes a Júpiter y Saturno son muy dispares, los resultados para la formación simultánea entre Júpiter y Saturno son muy similares a los resultados obtenidos para sus formaciones aisladas.

Aunque en todos los casos las masas finales de los núcleos son mayores que las estimaciones teóricas y observacionales, recordamos que no se tiene en cuenta la ablación de los planetesimales, y que los planetesimales pequeños podrían desintegrarse cuando la envoltura alcance una masa (o densidad) significativa, reduciendo las masas de los núcleos.

4. Formación simultánea de planetas gigantes

Tabla 4.4. Formación aislada de Júpiter y Saturno para un disco con densidades superficiales iniciales de planetesimales y gas $\propto R^{-1}$. Σ_p y ρ_g denotan la densidad superficial inicial de planetesimales y la densidad volumétrica inicial de gas en el plano medio del disco, respectivamente, en las posiciones de Júpiter y Saturno. M_N representa la masa final del núcleo y t_f el tiempo final de formación. # denota cuantas veces más masivo es el disco respecto al disco estándar.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M_\oplus]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M_\oplus]	t_f [10 ⁶ años]
3	7.59	1.90	21.20	6.87	—	—	—	—
4	10.12	2.54	26.87	3.34	5.53	0.66	19.41	8.55
5	12.65	3.17	31.35	2.06	6.92	0.82	24.20	3.79
6	15.18	3.81	34.90	1.37	8.30	0.99	28.02	2.00
7	17.71	4.45	38.40	0.89	9.69	1.15	31.05	1.06
8	20.24	5.08	42.01	0.51	11.07	1.31	33.87	0.56
9	22.77	5.72	44.76	0.25	12.45	1.48	36.83	0.30
10	25.30	6.35	50.20	0.11	13.84	1.64	41.10	0.18

Tabla 4.5. Tabla análoga a la Tabla 4.4, pero para el caso en donde consideramos la formación simultánea de los dos planetas.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M_\oplus]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M_\oplus]	t_f [10 ⁶ años]
4	10.12	2.54	27.30	3.27	5.53	0.66	4.28	> 10
5	12.65	3.17	29.22	2.01	6.92	0.82	24.32	3.93
6	15.18	3.81	33.73	1.33	8.30	0.99	29.67	1.96
7	17.71	4.45	38.35	0.86	9.69	1.15	32.91	1.08
8	20.24	5.08	45.52	0.49	11.07	1.31	34.51	0.56
9	22.77	5.72	48.14	0.23	12.45	1.48	39.34	0.30
10	25.30	6.35	49.95	0.10	13.84	1.64	44.54	0.19

Una nebulosa con perfil $\Sigma \propto R^{-1/2}$

Para el perfil general dado por la Ec. 4.22 con $p = 1/2$, normalizando a 1 UA, empleando la misma relación gas/planetesimales y suavizando la discontinuidad en la línea, el disco queda caracterizado por,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 1.36 + (5.77 - 1.36) \left[\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{R - 2.7}{0.5}\right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1/2} \text{ g/cm}^2, \quad (4.30)$$

$$\Sigma_g(R) = 136 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1/2} \text{ g/cm}^2, \quad (4.31)$$

$$T(R) = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-1/2} \text{ K}, \quad (4.32)$$

$$\rho_g(R) = 1.13 \times 10^{-10} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-7/4} \text{ g/cm}^3. \quad (4.33)$$

La masa del disco entre 0.4 y 30 UA es,

$$0.01M_\odot \lesssim M \lesssim 0.1M_\odot, \quad (4.34)$$

lo que corresponde a discos entre 1 y 10 la nebulosa estándar, la cual para este perfil esta definida por una masa de $0.01M_\odot$. Nuevamente calcularemos las formaciones aisladas y

simultáneas para Júpiter y Saturno.

• Formación aislada

Para cada planeta, los tiempos de formación son nuevamente menores a la vida media estimada para los discos, pero las masas de los núcleos son mayores que las estimaciones teóricas y observacionales (Tabla 4.6).

Lo interesante de este perfil es que, salvo para el caso de un disco 3 veces más masivo que la nebulosa estándar, Saturno se forma antes que Júpiter. Este resultado resulta paradójico, dado que la densidad superficial de planetesimales es menor a mayores distancias de la estrella central, aún para este perfil. Sin embargo, este hecho tiene una simple explicación. Para una densidad superficial de planetesimales de la forma $\Sigma_p \propto R^{-p}$, si consideramos un anillo del disco de ancho dR , la masa del anillo está dada por $dm = 2\pi R \Sigma_p(R) dR$, con lo cual $dm \propto R^{1-p}$. Entonces, si $p > 1$ la masa de los anillos se incrementa hacia adentro del disco, y debido a la migración de los planetesimales, el flujo de masa que entra en un anillo es menor que el flujo saliente. Por el contrario, si $p < 1$ la masa de los anillos crece hacia afuera del disco, y el flujo de masa entrante es mayor que el saliente. La evolución temporal de la densidad superficial de planetesimales está gobernada por la Ec. (4.9). La Figura 4.13, muestra que inicialmente la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación de Júpiter es mayor que la correspondiente a Saturno. No obstante, a medida que avanza el tiempo la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación de Saturno se vuelve mayor que la correspondiente a Júpiter. Es debido a este hecho que Saturno se forma antes que Júpiter. La migración de planetesimales juega un rol importante en el proceso de formación planetaria.

• Formación simultánea

Los resultados están resumidos en la Tabla 4.7. Vemos que para este perfil el orden temporal del fenómeno de formación planetaria se invierte. La presencia de Júpiter prácticamente no afecta la formación de Saturno (Saturno se forma primero que Júpiter, salvo para el caso de un disco 3 veces más veces masivo que la nebulosa estándar). Por otro lado, la presencia de Saturno reduce los tiempos de formación de Júpiter, pero incrementa notablemente la masa final su núcleo (Figura 4.11).

La rápida formación de Saturno induce una *onda de densidad* de planetesimales, la cual es responsable de acortar los tiempos de formación de Júpiter (Figura 4.12). Esta onda de densidad incrementa la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación de Júpiter (Figura 4.13), lo que produce que la tasa de acreción de Júpiter se incremente rápidamente, respecto a su formación aislada (Figura 4.14). Es importante remarcar que en nuestro modelo no incluimos algunos fenómenos tales como capturas en resonancia de los planetesimales, dispersión de planetesimales o aperturas de brechas en el disco de planetesimales por efectos gravitatorios (Tanaka e Ida, 1997, 1999, Zhou y Lin, 2007, Shiraisi e Ida, 2008). Estos fenómenos podrían modificar el proceso de formación planetaria, disminuyendo o incluso inhibiendo las tasas de acreción de planetesimales. Desafortunadamente, estos fenómenos son difíciles de incorporar en un modelo semi-analítico como el desarrollado en esta Tesis, y son usualmente estudiados mediante simulaciones de N-cuerpos de alta resolución.

4.3.3. El caso de la nebulosa de Hayashi

Finalmente, por completitud, repetiremos los cálculos empleando la nebulosa estándar propuesta por Hayashi (1981). Dado que esta nebulosa sólo difiere de nuestro modelo con $p = 3/2$ respecto de la cantidad de gas, resultados similares son de esperarse, dado que una

4. Formación simultánea de planetas gigantes

Tabla 4.6. Formación aislada de Júpiter y Saturno para un disco con densidades superficiales iniciales de planetesimales y gas $\propto R^{-1/2}$. Σ_p y ρ_g denotan la densidad superficial inicial de planetesimales y la densidad volumétrica inicial de gas en el plano medio del disco, respectivamente, en las posiciones de Júpiter y Saturno. M_N representa la masa final del núcleo y t_f el tiempo final de formación. # denota cuantas veces más masivo es el disco respecto al disco estándar.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
3	7.59	1.90	26.41	4.80	5.61	0.66	23.92	5.92
4	10.12	2.54	31.02	2.66	7.48	0.88	29.41	2.33
5	12.65	3.17	34.49	1.75	9.36	1.09	33.48	0.99
6	15.18	3.81	37.44	1.21	11.23	1.31	37.60	0.41
7	17.71	4.45	39.82	0.79	13.10	1.53	43.02	0.19
8	20.24	5.08	41.91	0.43	14.97	1.75	48.52	0.11
9	22.77	5.72	44.40	0.19	16.24	1.97	53.34	0.07
10	25.30	6.35	51.66	0.07	18.72	2.19	56.98	0.05

Tabla 4.7. Tabla análoga a la Tabla 4.6, pero para el caso en donde consideramos la formación simultánea de los dos planetas.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
3	7.59	1.90	33.94	4.51	5.61	0.66	23.60	5.91
4	10.12	2.54	43.92	2.30	7.48	0.88	28.42	2.33
5	12.65	3.17	62.54	1.08	9.36	1.09	33.49	0.99
6	15.18	3.81	60.07	0.50	11.23	1.31	37.58	0.41
7	17.71	4.45	59.94	0.26	13.10	1.53	43.20	0.19
8	20.24	5.08	57.53	0.16	14.97	1.75	48.75	0.11
9	22.77	5.72	57.77	0.10	16.24	1.97	53.76	0.07
10	25.30	6.35	57.90	0.06	18.72	2.19	57.60	0.05

mayor cantidad de gas reduce las velocidades relativas de los planetesimales y hace que la acreción de los mismos sea más eficiente.

Formación aislada

Comparando los resultados de las Tablas 4.2 y 4.8, encontramos que los mismos son los resultados esperados. Cuanto mayor es la relación gas/planetesimales, menores son los tiempos de formación y mayores las masas finales de los núcleos. Podemos ver también, que estos efectos son más evidentes para Saturno.

Formación simultánea

Los resultados están resumidos en la Tabla 4.9. Podemos ver que, salvo para el caso de un disco 5 veces más masivo que la nebulosa estándar de Hayashi, la formación simultánea cambia cualitativamente y cuantitativamente respecto a los resultados con la relación gas/planetesimales = 100 (Tabla 4.3). Para discos 6, 7 y 8 veces más masivos que la nebulosa estándar de Hayashi los tiempos de formación para Saturno se acortan, mientras que los tiempos de formación para Júpiter son más largos. Las masas finales de los núcleos de Júpiter se vuelven considerablemente menores. Esto último se debe a que mientras una mayor canti-

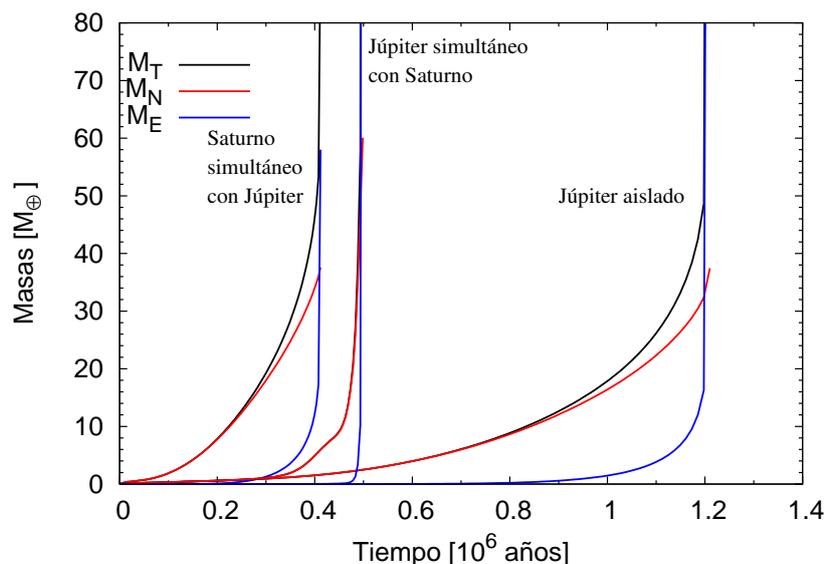


Figura 4.11. Evolución temporal de la masa total M_T (línea negra), la masa del núcleo M_N (línea roja) y la masa de la envoltura gaseosa M_E (línea azul) para la formación simultánea de Júpiter y Saturno, y para la formación aislada de Júpiter. Esta figura corresponde a un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar (con $\Sigma \propto R^{-1/2}$). La rápida formación de Saturno favorece significativamente la formación de Júpiter, cuando ambos crecen simultáneamente.

dad de gas disminuye las velocidades relativas de los planetesimales volviendo más eficiente la acreción de planetesimales, una mayor cantidad de gas también aumenta las velocidades de migración de los planetesimales, lo que puede disminuir la acreción de los mismos si las velocidades de migración se vuelven muy grandes.

Los cambios cualitativos respecto al caso en donde se considera una relación sólido/gas = 100 se deben a que para dicho modelo los tiempos de formación de Saturno, para el caso de la formación aislada, son un factor ~ 5 mayores a los correspondientes a Júpiter. Para la nebulosa de Hayashi, dicho factor es ~ 3 . Cuando Júpiter alcanza su masa final, la masa de Saturno es mayor, respecto al caso en donde la relación sólido/gas = 100. Por ende, las escalas de tiempo y las tasas de acreción para Saturno son mayores en el momento en que Júpiter alcanza su masa final. Las perturbaciones de Júpiter no solo no inhiben, o retrasan, la formación de Saturno, sino que favorecen su formación.

4.4. Discusiones y conclusiones del capítulo

En el marco del modelo de inestabilidad nucleada o modelo de acreción del núcleo, calculamos la formación *in situ* de Júpiter y Saturno (en sus posiciones actuales) en base al modelo desarrollado en el Cap. 3. Estudiamos la formación aislada y simultánea de ambos planetas en discos con densidades superficiales de planetesimales y gas tipo ley de potencia, y consideramos que la componente gaseosa del disco se disipa exponencialmente con un tiempo característico de 6 millones de años.

Primero, calculamos la formación de Júpiter y Saturno para un modelo de disco estándar con perfiles $\Sigma \propto R^{-3/2}$, pero adoptando una razón gas/planetesimales menor a la considerada por Hayashi (1981), siguiendo el trabajo de Mordasini *et al.* (2009). Analizamos cuantitativamente cómo la formación aislada de cada planeta se ve modificada cuando la misma ocurre

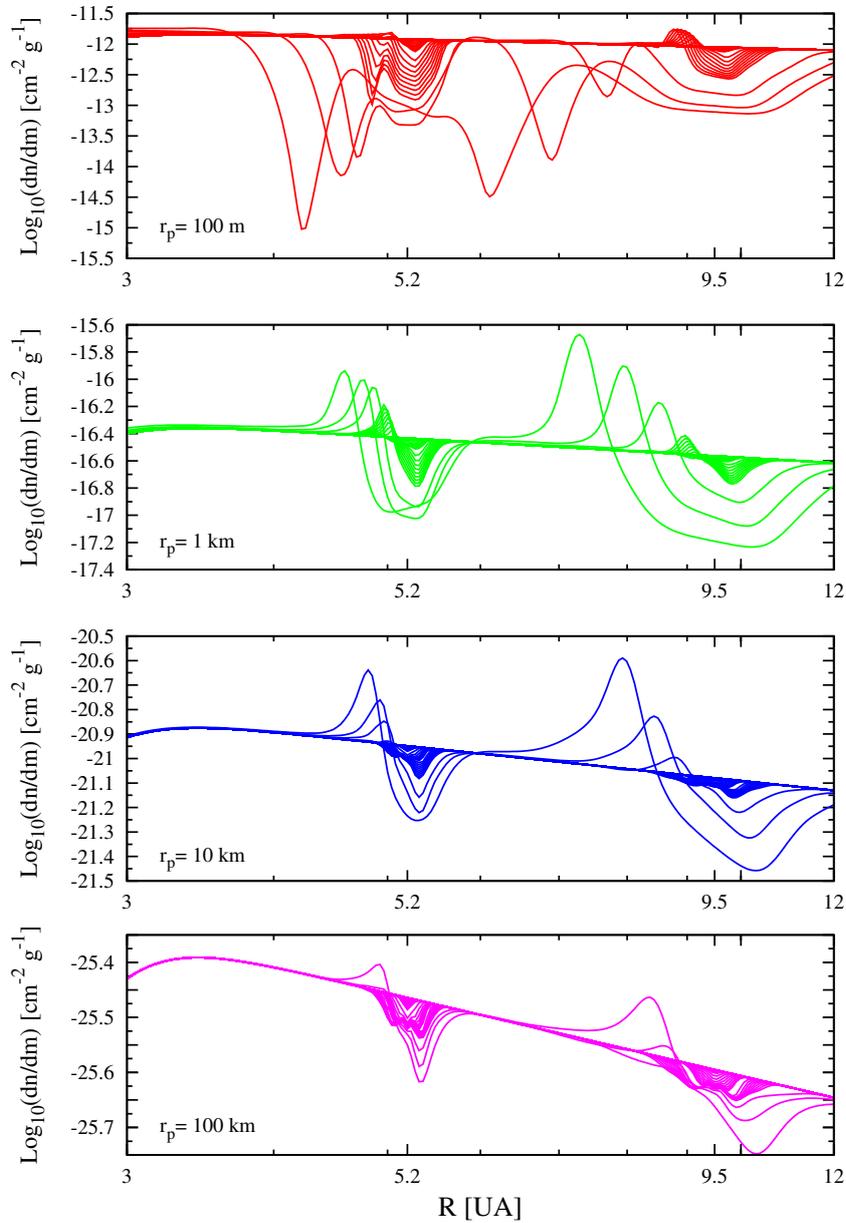


Figura 4.12. Evolución de los perfiles de densidad de planetesimales para la formación simultánea de Júpiter y Saturno para un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-1/2}$). La onda de densidad de planetesimales, debida a la rápida formación de Saturno depende fuertemente de los tamaños de los planetesimales. A medida que el tiempo avanza, los perfiles de densidad superficial disminuyen en las posiciones de los planetas. Las curvas representan los siguientes tiempos: $0, 1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-3}, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4,$ y 0.5 millones de años.

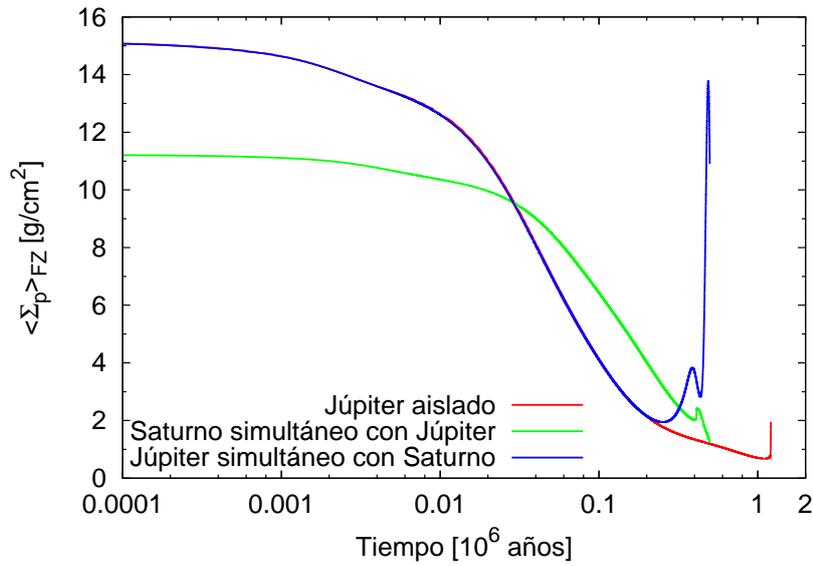


Figura 4.13. Evolución de la densidad media de planetesimales en las zonas de alimentación de Júpiter y Saturno para un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-1/2}$). La presencia de Saturno incrementa la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación de Júpiter, cuando la formación de ambos ocurre simultáneamente, respecto al caso de la formación aislada de Júpiter. Este aumento se debe a la onda de densidad de planetesimales que genera la rápida formación de Saturno (Figura 4.12).

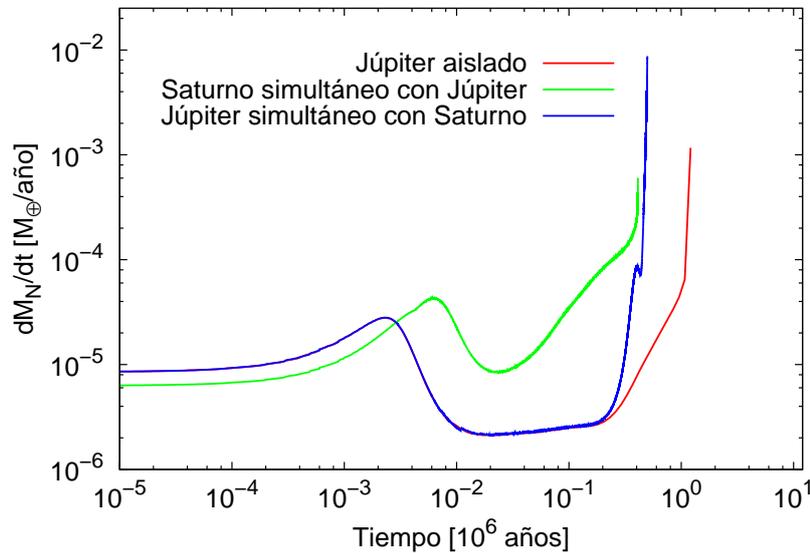


Figura 4.14. Comparación entre la evolución temporal de las tasas de acreción de planetesimales para el caso de la formación simultánea de Júpiter y Saturno, y el caso de la formación aislada de Júpiter, para un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar ($\Sigma \propto R^{-1/2}$). Puede verse como la rápida formación de Saturno aumenta notablemente la tasa de acreción de planetesimales de Júpiter cuando ambos planetas crecen simultáneamente en el disco.

4. Formación simultánea de planetas gigantes

Tabla 4.8. Formación aislada de Júpiter y Saturno para un la nebulosa solar de Hayashi (1981). Σ_p y ρ_g denotan la densidad superficial inicial de planetesimales y la densidad volumétrica inicial de gas en el plano medio del disco, respectivamente, en las posiciones de Júpiter y Saturno. M_N representa la masa final del núcleo y t_f el tiempo final de formación. # denota cuantas veces más masivo es el disco respecto al disco estándar.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
5	12.65	7.51	30.82	2.58	5.12	1.43	17.23	8.77
6	15.18	9.02	37.68	1.49	6.14	1.72	21.68	4.00
7	17.71	10.5	41.67	0.80	7.17	2.00	25.30	2.20
8	20.24	12.0	42.81	0.42	8.19	2.30	28.50	1.22

Tabla 4.9. Tabla análoga a la Tabla 4.8, pero para el caso en donde consideramos la formación simultánea de los dos planetas.

#	Júpiter				Saturno			
	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]	Σ_p [g/cm ²]	ρ_g [10 ⁻¹¹ g/cm ³]	M_N [M _⊕]	t_f [10 ⁶ años]
5	12.65	7.51	22.68	3.38	5.12	1.43	14.93	> 10
6	15.18	9.02	25.63	1.90	6.14	1.72	23.33	3.81
7	17.71	10.5	29.02	0.86	7.17	2.00	27.88	1.95
8	20.24	12.0	33.83	0.41	8.19	2.30	32.71	0.99

en presencia del otro planeta. Para el caso en donde las formaciones de los planetas ocurre aisladamente, encontramos que Júpiter y Saturno completan su formación en tiempos en acuerdo con la media estimada para los discos protoplanetarios, sólo para discos entre 6 y 10 veces más masivos que la nebulosa estándar para este caso (lo que corresponde a discos con masas entre 0.003 M_\odot y 0.05 M_\odot). Sin embargo, en la mayoría de los casos, las masas finales de los núcleos son mayores a las estimadas teóricamente para ambos planetas (Tabla 4.2). El resultado más destacado es que los tiempos de formación para Júpiter son significativamente menores que los correspondientes a Saturno. Encontramos que esta rápida formación de Júpiter, respecto a Saturno, inhibe o retrasa sustancialmente la formación de Saturno, cuando ambos planetas crecen simultáneamente en el disco protoplanetario (Tabla 4.3). La presencia de Júpiter (luego de formarse) incrementa las velocidades de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno (Figuras 4.3 y 4.4). Este hecho produce que las escalas temporales de migración de los planetesimales en la zona de alimentación de Saturno se vuelvan más cortas que las escalas temporales de acreción de los planetesimales en dicha zona, lo que genera una disminución en las tasas de acreción de planetesimales, comparadas con el caso de la formación aislada para Saturno (Figuras 4.5 y 4.6). La Figura 4.15 muestra que la presencia de Júpiter modifica significativamente la evolución temporal de la densidad superficial de planetesimales en la vecindad de Saturno, lo que hace que la formación de este último planeta se vea modificada respecto a su formación aislada.

Luego se estudiaron discos con perfiles más suaves, tratando de resolver el problema referente a los distintos tiempos de formación para Júpiter y Saturno. Se estudiaron discos con perfiles de densidad $\Sigma \propto R^{-1}$ y $\Sigma \propto R^{-1/2}$. Se normalizaron los discos en la posición de Júpiter (5.2 UA), de esta manera las densidades superficiales de planetesimales, temperatura y densidad volumétrica de gas en el plano medio del disco serán las mismas en todos los casos en la posición de Júpiter. Por lo tanto, mientras más suave sea el perfil del disco, mayor será la densidad de planetesimales en la posición de Saturno, y menores serán sus tiempos de

formación.

Para el perfil $\Sigma \propto R^{-1}$, encontramos que los tiempos de formación para Júpiter y Saturno son similares en el caso de la formación aislada de cada planeta. Este hecho, hace que los resultados para la formación simultánea de ambos planetas sean prácticamente análogos que al caso de la formación aislada de cada uno de ellos.

Por otro lado, para el perfil $\Sigma \propto R^{-1/2}$, el orden temporal del fenómeno se invierte. En la mayoría de los casos, Saturno se forma antes que Júpiter. La rápida formación de Saturno induce una onda de densidad de planetesimales (Figura 4.12), hecho que favorece notablemente la formación de Júpiter (Figura 4.11). Esta onda de densidad incrementa la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación de Júpiter (Figura 4.13), lo que aumenta significativamente la tasa de acreción de planetesimales (Figura 4.14).

En la Figura. 4.16, se muestra una comparación entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno para los diferentes perfiles estudiados ($p = 3/2, 1, 1/2$) para el caso de un disco 6 veces más masivo que la respectiva nebulosa estándar para cada perfil (recordar que la estructura del disco es la misma para todos los perfiles en la posición de Júpiter). Para $p = 3/2$, Júpiter inhibe la formación de Saturno. Para perfiles más suaves ($p = 1, 1/2$), el proceso de formación planetaria se vuelve más eficiente debido a varias razones. Primero, en la posición de Saturno la densidad superficial de planetesimales es mayor. Además, mientras más suave es el perfil, si bien la densidad superficial de planetesimales siempre decrece hacia afuera del disco, la masa total de planetesimales crece hacia afuera, y debido a la migración planetaria el flujo entrante de planetesimales en la zona de alimentación de los planetas se vuelve más eficiente.

Finalmente, repetimos nuestras simulaciones para el modelo estándar de nebulosa solar propuesto por Hayashi (1981). Dado que el modelo de Hayashi propone una nebulosa más masiva respecto a nuestro modelo con $p = 3/2$, el cual difiere solamente en la cantidad de gas del disco, se esperan resultados cualitativamente similares. Esto encontramos para el caso de la formación aislada de ambos planetas (Tabla 4.8), en donde los tiempos de formación se acortan y las masas finales de los núcleos de los planetas aumentan. Esto se debe a que mayores cantidades de gas, disminuyen las velocidades relativas de los planetesimales, haciendo más eficientes las tasas de acreción de los mismos. Sin embargo, los resultados para la formación simultánea (Tabla 4.9) cambian cuantitativamente. En la Figura 4.17, mostramos las diferencias para la formación simultánea de Júpiter y Saturno. Vemos que la razón gas/planetesimales tiene un rol importante en el proceso de formación. Diferentes valores para esta razón conducen a resultados cuantitativamente diferentes.

Una de las hipótesis fuerte de este trabajo, es que la mayor parte de la masa de los planetesimales está depositada en los planetesimales más pequeños de la distribución. La mayoría de los trabajos que modelan la formación de planetas gigantes, no tienen en cuenta el crecimiento oligárquico, sino un régimen de acreción con tasas más altas tipo pseudo crecimiento en fuga de planetesimales (Pollack *et al.* 1996, Alibert *et al.*, 2005, Hubickyj *et al.*, 2005, Dodson-Robinson *et al.* 2008). Con estos tipos de regímenes de acreción de planetesimales, la masa final de los núcleos de los planetas gigantes se alcanza rápidamente. Las velocidades entre los planetesimales son menores, y las tasas de acreción se vuelven más eficientes, por lo que suelen usarse planetesimales de 100 km de radio. Mientras algunos trabajos predicen que los planetesimales serían inicialmente grandes (Johansen *et al.* 2007, Morbidelli *et al.*, 2009 a), las simulaciones de N-cuerpos más detalladas predicen que cuando un embrión alcanza una masa similar a la masa de la Luna, el régimen de crecimiento en fuga de los planetesimales cambia al régimen de crecimiento oligárquico. Si nuestra hipótesis fuese relajada, y la mayor parte de la masa no estuviese depositada en los planetesimales más pequeños de la distribución, o planetesimales más grandes fuesen considerados, los tiempos de formación

4. Formación simultánea de planetas gigantes

para Júpiter y Saturno se hacen más largos que las escalas temporales observadas para la vida media de los discos protoplanetarios.

En el siguientes capítulo estudiaremos la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar, pero no ya en sus posiciones actuales, sino en un escenario alternativo que propone que los planetas gigantes del Sistema Solar se formaron en una configuración orbital mucho más compacta que la actualmente observada.

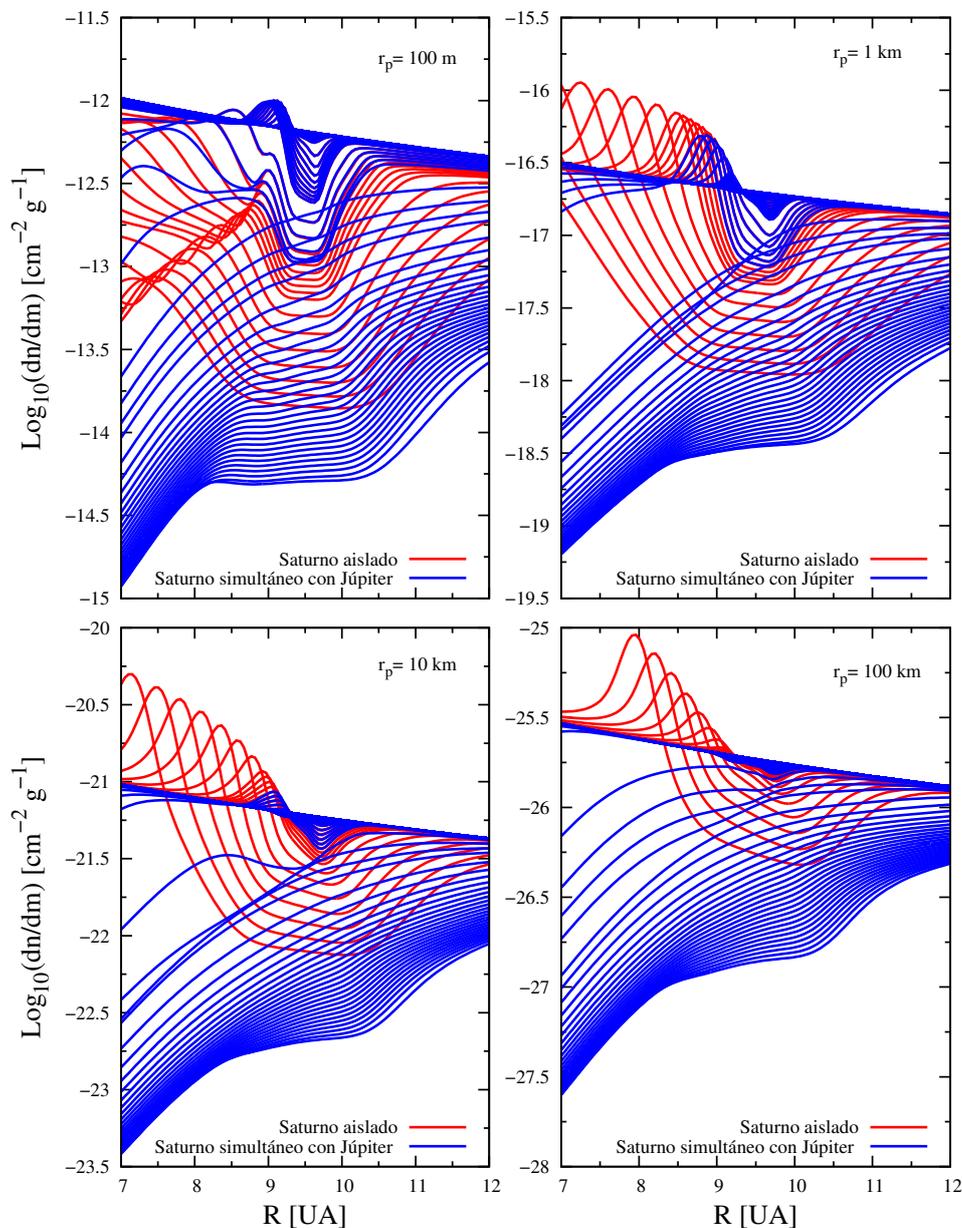


Figura 4.15. Evolución temporal de los perfiles de densidad de planetesimales en la vecindad de la posición de Saturno, para su formación aislada (curvas rojas) y simultánea con Júpiter (curvas azules), para un disco 8 veces más masivo que la nebulosa estándar (caso $\Sigma \propto R^{-3/2}$). A medida que el tiempo avanza, la densidad decrece para ambos casos, sin embargo, los perfiles evolucionan en formas diferentes. Para la formación aislada de Saturno, se produce una onda de densidad para planetesimales con $r_p = 1, 10$ y 100 km . Esta onda de densidad desaparece cuando Saturno se forma simultáneamente con Júpiter. Para todos los tamaños de los planetesimales, los perfiles de densidad superficial decrecen más rápidamente cuando Saturno se forma en presencia de Júpiter.

4. Formación simultánea de planetas gigantes

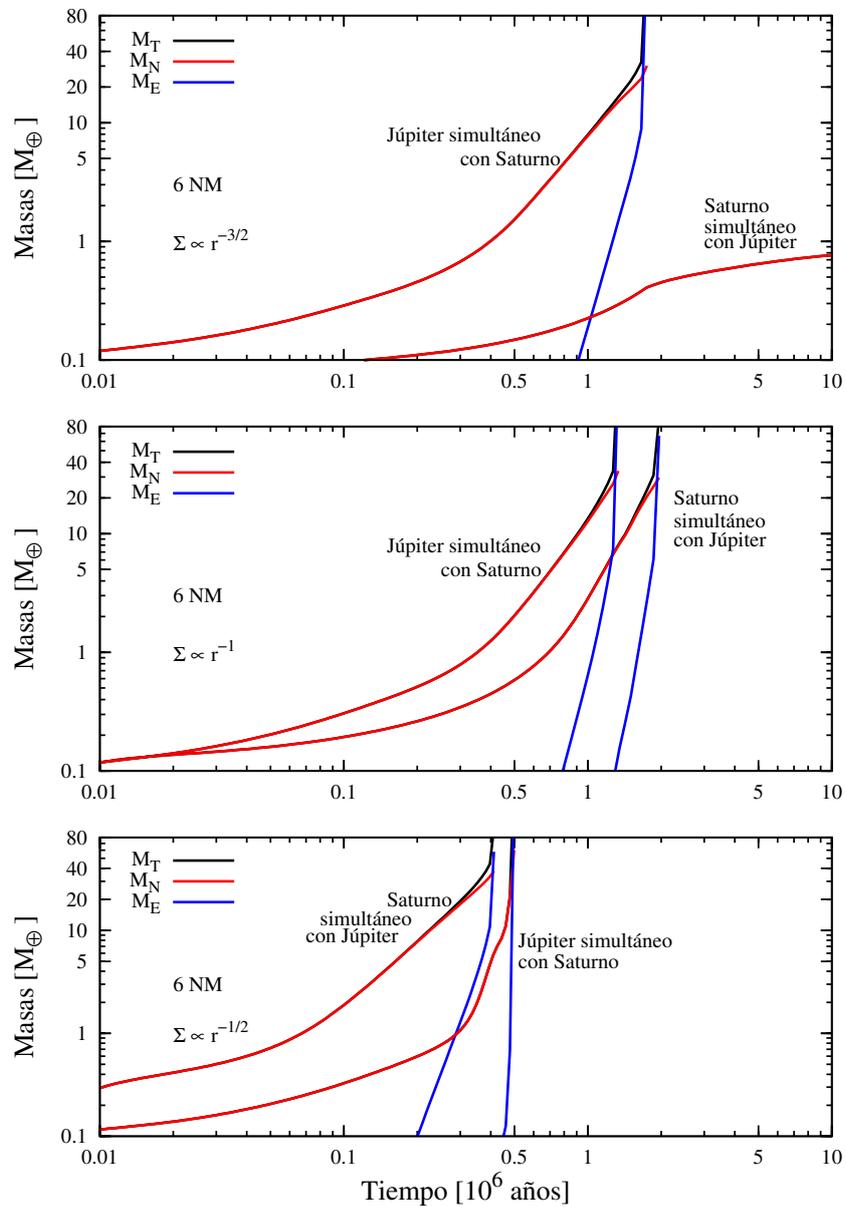


Figura 4.16. Comparación entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno para los diferentes perfiles estudiados ($p = 3/2, 1, 1/2$) para el caso de un disco 6 veces más masivo que la respectiva nebulosa estándar para cada perfil.

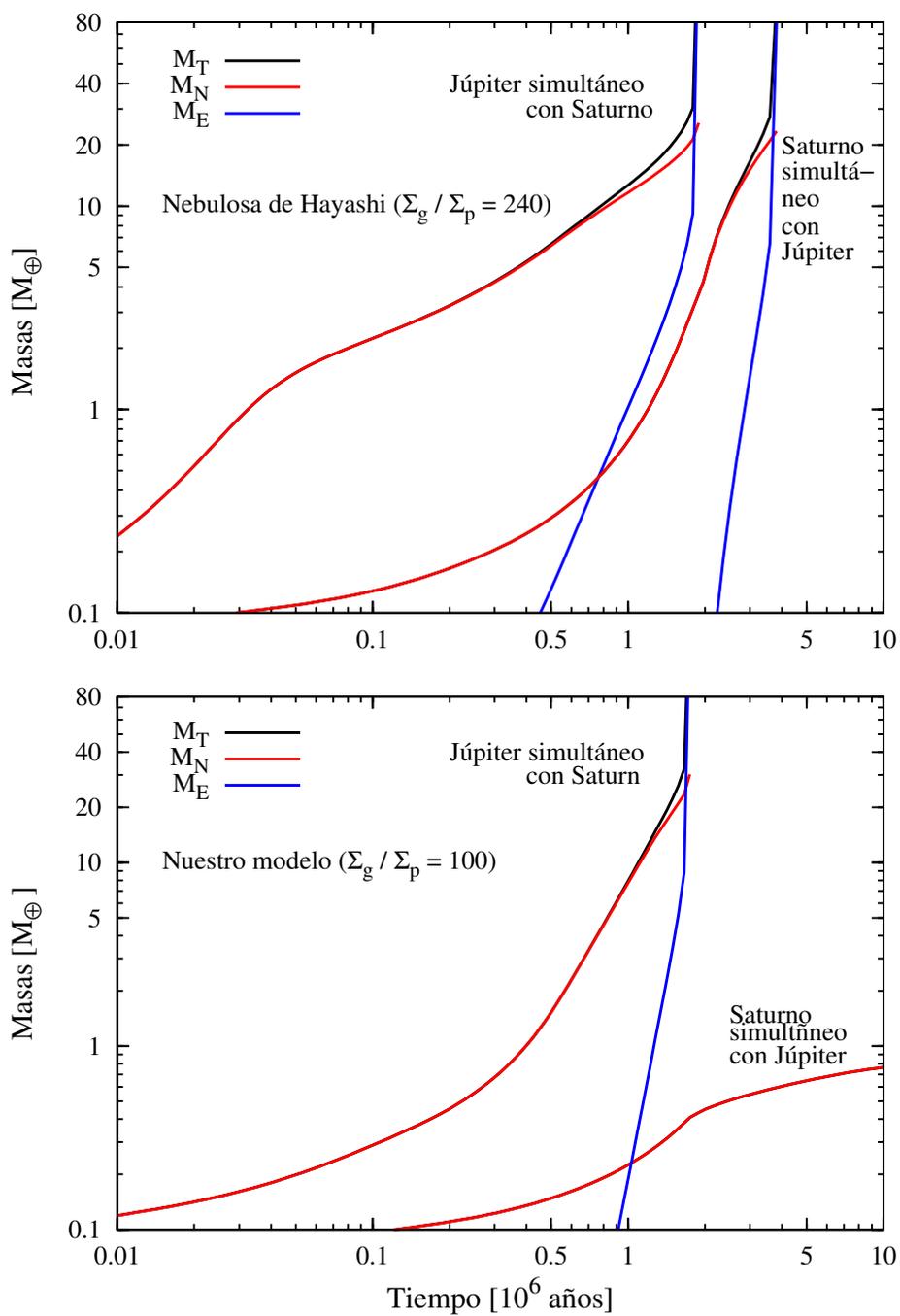


Figura 4.17. Comparación entre la formación simultánea de Júpiter y Saturno para nuestro modelo $p = 3/2$ ($\Sigma_g/\Sigma_p = 100$) y la nebulosa de Hayashi ($\Sigma_g/\Sigma_p = 240$) para un disco 6 veces más masivo que la nebulosa estándar de cada modelo.

Capítulo 5

Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

Las discusiones y resultados plasmados en este capítulo corresponden a nuestro trabajo titulado *Simultaneous formation of solar system giant planets*, publicado en la revista *Astronomy & Astrophysics* en el año 2011.

5.1. Introducción

La configuración inicial del *modelo de Niza*¹ (Tsiganis *et al.*, 2005, Gomes *et al.*, 2005, Morbidelli *et al.*, 2005) representa la configuración orbital inicial del Sistema Solar exterior al momento de la disipación de la componente gaseosa de la nebulosa solar primitiva. Este modelo considera que los planetas gigantes inicialmente estaban en órbitas cuasi circulares y coplanares. Esto es compatible con el trabajo de Thommes *et al.*, (2008), quienes encontraron que sistemas planetarios análogos al Sistema Solar pueden formarse si los planetas gigantes no migraron substancialmente en el disco durante su formación y se mantuvieron en órbitas cuasi circulares. El modelo de Niza propone una configuración inicial compacta para la posición de los planetas gigantes del Sistema Solar. En particular, propone que los planetas gigantes se formaron entre ~ 5.5 UA y ~ 14 UA. Los gigantes gaseosos, Júpiter y Saturno, estarían cerca de su resonancia de movimientos medios (RMM) 2:1, Júpiter cerca de las 5.5 UA y Saturno entre 8 – 8.5 UA. Esta es una condición necesaria para evitar la migración de ambos planetas en el disco de gas antes de la disipación del mismo (Masset y Snellgrove, 2001, Morbidelli y Crida, 2007). Los gigantes helados (Urano y Neptuno) se consideran con órbitas entre ~ 11 y ~ 14 UA.

Otra hipótesis importante en el modelo de Niza es la existencia de un disco remanente de planetesimales detrás de las órbitas de los planetas gigantes. El borde interno de este disco se considera situado a ~ 16 UA y el borde externo a ~ 30 UA. La masa total de este disco serían unas 35 – 40 M_{\oplus} . Los planetesimales que conforman este disco interactúan gravitatoriamente con los planetas gigantes causando la migración interna de Júpiter y la migración externa de Saturno a sus posiciones actuales (5.2 UA y 9.5 UA, respectivamente). En este proceso de migración Júpiter y Saturno cruzan su RMM 2:1 y se produce una inestabilidad dinámica en el sistema. Durante esta fase de inestabilidad dinámica Urano y Neptuno migran caóticamente

¹Triología de trabajos que lleva este nombre dado que los mismos se desarrollaron en el Observatorio de Niza, Francia.

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

hacia afuera del disco. De acuerdo a las simulaciones numéricas de Tsiganis *et al.* (2005) hay una probabilidad del 50 % de que los dos gigantes helados intercambien posiciones en el disco durante este proceso caótico. Este hecho podría explicar porque Neptuno es más masivo que Urano.

El suceso del modelo de Niza radica en que este modelo puede explicar cuantitativamente las órbitas finales, excentricidades e inclinaciones actuales de los planetas gigantes (Tsiganis *et al.*, 2005), la captura de los Troyanos por parte de Júpiter (Morbidelli *et al.*, 2005), el origen del llamado Bombardeo Tardío (Gomes *et al.*, 2005), la formación de la Región Transneptuniana (Levison *et al.*, 2008) y la arquitectura secular del Sistema Solar exterior (Morbidelli *et al.*, 2009 b). Sin embargo, el modelo de Niza no plantea discusión alguna acerca de como pudieron alcanzarse las condiciones iniciales necesarias para el mismo.

Más recientemente, Morbidelli y Crida (2007), en base a un trabajo de Masset y Snellgrove (2001), mostraron que bajo ciertas condiciones del disco de gas, Júpiter y Saturno no migran dentro del mismo si quedan capturados en la RMM 2:3. Morbidelli y Crida (2007) mostraron que esta configuración en donde ambos planetas no migran, o migran muy lentamente, es posible solo si la razón de masas entre los planetas es similar a la razón de masas entre Júpiter y Saturno. Luego, Morbidelli *et al.* (2007) extendieron este estudio para los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar. Ellos consideraron a Júpiter y Saturno atrapados en su RMM 2:3 y encontraron que el gigante helado más interno puede ser atrapado en la RMM 2:3 o 3:4 con Saturno. Luego, el gigante helado más externo podría ser atrapado en la RMM 3:4, 4:5 o 5:6 con el gigante helado más interno. Ellos encontraron que esta configuración resonante puede preservarse hasta la disipación de la componente gaseosa del disco. Luego, solo dos configuraciones fueron dinámicamente estables por varios cientos de millones de años. Finalmente, ellos mostraron que la existencia de un disco residual de planetesimales detrás del último gigante helado conduce a una inestabilidad dinámica del sistema y que las componentes esenciales del modelo de Niza se conservan. Batygin y Brown (2010) extendieron este trabajo y encontraron más configuraciones iniciales multiresonantes posibles. Muchas de estas configuraciones multiresonantes evolucionan preservando los ingredientes esenciales del modelo de Niza, bajo la presencia de un disco de planetesimales residual detrás del último planeta. Si bien estas configuraciones no son exactamente las propuestas por el modelo de Niza, todas ellas proponen una configuración inicial compacta para las posiciones de los planetas gigantes al momento de la disipación de la nebulosa solar. No obstante, en todos estos estudios se adopta que los planetas gigantes se encuentran formados, y no establecen discusión alguna acerca de como podrían haberse formado.

Desch (2007) fue el primero en investigar esta cuestión. Considerando la formación *in situ* y acreción perfecta para los planetas gigantes, Desch recalculó la llamada *nebulosa solar de masa mínima* (originalmente calculada por Hayashi, 1981, teniendo en cuenta las posiciones actuales de los planetas del Sistema Solar) considerando la configuración compacta para los planetas gigantes y el disco residual de planetesimales, como propone el modelo de Niza. Él derivó un perfil para la densidad superficial de planetesimales más *empinado* ($\Sigma_p \propto R^{-2.168}$) que el clásico derivado por Hayashi ($\Sigma \propto R^{-3/2}$). Desch también estimó los tiempos de formación para los núcleos de los planetas gigantes. Adoptando el crecimiento oligárquico para la acreción de los planetesimales, velocidades relativas en equilibrio y una población homogénea de planetesimales de 100 m de radio, estimó tiempos de formación de $\sim 0.5 \times 10^6$ años para Júpiter, entre 1.5×10^6 años y 2×10^6 años para Saturno, entre 5.5×10^6 años y 6×10^6 años para Neptuno (considerando que Neptuno estaría en una órbita más interna que Urano), y entre 9.5×10^6 años y 10.5×10^6 años para Urano. Sin embargo, Desch no considero la existencia de una envoltura gaseosa para los planetas

Utilizando un modelo en donde se tiene en cuenta el crecimiento del núcleo junto al de la

envoltura gaseosa, adoptando la configuración orbital inicial para los planetas gigantes propuesta por el modelo de Niza (Júpiter en 5.5 UA, Saturno en 8.3 UA, Neptuno en 11 UA y Urano en 14 UA) y utilizando el perfil de densidad derivado por Desch (2007), Benvenuto *et al.* (2009) calcularon la formación *in situ* y aislada de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar. Ellos utilizaron el código presentado en los trabajos de Benvenuto y Brunini (2005) y Fortier *et al.* (2007, 2009) incorporando una distribución de tamaño para la población de planetesimales entre $r_p = 30$ m y $r_p = 100$ km (siendo r_p el radio de los planetesimales)². Además, consideraron una distribución inicial de masa $n(m) \propto m^{-\alpha}$, con $\alpha = 2.5$. La elección de 30 m como el valor mínimo para el radio de los planetesimales, se debe a que mediante una simple estimación puede mostrarse que para planetesimales con radios menores a 30 m, la escala temporal de migración de los mismos es menor a la escala temporal de acreción, es decir, que planetesimales con $r_p < 30$ m no serían acretados eficientemente. Imponiendo un valor de 11 g/cm^2 para la densidad superficial de planetesimales en la posición de Júpiter, Benvenuto *et al.* (2009) calcularon los tiempos de formación de Júpiter (0.44×10^6 años), Saturno (1.4×10^6 años), Neptuno (2.5×10^6 años) y Urano (4.75×10^6 años). Además, estos autores encontraron que las masas finales de los núcleos de los cuatro planetas gigantes están en acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales actuales. Sin embargo, en este trabajo no se consideró la evolución del disco protoplanetario ni la migración de los planetesimales. Estos dos fenómenos tienen escalas temporales similares a las escalas de formación planetaria. Por ende, un modelo más realista debería incorporar estos fenómenos en conjunto y autoconsistentemente. Thommes *et al.* (2003), Chambers (2006), y Brunini y Benvenuto (2008) mostraron que la migración de los planetesimales tiene una fuerte influencia en los tiempos de acreción, especialmente cuando se consideran planetesimales con $r_p < 1$ km. Por otro lado, la evolución del disco protoplanetario también es importante, dado que la densidad gaseosa del disco es un factor determinante en la regulación de las velocidades relativas de los planetesimales. Finalmente, Benvenuto *et al.* (2009) consideraron que las velocidades relativas de los planetesimales se encontraban en equilibrio. No obstante, los planetesimales más pequeños pueden no llegar a alcanzar esta condición (Chambers, 2006, Brunini y Benvenuto, 2008). Por lo tanto, velocidades fuera del equilibrio deben ser calculadas, dado que la distribución de tamaño de los planetesimales llega hasta objetos con tamaños menores al kilómetro.

Como mostramos en el Cap. 3, estos fenómenos fueron incorporados en nuestro modelo. En el Cap. 4 aplicamos nuestro modelo a la formación simultánea de Júpiter y Saturno (en sus posiciones actuales) y vimos que dependiendo de la estructura del disco protoplanetario la presencia de un planeta puede modificar notablemente la formación del otro.

En este capítulo estudiaremos ciertos parámetros que caracterizan al disco protoplanetario para determinar que condiciones favorecen (o no) la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar, adoptando la configuración orbital para los mismos que propone el modelo de Niza. Pondremos énfasis en las primeras etapas de la formación, es decir, hasta que los planetas alcanzan la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura. Estamos particularmente interesados en las condiciones del disco que lleven a la formación de los núcleos de Júpiter y Saturno capaces de alcanzar la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura, mientras Urano y Neptuno deberían ser capaces de alcanzar sus masas actuales. Para ello, consideramos una distribución de tamaño para la población de planetesimales entre r_p^{\min} (que es un parámetro libre del modelo) y 100 km. Además, tendremos en cuenta diferentes perfiles para las densidades superficiales del disco.

La idea de este trabajo, es a partir de la formación aislada de cada planeta, encontrar el r_p^{\min} óptimo para la formación simultánea de los cuatro planetas (el que minimice los tiempos

²Consideraron 9 especies equiespaciadas en el logaritmo de la masa

de formación) y discutir los escenarios que mejor ajusten los datos observacionales para los cuatro planetas gigantes (los tiempos de formación y las masas finales de los núcleos).

5.2. Breve discusión del modelo

Nuevamente haremos uso del modelo desarrollado en el Cap.3. Consideramos un disco con simetría cilíndrica entre 0.4 UA y 30 UA, cuyas densidades superficiales de gas y planetesimales son funciones tipo ley de potencia ($\Sigma \propto R^{-p}$). Consideramos una distribución de tamaños para la población de planetesimales entre un radio mínimo r_p^{\min} y 100 km, en donde entre celdas contiguas de tamaño hay un factor 2 en la masa de los planetesimales. Por ejemplo, la distribución continua de tamaños para planetesimales entre 1 km y 100 km está representada por un grillado de 21 celdas, mientras que la distribución continua de tamaños para planetesimales entre 10 m y 100 km está caracterizada por un grillado de 41 celdas. Kokubo e Ida (2000), y más recientemente Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b), muestran que en el régimen de crecimiento oligárquico la distribución de masa de la población de planetesimales está dada por $n(m) \propto m^{-2.5}$. Nosotros adoptaremos esta distribución para la distribución inicial de masa de la población de planetesimales. El resto del modelo es el mismo que el exployado en los Cap. 3 y 4.

Es importante notar que seguimos trabajando con la aproximación de formación *in situ* para los planetas. Thommes *et al.* (2008) mostró que sistemas planetarios análogos al solar pueden ser formados si los planetas gigantes de esos sistemas se forman bajo migraciones y crecimientos de las excentricidades modestos, aun para discos masivos. Miguel *et al.* (2010 a,b) estudiaron estadísticamente la formación de sistemas planetarios y encontraron que sistemas planetarios análogos al solar solo pueden formarse en discos masivos con perfiles de densidad suaves, y en donde la migración de tipo I para los embriones es fuertemente reducida. Ambos autores muestran que para discos de baja masa, el proceso de formación planetaria es muy lento para producir planetas gigantes antes de la disipación de la componente gaseosa del disco. En los últimos años muchos autores han argumentado que el proceso de migración tipo I debería ser mucho menor que lo hasta ahora pensado, de otra manera los embriones migrarían rápidamente hacia el borde interno del disco, y hasta serían acretados por la estrella central (ver el trabajo de Alibert *et al.*, 2005, en donde se calcula la formación de Júpiter y Saturno incluyendo la migración planetaria). Tanaka *et al.* (2002) derivaron las tasas de migración para embriones de baja masa en discos isoterms en la dirección normal al plano medio del disco. Por otro lado, Kley *et al.* (2009) y Paardekooper *et al.* (2010) derivaron las tasas para discos con transportes radiativo y convectivo (en la aproximación adiabática) en la dirección normal al plano medio del disco. Ellos encontraron que las tasas de migración pueden ser mucho menores que las correspondientes al caso isoterms. Es más, bajo ciertas condiciones, estos autores encuentran que la migración orbital de un embrión de baja masa podría ser hacia afuera del disco. En vista de estos resultados, consideramos que la aproximación de formación *in situ* puede ser considerada como una buena aproximación, o una aproximación de primer orden de un fenómeno mucho más complejo. No obstante, el no considerar la migración tipo II es un problema más serio, en especial porque el modelo de Niza implícitamente invoca una migración de este tipo para obtener las configuraciones multiresonantes mencionadas en la sección anterior. Sin embargo, las prescripciones para las migración tipo II están generalmente basadas en resultados para la migración de un planeta aislado en el disco. El cálculo de la migración tipo II de un sistema múltiple de planetas requiere de simulaciones hidrodinámicas (o magneto-hidrodinámicas) muy complejas, lo cual está fuera del alcance e intención de esta Tesis. Sin embargo, es importante tener en cuenta que los resultados que se mostrarán deben ser considerados en el contexto de la formación *in situ* para los planetas, la cual puede ser

una aproximación razonable en las primeras etapas del proceso de formación planetaria, es decir, antes que los planetas alcance la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura.

Otro punto importante a remarcar, es que nuestro modelo calcula autoconsistentemente la acreción de gas mediante un método de tipo Henyey, adaptación de los códigos de evolución estelar, pero siempre bajo la hipótesis de que el disco puede aportar la cantidad de gas necesaria a ser acretada. Sin embargo, luego de que la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa comienza, esta hipótesis puede dejar de ser válida, debido a que el planeta se vuelve tan masivo que puede abrir una brecha en el disco de gas. No obstante, trabajos recientes muestran que la acreción de gas durante la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura hasta alcanzar la masa final de un planeta es un fenómeno que tiene una escala temporal corta (comparada al proceso de formación planetaria). Machida *et al.* (2010) encontraron que, mediante simulaciones hidrodinámicas tridimensionales, la escala de tiempo de acreción gaseosa de un planeta que alcanza la masa crítica para desatar el crecimiento en fuga de la envoltura es de 10^5 años, es decir, uno o dos ordenes de magnitud menor a las escalas temporales de la formación del núcleo masivo del planeta. Esto significa que el factor primordial en la formación de un planeta gigante es la formación de un núcleo lo suficientemente masivo para desatar el crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa. Por esto, consideramos que nuestro modelo es adecuado para estudiar la primer etapa de formación planetaria, hasta que los núcleos alcanzan la masa crítica y cómo la formación simultánea modifica a la formación aislada de los planetas.

5.3. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-2}$

Adoptando la configuración orbital inicial propuesta por el modelo de Niza, Desch (2007) derivó un perfil de densidad superficial de sólidos para la llamada nebulosa solar de masa mínima, el cual puede ser ajustado con una ley de potencia $\Sigma \propto R^{-2.168}$. Este perfil para la densidad superficial es mucho más empinado que el derivado por Hayashi (1981), $\Sigma \propto R^{-3/2}$, para el cual consideró los planetas del Sistema Solar en sus posiciones actuales. Empezaremos nuestro estudio adoptando un perfil similar al propuesto por Desch. Por simplicidad, consideramos un perfil $\Sigma \propto R^{-2}$. Pollack *et al.* (1996) empleó este perfil para estudiar la formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar, pero adoptando un régimen de crecimiento para los núcleos mucho más rápido que el correspondiente al crecimiento oligárquico. Continuando el trabajo de Benvenuto *et al.* (2009), adoptamos un valor de 11 g/cm^2 para la densidad superficial de planetesimales en la posición de Júpiter. Luego, a $t = 0$, cuando comienzan las simulaciones el perfil de densidad superficial de planetesimales es,

$$\Sigma_p = 11 \left(\frac{R}{5.5 \text{ UA}} \right)^{-2} \eta_{\text{hielo}} \text{ g cm}^{-2}, \quad (5.1)$$

en donde η_{hielo} tiene en cuenta la condensación de elementos volátiles detrás de la línea de hielo, la cual la consideramos ubicada a 2.7 UA,

$$\eta_{\text{hielo}} = \begin{cases} 1 & R > 2.7 \text{ UA}, \\ \frac{1}{4} & R < 2.7 \text{ UA}. \end{cases} \quad (5.2)$$

En este capítulo adoptamos un valor para la relación gas/planetesimales de $z_0^{-1} \simeq 65$, en donde $z_0 = 0.0153$ (Lodders *et al.*, 2009) es la abundancia inicial de elementos pesados en el

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

Sol. Esto implica que la densidad superficial de gas está dada por,

$$\Sigma_g = 719 \left(\frac{R}{5.5 \text{ UA}} \right)^{-2} \text{ g cm}^{-2}. \quad (5.3)$$

Normalizando a 1 UA, suavizando la discontinuidad en la densidad superficial de planetesimales y considerando el perfil de temperatura de un disco fino, el disco queda caracterizado por,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 83.19 + (332.75 - 83.19) \left[\frac{1}{2} \tanh \left(\frac{R - 2.7}{0.5} \right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-2} \text{ g cm}^{-2} \quad (5.4)$$

$$\Sigma_g(R) = 21750 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-2} \text{ g cm}^{-2}, \quad (5.5)$$

$$T(R) = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ K}. \quad (5.6)$$

La masa inicial del disco es de $\sim 0.066 M_\odot$, resultado de integrar la densidad superficial de gas entre 0.4 y 30 UA.

Con el disco definido calculamos primero la formación aislada de cada planeta. Para cada planeta, realizamos simulaciones modificando el parámetro r_p^{min} . Nuestra intención es buscar un intervalo para la distribución de tamaño de los planetesimales en donde la formación aislada de cada planeta ocurra en menos de 10 millones de años. Luego, usando este resultado como guía, buscamos un r_p^{min} óptimo para calcular la formación simultánea de los cuatro planetas.

Los resultados para la formación aislada de cada planeta están resumidos en la Tabla 5.1.

Encontramos que cada planeta tiene un intervalo independiente para r_p^{min} en donde la masa del núcleo alcanza la masa crítica (la masa para que comience el crecimiento en fuga de la envoltura, que ocurre cuando la masa de la envoltura iguala a la masa del núcleo) en menos de 10 millones de años (Figura 5.1). Júpiter alcanza su masa crítica, y se forma en menos de 10^7 años para $30 \text{ m} \lesssim r_p^{\text{min}} \lesssim 200 \text{ m}$. Saturno, por otro lado alcanza su masa crítica en menos de 10^7 años para valores de r_p^{min} menores a 50 m. En el caso de Neptuno, r_p^{min} tiene que ser menor a 20 m, mientras que para Urano r_p^{min} debería ser menor a $\sim 12.5 \text{ m}$.

Remarcamos el hecho de que no consideramos planetesimales menores a 10 m, dado que para valores tan chicos de r_p^{min} los tiempos de formación de los planetas gigantes más externos en el disco son notablemente menores que los correspondientes a Júpiter y Saturno. Consideramos estos casos poco posibles y relevantes, dado que Neptuno y Urano alcanzan sus masas actuales mucho antes que los gigantes gaseosos, por lo que los gigantes helados deberían haber seguido creciendo para transformarse en gigantes gaseosos ellos también.

Para un perfil tan empinado, como el propuesto por Desch (2007), encontramos que los tiempos mínimos para alcanzar las masas críticas son de $\sim 4 \times 10^6$ años para Júpiter, $\sim 2.8 \times 10^6$ años para Saturno, $\sim 2.9 \times 10^6$ años para Neptuno, y $\sim 6 \times 10^6$ años para Urano. Sin embargo, estos tiempos no ocurren para el para el mismo r_p^{min} de la distribución de tamaño de la población de planetesimales.

Por otro lado, vemos que los valores para las masas finales de los núcleos (al alcanzar la masa crítica) para Júpiter y Saturno están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas actuales (Figura 5.2). Notemos nuevamente, que al igual que en el Cap. 4, asumimos que los planetesimales colisionan con el núcleo, es decir, que no pierden masa en la envoltura. Esto implica que en realidad M_N corresponde a la masa total de elementos pesados en el interior

Tabla 5.1. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar en función de la distribución de tamaño para los planetesimales para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-2}$. r_p^{min} representa el radio mínimo de la distribución de tamaño de la población de planetesimales, M_{crit} denota la masa crítica para el núcleo a partir de la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura (la misma se obtiene cuando la masa de la envoltura gaseosa iguala la masa del núcleo), y t_{crit} es el tiempo al cual se alcanza dicha masa crítica. La cantidades entre paréntesis para Neptuno y Urano corresponden a la masa del núcleo y el tiempo al cual dichos planetas alcanzan sus masas actuales ($\sim 17 M_{\oplus}$ para Neptuno y $\sim 14.5 M_{\oplus}$ para Urano). Para las simulaciones cuyos tiempos exceden los 10^7 años no se muestran los resultados.

r_p^{min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
10	—	—	19.13	6.96	22.02 (14.62)	2.90 (2.31)	18.75 (12.59)	6.01 (4.98)
12.5	—	—	19.22	5.15	21.07 (14.57)	3.04 (2.43)	13.10 (11.24)	13.88 (12.39)
15	—	—	19.65	3.91	19.26 (14.27)	3.85 (3.17)	—	—
20	—	—	20.90	2.83	14.48 (12.78)	8.69 (7.82)	—	—
25	12.54	14.98	20.92	2.78	—	—	—	—
40	16.89	6.09	16.30	5.73	—	—	—	—
50	18.34	4.38	12.87	10.43	—	—	—	—
75	18.80	3.91	—	—	—	—	—	—
100	17.59	4.79	—	—	—	—	—	—
150	15.22	7.06	—	—	—	—	—	—
200	13.61	9.43	—	—	—	—	—	—

Tabla 5.2. Tabla análoga a la Tabla 5.1, pero para el caso de la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar

r_p^{min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
10	~ 0.5	$\gg 10$	17.73	8.73	19.81 (14.86)	5.16 (4.28)	13.61 (11.80)	10.26 (8.24)
50	15.47	8.89	13.42	10.44	~ 1	$\gg 10$	~ 0.5	$\gg 10$

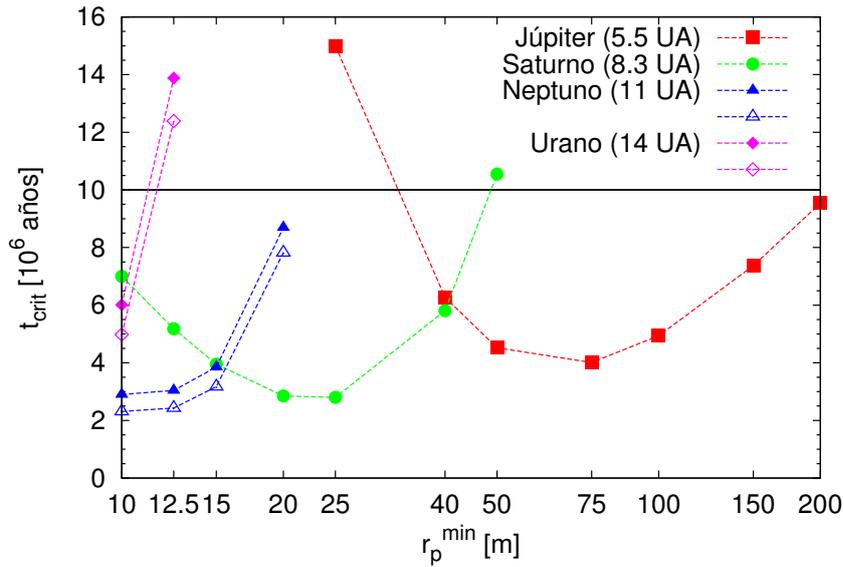


Figura 5.1. Tiempo al cual los planetas alcanzan la masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta para un disco con densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-2}$. Podemos ver que cada planeta tienen un intervalo independiente de r_p^{\min} para el cual alcanza su formación en menos de 10^7 años. Los triángulos y rombos vacíos, corresponden a los tiempos a los cuales Neptuno y Urano alcanzaron sus masas actuales, respectivamente.

del planeta (masa del núcleo más masa de elementos pesados en la envoltura). Como vimos anteriormente, los modelos teóricos predicen que Júpiter tiene un núcleo entre $0 - 12 M_{\oplus}$ (Guillot, 2005), o entre $14 - 18 M_{\oplus}$ (Militzer *et al.*, 2008), dependiendo de las ecuaciones de estado adoptadas. Para Saturno, Guillot (2005) estima un núcleo entre 9 y $22 M_{\oplus}$. No obstante, los modelos predicen un total de entre 10 y $40 M_{\oplus}$ y $20 - 30 M_{\oplus}$ de masa total de elementos pesados para Júpiter y Saturno, respectivamente (Guillot, 2005, Guillot y Gautier, 2009). Por el otro lado, Urano y Neptuno están formados principalmente por rocas e hielo. Los modelos de interiores planetarios de Podolak *et al.* (2000) ponen cotas superiores para la cantidad de H/He para Urano y Neptuno. Estos autores estiman un máximo de $4.2 M_{\oplus}$ y $3.2 M_{\oplus}$ para la masa de la envoltura de Urano y Neptuno, respectivamente. Suponiendo que solo el H estuviese presente en las envolturas, se estiman masas mínimas de $0.5 M_{\oplus}$ para la masa de la envoltura para ambos planetas (Guillot, 2005). Para relacionar nuestros resultados con los valores estimados de las masas de los núcleos y cantidad de elementos pesados para los planetas gigantes del Sistema Solar, comparamos nuestros resultados para la masa de los núcleos contra los siguientes rangos de masa, $25 \pm 15 M_{\oplus}$ para Júpiter, $25 \pm 5 M_{\oplus}$ para Saturno, $15.15 \pm 1.35 M_{\oplus}$ para Neptuno, y $12.15 \pm 1.85 M_{\oplus}$, para Urano.

Podemos ver de la formación de Neptuno y Urano (Tabla 5.1 y Figura 5.2) que si se les permite crecer hasta alcanzar la masa crítica, la masa de los núcleos es mayor a las estimaciones teóricas para los mismos. No obstante, la masa de los núcleos al tiempo que estos planetas alcanzan sus masas actuales están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas.

Para Júpiter y Saturno, encontramos un valor óptimo para r_p^{\min} que minimiza los tiempos de formación y para los cuales la acreción de planetesimales es más efectiva, siendo $r_p^{\min} \sim 70$ m para Júpiter y $20 \text{ m} < r_p^{\min} < 25$ m para Saturno. La existencia de un valor óptimo para r_p^{\min} debe a que las velocidades de migración de los planetesimales son inversamente proporcional al radio de los mismos, es decir, $v_{\text{mig}} \propto 1/r_p$, y que la acreción de planetesimales pequeños es más eficiente, dado que tienen menores velocidades relativas, y el aumento en

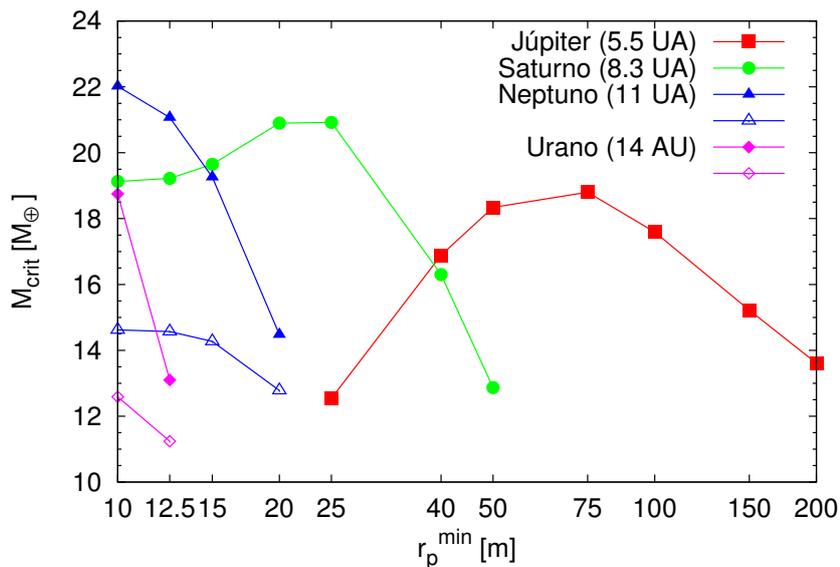


Figura 5.2. Masa crítica en función de r_p^{\min} para la formación aislada de cada planeta para un disco con densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-2}$. Los triángulos y rombos vacíos, corresponden a las masas de los núcleos cuando Neptuno y Urano alcanzaron sus masas actuales, respectivamente.

la sección eficaz de captura debido a la presencia de la envoltura gaseosa del planeta es mayor para los planetesimales pequeños. Por lo tanto, hay una fuerte competencia entre las escalas de tiempo de migración y las escalas temporales de acreción de planetesimales. Dado que en este capítulo se considera una distribución inicial de masa $n(m) \propto m^{-2.5}$, en donde la mayor parte de la masa está depositada en los planetesimales más pequeños de la población, el valor óptimo de r_p^{\min} hay que escogerlo teniendo en cuenta estos dos procesos. Si r_p^{\min} es demasiado pequeño, las velocidades de migración serán altas y las escalas de tiempo de migración serán menores a las de acreción, haciendo poco eficiente la acreción de planetesimales. Por otro lado, si los planetesimales son muy grandes, las escalas de tiempo de acreción se hacen mayores a la vida media estimada para los discos protoplanetarios. Además, los intervalos para r_p^{\min} de cada planeta son distintos dado que las velocidades de migración y las tasas de acreción de planetesimales son funciones de la distancia a la estrella central. Para este perfil, no encontramos una distribución de tamaño común a todos los planetas para la cual la formación aislada de los cuatro planetas ocurra en menos de 10^7 años.

No obstante, dado los resultados previos hallados en el Cap. 4 en donde mostramos que la formación simultánea de dos planetas puede ser muy diferente al caso de la formación aislada de ambos planetas, calculamos la formación simultánea de los cuatro planetas para algunos valores de r_p^{\min} . Los resultados para la formación simultánea están plasmados en la Tabla 5.2. Escogiendo $r_p^{\min} = 50$ m, para la distribución de tamaños de la población de planetesimales, encontramos que los tiempos de formación para Júpiter y Saturno son de $\sim 9 \times 10^6$ años y $\sim 10.5 \times 10^6$ años, respectivamente. Sin embargo, luego de 10^7 años, los núcleos de Neptuno y Urano alcanzan masas de solo $\sim 1 M_{\oplus}$ y $\sim 0.5 M_{\oplus}$, respectivamente, con una envoltura gaseosa despreciable. Notamos que la presencia de Saturno retrasa la formación de Júpiter en un factor dos comparado con su formación aislada. En la Figura 5.3, mostramos que la presencia de Saturno disminuye la tasa de acreción de planetesimales de Júpiter (comparada al caso de la formación aislada de Júpiter) cuando la formación de ambos planetas ocurre simultáneamente. Saturno acreta planetesimales, que si no estuviese presente, llegarían a la

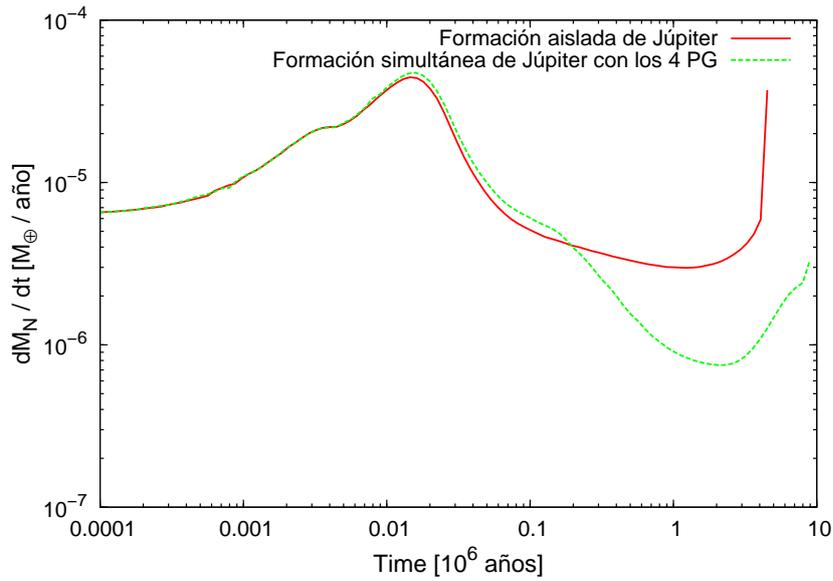
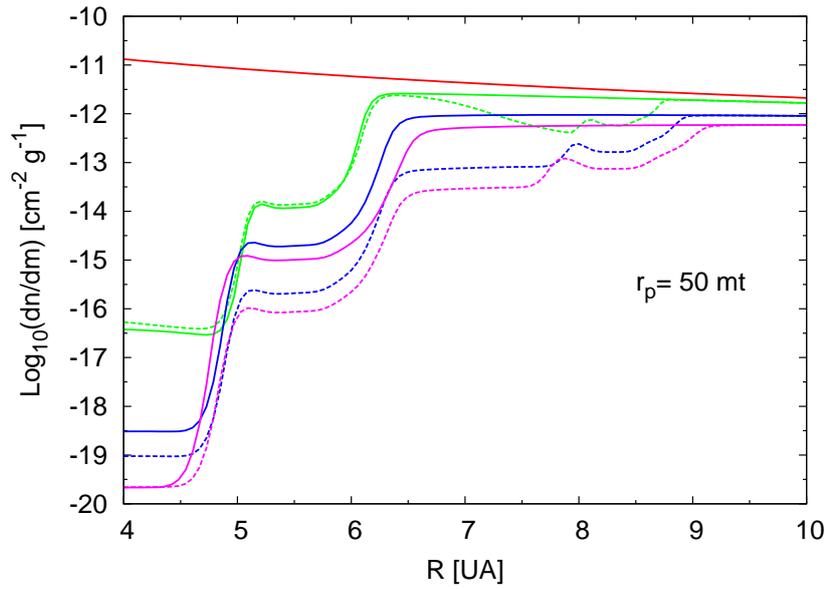


Figura 5.3. Tasa de acreción de planetesimales en función del tiempo para la formación aislada y simultánea de Júpiter para el caso de un perfil para el disco $\Sigma \propto R^{-2}$, para el caso $r_p^{\min} = 50$ m. Vemos como la presencia de Saturno reduce la tasa de acreción de planetesimales de Júpiter.

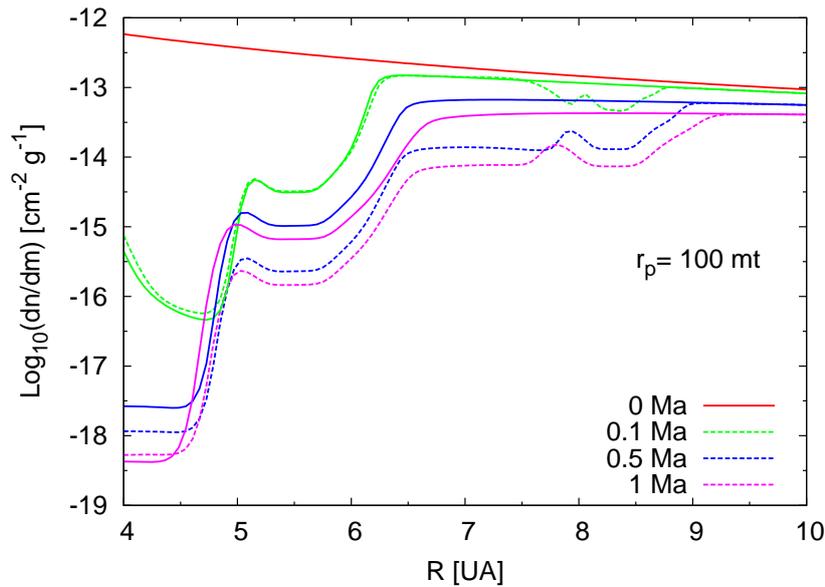
zona de alimentación de Júpiter, es decir, para este perfil la presencia de Saturno actúa como un sumidero de material, disminuyendo la cantidad de material en la vecindad de Júpiter (Figura 5.4)

Cuando consideramos una distribución de tamaño para los planetesimales entre $r_p^{\min} = 10$ m y 100 km, Neptuno es el primer planeta en alcanzar su masa crítica, seguido de Saturno y posteriormente Urano, mientras Júpiter no alcanza su masa crítica en menos de 10^7 años (su núcleo apenas alcanza una masa de $0.5 M_\oplus$ luego de más de 10^7 años de evolución). No obstante, en el caso de la formación simultánea los tiempos de formación para los planetas son mayores comparados con las formaciones aisladas de los mismos. Consideramos este caso poco verosímil, dado que Júpiter no puede formarse y Neptuno alcanza su masa crítica antes que Saturno, lo que implica que Neptuno debería ser un gigante gaseoso. Es ampliamente aceptado que Urano y Neptuno no alcanzaron la etapa de crecimiento en fuga para sus respectivas envolturas. En este trabajo, nosotros no limitamos el crecimiento de Urano y Neptuno cuando alcanzan sus masas actuales, y les permitimos seguir creciendo si aun disponen de material para hacerlo, dado que nos interesa calcular las perturbaciones que estos planetas generan en el disco de planetesimales y sus influencias para el caso de la formación simultánea de los cuatro planetas. Es importante remarcar que este capítulo no tiene intenciones de explicar las masas finales de los planetas gigantes del Sistema Solar, por esta razón calculamos la formación de los planetas hasta que los mismos alcanzan la masa crítica.

Por lo tanto, para este perfil necesitaríamos que el radio mínimo, r_p^{\min} , de la distribución de tamaños de los planetesimales disminuyera mientras aumenta la distancia a la estrella central, para poder formar a los cuatro planetas en forma simultánea. Es más, deberíamos calcular la formación simultánea con una distribución inhomogénea de tamaño a lo largo del disco. Sin embargo, en principio, no habría alguna razón física que soporte una disminución de tamaños para los planetesimales a lo largo del disco. Aun más, esto contradice los resultados hallados por Chambers (2010), en donde este autor encuentra que los planetesimales deberían crecer hacia afuera del disco.



(a) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 50 m de radio.



(b) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 100 m de radio.

Figura 5.4. Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del sistema solar. Consideramos una distribución de tamaño entre $r_p^{\min} = 50$ m y 100 km para la población de planetesimales, y un disco con perfiles $\Sigma \propto R^{-2}$ para las densidades superficiales. Las figuras muestran los perfiles para planetesimales de 50 m (Figura 5.4(a)), los más chicos de la distribución, y para planetesimales de 100 m de radio (Figura 5.4(b)) entre 4 y 10 UA. Las líneas continuas corresponden a la formación aislada de Júpiter, mientras que las líneas a trazos corresponden a la formación simultánea de los cuatro planetas. Las líneas azules y violetas a trazos nos indican que Saturno actúa como sumidero de material para la formación de Júpiter a partir de $\sim 0.5 \times 10^6$ años cuando ambos planetas se forman simultáneamente, dado que la presencia de Saturno disminuye la densidad superficial de planetesimales en la vecindad de Júpiter (en comparación a su formación aislada).

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

Tabla 5.3. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar en función de la distribución de tamaño de los planetesimales para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-3/2}$. r_p^{\min} representa el radio mínimo de la distribución de tamaño de la población de planetesimales, M_{crit} denota la masa crítica para el núcleo a partir de la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura (la misma se obtiene cuando la masa de la envoltura gaseosa iguala la masa del núcleo), y t_{crit} es el tiempo al cual se alcanza dicha masa crítica. La cantidades entre paréntesis para Neptuno y Urano corresponden a la masa del núcleo y el tiempo al cual dichos planetas alcanzan sus masas actuales ($\sim 17 M_{\oplus}$ para Neptuno y $\sim 14.5 M_{\oplus}$ para Urano). Para las simulaciones cuyos tiempos exceden los 10^7 años no se muestran los resultados.

r_p^{\min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
10	—	—	23.49	4.14	28.28 (15.30)	1.10 (0.75)	32.20 (13.67)	0.61 (0.35)
20	19.88	9.85	26.93	1.33	30.33 (15.58)	0.87 (0.61)	26.15 (13.37)	1.91 (1.45)
35	20.92	4.58	28.38	1.22	24.02 (15.05)	2.52 (2.08)	17.57 (12.45)	7.62 (6.50)
40	21.65	3.76	27.53	1.44	22.33 (14.85)	3.28 (2.77)	15.19 (11.90)	10.92 (9.56)
80	23.67	2.61	21.08	3.90	13.11 (12.3)	13.20 (12.6)	—	—
160	21.03	3.70	14.59	10.73	—	—	—	—
400	15.98	7.81	—	—	—	—	—	—

5.4. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar para un disco con perfiles más suaves

5.4.1. $\Sigma \propto R^{-3/2}$

Repetiremos los cálculos mostrados en la sección anterior para un perfil de densidad superficial estándar $\Sigma \propto R^{-3/2}$. Primero calculamos la formación aislada en busca de un valor de r_p^{\min} que permita la formación simultánea de los cuatro planetas.

Imponiendo nuevamente el valor de 11 g/cm^2 para la densidad superficial de planetesimales en la posición de Júpiter, las densidades superficiales de planetesimales y gas quedan definidas por,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 35.5 + (142 - 35.5) \left[\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{R - 2.7}{0.5}\right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2}, \quad (5.7)$$

$$\Sigma_g(R) = 9281 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2}. \quad (5.8)$$

La masa inicial del disco es de $\sim 0.063 M_{\odot}$.

Los resultados obtenidos para la formación aislada de los planetas están resumidos en la Tabla 5.3. Estos resultados son cualitativamente similares a los obtenidos para el perfil $\Sigma \propto R^{-2}$. Sin embargo, en este caso hay algunos valores para r_p^{\min} (entre 20 m y 40 m) para

Tabla 5.4. Tabla análoga a la Tabla 5.3, pero para el caso de la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar. (*) Para este caso los modelos numéricos para Urano no convergen (Urano no llegó a alcanzar su masa crítica). Al cabo de 1.6×10^6 años el núcleo de Urano alcanza una masa de $27.83 M_{\oplus}$ y su envoltura alcanza una masa de $8.75 M_{\oplus}$.

r_p^{\min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
20	35.74	0.99	38.30	0.55	33.65 (16.20)	0.60 (0.42)	27.83 * (13.92)	1.6 * (1.1)
35	31.89	2.25	29.12	1.83	23.43 (15.52)	3.88 (3.01)	16.74 (12.69)	8.68 (6.80)
40	30.08	2.96	27.28	2.55	20.72 (15.12)	5.27 (4.19)	14.70 (12.18)	12.23 (10.02)

los cuales la formación aislada de cada planeta ocurre en menos de 10^7 años (Figura 5.5). Para la formación aislada de cada planeta Júpiter alcanza su masa crítica en menos de 10^7 años para valores de r_p^{\min} entre ~ 20 m y ~ 400 m, Saturno para 10 m $\lesssim r_p^{\min} \lesssim 160$ m, Neptuno para 10 m $\lesssim r_p^{\min} \lesssim 80$ m, y finalmente Urano para valores de r_p^{\min} entre ~ 10 m y ~ 40 m. De acuerdo a estos resultados, habría un mismo valor para r_p^{\min} que favorecería la formación simultánea de los planetas en el intervalo [20 m, 40 m]. No obstante, notemos que, en el caso de la formación aislada de cada planeta, para $r_p^{\min} = 20$ m el primer planeta en alcanzar la masa crítica es Neptuno, seguido por Saturno, Urano y finalmente Júpiter, mientras que para $r_p^{\min} = 35$ m, y $r_p^{\min} = 40$ m, el primer planeta en alcanzar la masa crítica es Saturno, seguido por Neptuno, Júpiter y Urano (Tabla 5.3 y Figura 5.5).

A partir de estos resultados, calculamos la formación simultánea de los cuatro planetas para $r_p^{\min} = 20, 35, 40$ m. Los resultados están resumidos en la Tabla 5.4 y Figura 5.8. Vemos que para $r_p^{\min} = 20$ m la formación del sistema cambia drásticamente. La formación rápida de los planetas externos, especialmente la de Saturno, favorecen notablemente la formación de Júpiter. Este resultado es similar a los hallados en el Cap. 4, cuando Saturno se forma antes que Júpiter. Nuevamente, la formación de los planetas externos induce una *onda* en la densidad superficial de planetesimales, que es la responsable de acortar los tiempos de formación para Júpiter y Saturno (Figuras 5.6 y 5.7).

Para $r_p^{\min} = 35$ m y $r_p^{\min} = 40$ m, la formación simultánea cambia cuantitativamente respecto a la formación aislada de los cuatro planetas. Si bien la formación de Saturno se retrasa en comparación con su formación aislada, sigue siendo el primer planeta en formarse. La formación rápida de Saturno, reduce notablemente el tiempo de formación de Júpiter. Como mostramos en las Figuras 5.6 y 5.7, la presencia de Saturno aumenta la densidad superficial de planetesimales en la vecindad de Júpiter. Luego de 0.5×10^6 años, la densidad de planetesimales pequeños se incrementa ($r_p \lesssim 100$ m, Figura 5.6). Para planetesimales mayores (Figura 5.7), la forma de la onda de densidad es más evidente, y en algunos casos el valor de la densidad de planetesimales es mayor que el valor inicial. En estas dos simulaciones, tanto para Júpiter como para Saturno, las masas de los núcleos cuando alcanzan la masa crítica, y los tiempos a lo que esto ocurre, están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales (Figura 5.8). Es más, los tiempos a los cuales Júpiter y Saturno alcanzan sus masas críticas son muy similares. Neptuno y Urano tienen núcleos mayores a sus estimaciones actuales cuando alcanzan la masa crítica. Sin embargo, cuando los mismos alcanzan sus masas actuales, las masas de sus núcleos están en perfecto acuerdo con las estimaciones actuales. Remarcamos el hecho importante que los planetas gigantes gaseosos se forman antes que los

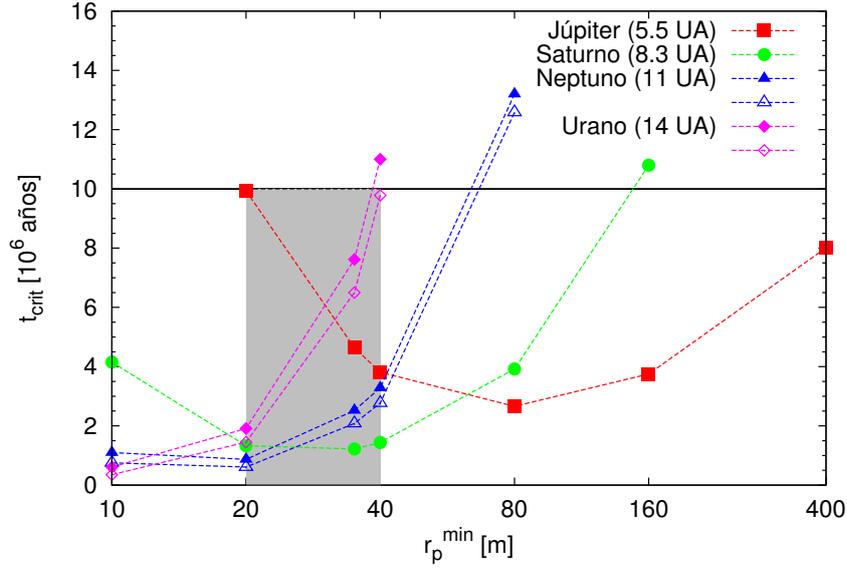


Figura 5.5. Figura análoga a la Figura 5.1, pero para un disco con perfiles de densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-3/2}$. La zona gris corresponde al intervalo de r_p^{\min} para el cual la formación aislada de cada planeta ocurre en menos de 10^7 años.

gigantes helados.

5.4.2. $\Sigma \propto R^{-1}$

Repetiremos los mismo cálculos para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-1}$. El disco está definido por,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 15.125 + (60.5 - 15.125) \left[\frac{1}{2} \tanh \left(\frac{R - 2.7}{0.5} \right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1} \text{ g/cm}^2, \quad (5.9)$$

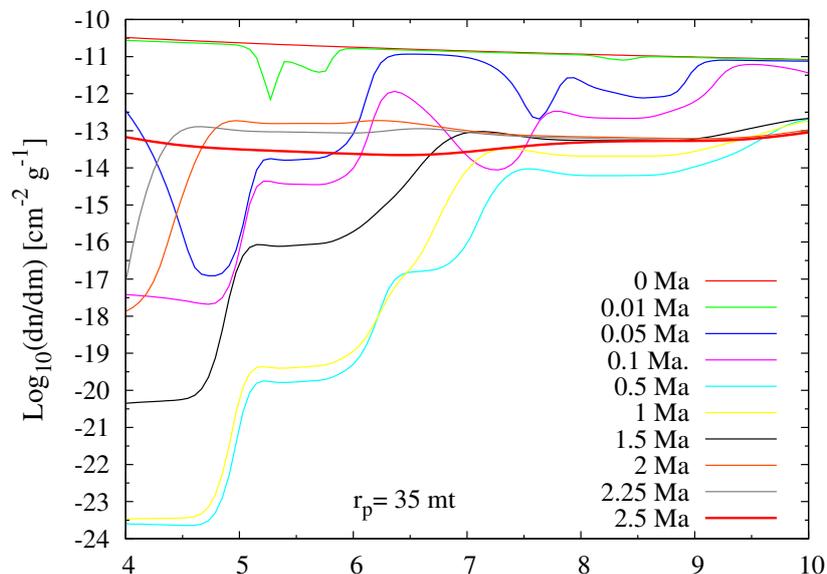
$$\Sigma_g(R) = 3954.25 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1} \text{ g/cm}^2, \quad (5.10)$$

para el cual la masa del disco es $\sim 0.082 M_\odot$.

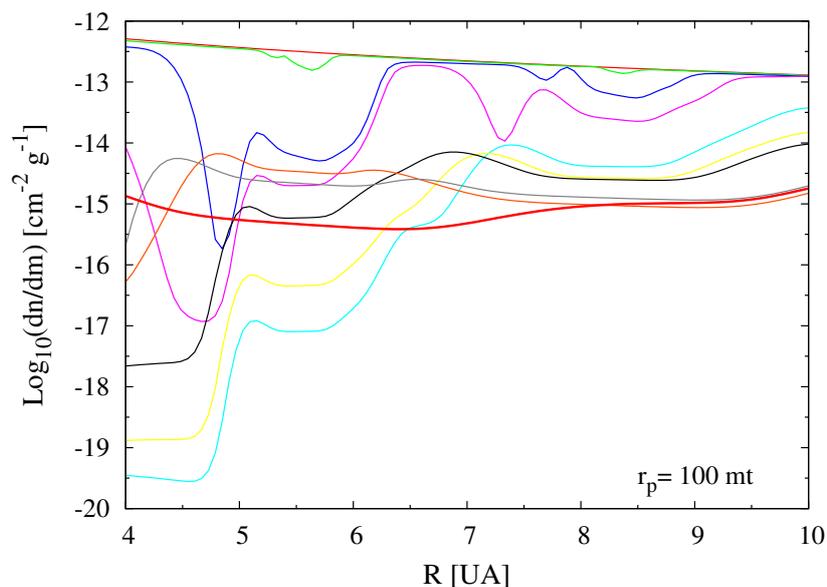
En la Tabla 5.5 y la Figura 5.9, mostramos los resultados correspondientes a la formación aislada de cada planeta. Júpiter alcanza su masa crítica en menos de 10^7 años para valores de r_p^{\min} menores a 800 m, Saturno para valores de r_p^{\min} menores a 400 m, mientras que Neptuno y Urano alcanzan sus masas críticas en menos de 10^7 años para valores de $r_p^{\min} \lesssim 200$ m. De acuerdo a estos resultados, la formación aislada de los cuatro planetas ocurre en menos de 10^7 años para el intervalo $r_p^{\min} = [10 \text{ m}, 200 \text{ m}]$.

Entonces, calculamos la formación simultánea para los cuatro planetas utilizando una distribución de tamaño para los planetesimales entre r_p^{\min} y 100 km, y tomamos diferentes valores discretos para r_p^{\min} entre 10 m y 200 m.

Los resultados para la formación simultánea están resumidos en la Tabla 5.6 y la Figura 5.10. La rápida formación de los planetas más externos aumenta significativamente las tasas de acreción de planetesimales de Júpiter y Saturno para los casos en que r_p^{\min} adopta los valores de 10 m y 50 m. Las tasas de acreción de planetesimales se vuelven tan altas ($10^{-3} M_\oplus/\text{año} - 10^{-2} M_\oplus/\text{año}$) que los modelos correspondientes a Júpiter y Saturno no convergen. No obstante, remarcamos el hecho de que cuando los modelos dejan de converger, las masas de los núcleos correspondientes a Júpiter y Saturno son mayores a las estimaciones



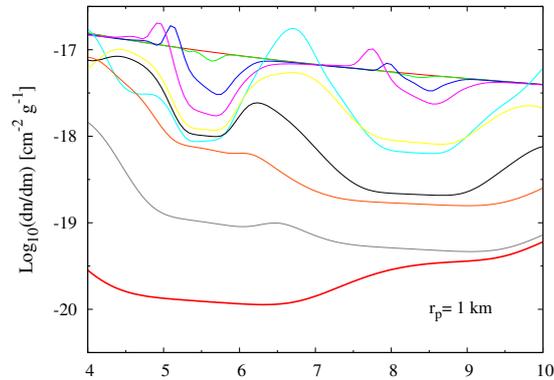
(a) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 35 m de radio.



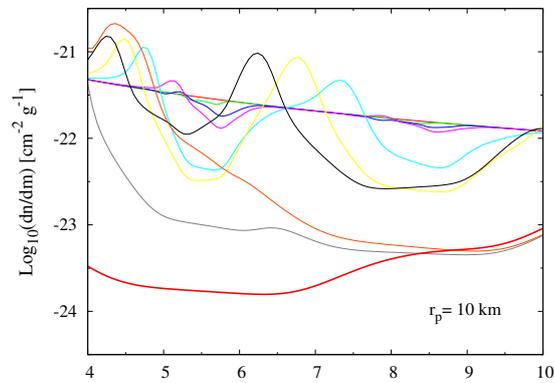
(b) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 100 m de radio.

Figura 5.6. Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar. Consideramos una distribución de tamaño entre $r_p^{\min} = 35$ m y 100 km para la población de planetesimales, y un disco con perfiles $\Sigma \propto R^{-3/2}$ para las densidades superficiales. Las figuras muestran los perfiles para planetesimales de 35 m (Figura 5.6(a)), los más chicos de la distribución, y para planetesimales de 100 m de radio (Figura 5.6(b)) entre 4 y 10 UA. Vemos como después de $\sim 0.5 \times 10^6$ años aumenta la densidad de planetesimales en la vecindad de Júpiter.

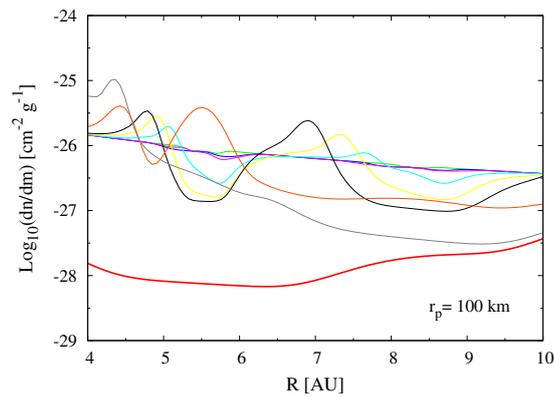
5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza



(a) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 1 km de radio.

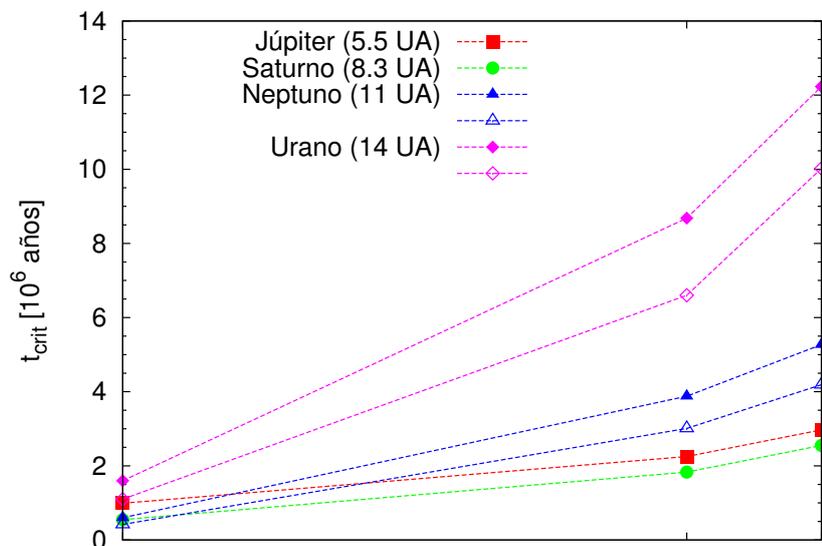


(b) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 10 km de radio.

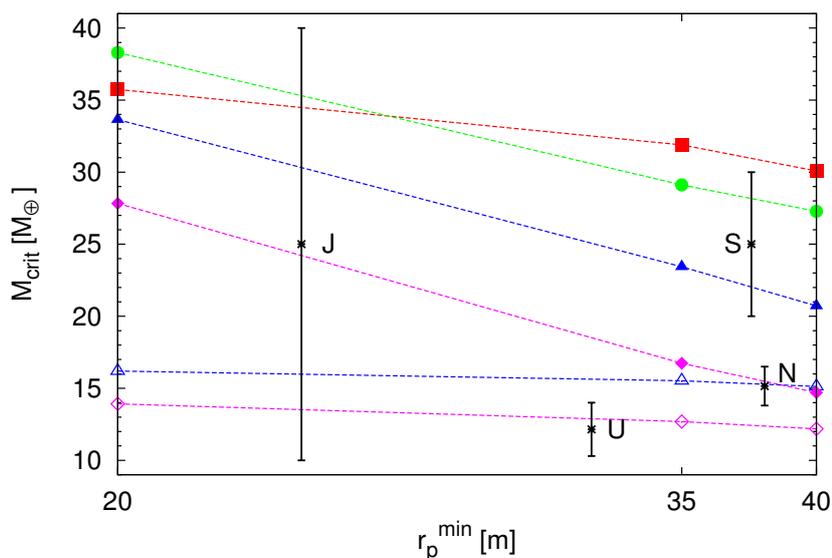


(c) Evolución temporal de los perfiles de densidad superficial para planetesimales de 100 km de radio.

Figura 5.7. Figura análoga a la Figura 5.6, pero para planetesimales de 1 km de radio (5.7(a)), de 10 km de radio (5.7(b)) y de 100 km de radio (5.7(c)). La onda de densidad de planetesimales incrementa los valores de la densidad superficial de los mismos, y en algunos casos dichos valores se vuelven mayores a los iniciales.



(a) Tiempo al cual se alcanza la masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.



(b) Masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.

Figura 5.8. Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales para la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar, para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-3/2}$. Para Júpiter y Saturno, y para los casos con $r_p^{\text{min}} = 35$ m y 40 m, las masas de los núcleos y los tiempos de formación están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales. Por otro lado, Neptuno y Urano tienen núcleos mayores a sus estimaciones actuales cuando alcanzan la masa crítica. Sin embargo, cuando los mismos alcanzan sus masas actuales, las masas de sus núcleos están en perfecto acuerdo con las estimaciones actuales.

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

Tabla 5.5. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar en función de la distribución de tamaño de los planetesimales para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-1}$. r_p^{\min} representa el radio mínimo de la distribución de tamaño de la población de planetesimales, M_{crit} denota la masa crítica para el núcleo a partir de la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura (la misma se obtiene cuando la masa de la envoltura gaseosa iguala la masa del núcleo), y t_{crit} es el tiempo al cual se alcanza dicha masa crítica. La cantidades entre paréntesis para Neptuno y Urano corresponden a la masa del núcleo y el tiempo al cual dichos planetas alcanzan sus masas actuales ($\sim 17 M_{\oplus}$ para Neptuno y $\sim 14.5 M_{\oplus}$ para Urano). Para las simulaciones cuyos tiempos exceden los 10^7 años no se muestran los resultados.

r_p^{\min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
10	24.66	10.49	25.38	3.00	30.71 (15.48)	0.59 (0.20)	42.56 (14.20)	0.09 (0.05)
50	26.32	2.31	34.41	0.68	32.81 (15.75)	0.85 (0.63)	30.64 (13.61)	1.19 (0.90)
100	27.46	2.18	28.39	1.84	26.20 (15.31)	2.55 (2.19)	23.55 (13.17)	3.80 (3.21)
150	25.99	2.47	25.16	2.82	22.51 (14.87)	4.36 (3.85)	19.52 (12.72)	7.09 (6.16)
200	25.00	2.82	22.94	3.85	19.85 (14.40)	6.45 (5.81)	16.48 (12.20)	11.49 (10.25)
400	21.06	4.61	17.28	9.11	—	—	—	—
800	16.16	9.78	—	—	—	—	—	—

actuales del total de elementos pesados para cada planeta ($\sim 40 M_{\oplus}$ para Júpiter y $\sim 30 M_{\oplus}$ para Saturno).

Por otro lado, para los casos en que r_p^{\min} adopta los valores de 100 m, 150 m y 200 m, los resultados de la formación simultánea de los cuatro planetas son similares a los correspondiente de la formación aislada de cada planeta (Tabla 5.5). Remarcamos que para estos casos nuestros resultados acerca de la masas de los núcleos al momento en que se alcanzan las masas críticas para Júpiter y Saturno, y los tiempos a los cuales se alcanzan los mismos, están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales (Figura 5.10). Nuevamente, las masas de los núcleos de Neptuno y Urano cuando alcanzan sus respectivas masas críticas son mayores a las estimaciones actuales. No obstante, cuando ambos planetas alcanzan sus masas actuales, las masas de sus núcleos si están en buen acuerdo con dichas estimaciones. Remarcamos nuevamente que los tiempos de formación de los gigantes gaseosos son menores que los correspondientes a los gigantes helados, y que los tiempos a los cuales Júpiter y Saturno alcanzan sus masas críticas son muy similares.

Tabla 5.6. Tabla análoga a la Tabla 5.5, pero para el caso de la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar.

r_p^{\min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
100	32.03	2.14	28.53	1.98	26.97 (15.61)	2.81 (2.27)	24.25 (13.50)	4.18 (3.13)
150	28.87	2.73	23.85	2.80	22.01 (15.23)	4.97 (4.11)	19.08 (12.90)	7.15 (5.90)
200	26.54	2.96	19.17	3.82	18.83 (14.65)	7.68 (6.43)	16.15 (12.40)	11.26 (9.55)

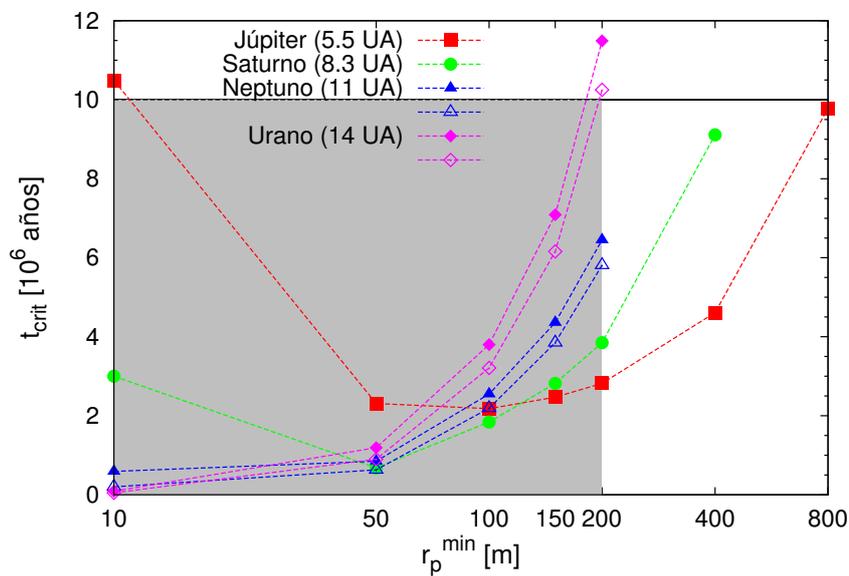
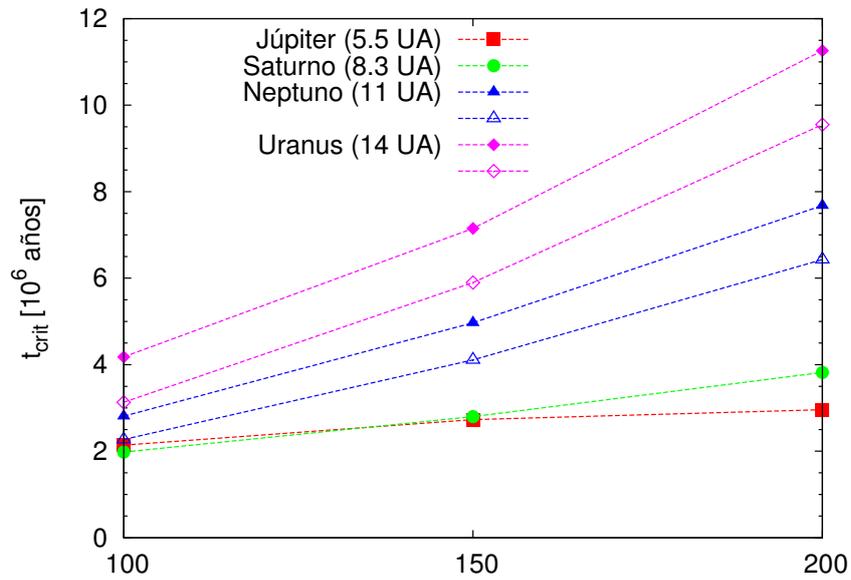
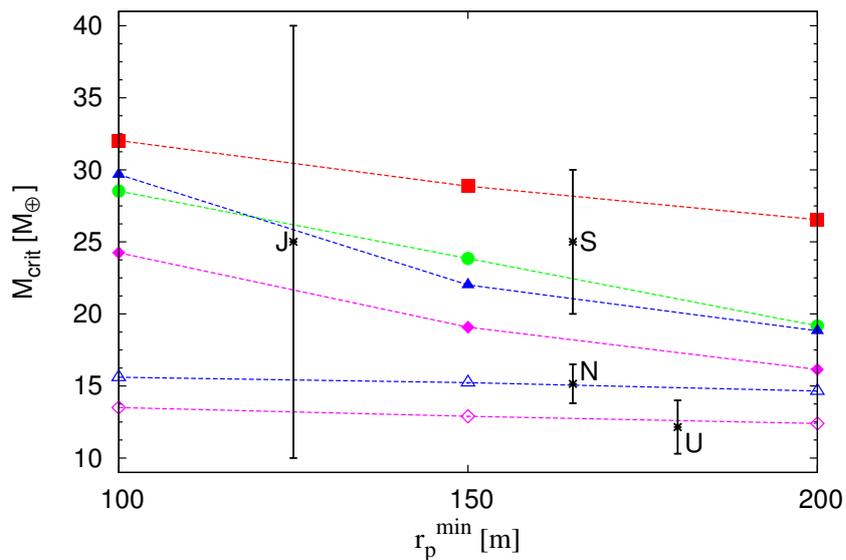


Figura 5.9. Figura análoga a la Figura 5.1, pero para un disco con perfiles de densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-1}$. La zona gris corresponde al intervalo de r_p^{\min} para el cual la formación aislada de cada planeta ocurre en menos de 10^7 años.



(a) Tiempo al cual se alcanza la masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.



(b) Masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.

Figura 5.10. Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales para la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar, para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-1}$. Para Júpiter y Saturno, las masas de los núcleos y los tiempos de formación están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales para todos los casos. Por otro lado, Neptuno y Urano tienen núcleos mayores a sus estimaciones actuales cuando alcanzan la masa crítica. Sin embargo, cuando los mismos alcanzan sus masas actuales, las masas de sus núcleos están en perfecto acuerdo con las estimaciones actuales para r_p^{\min} entre 100 m y 200 m.

5.4.3. $\Sigma \propto R^{-1/2}$

Finalmente, repetimos los cálculos empleando un disco con perfiles para sus densidades superficiales de la forma,

$$\Sigma_p(R) = \left\{ 6.45 + (25.8 - 6.45) \left[\frac{1}{2} \tanh \left(\frac{R - 2.7}{0.5} \right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ g/cm}^2, \quad (5.11)$$

$$\Sigma_g(R) = 1686.25 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ g/cm}^2. \quad (5.12)$$

En este caso, la masa inicial del disco es de $\sim 0.13 M_\odot$.

En la Tabla 5.7, mostramos los resultados respecto a la formación aislada de cada planeta. Vemos que cada planeta alcanza su masa crítica en menos de 10^7 años para valores de $r_p^{\min} \lesssim 1$ km (Figura 5.11). Sin embargo, hay casos en donde las masas de los núcleos supera las estimaciones para la masa total de elementos pesados de los planetas.

Los resultados para la formación simultánea de los cuatro planetas están resumidos en la Tabla 5.8. Para valores de r_p^{\min} entre 10 m y 100 m, la rápida formación de Neptuno y Urano, incrementan significativamente las tasas de acreción de planetesimales de Júpiter y Saturno. Estas tasas se vuelven tan altas ($10^{-3} M_\oplus/\text{año} - 10^{-2} M_\oplus/\text{año}$) que los modelos de dichos planetas no convergen. Nuevamente las masas de los núcleos, para ambos planetas, resultan mayores a las estimaciones del total de elementos pesados en sus interiores. Para $r_p^{\min} = 500$ m y $r_p^{\min} = 1$ km, la presencia de Urano reduce los tiempos de formación para Neptuno en un factor ~ 2 , pero incrementa notablemente la masa de su núcleo. Mientras que los tiempos a los cuales Júpiter y Saturno alcanzan sus respectivas masas críticas están en buen acuerdo con las estimaciones actuales, los núcleos finales de Júpiter y Saturno son mayores a las estimaciones actuales del total de elementos pesados en sus interiores (Figura 5.12). Sin embargo, el hecho de que los tiempos de formación son muy similares en ambos casos es un resultado interesante, dado que si la componente gaseosa del disco se disipa en una escala de tiempo similar, ésta podría ser un mecanismo para explicar las masas finales de los planetas gigantes del Sistema Solar. Nuevamente los gigantes gaseosos se forman antes que los gigantes helados.

5.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo estudiamos la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar bajo la hipótesis de formación *in situ* y bajo el modelo de acreción del núcleo (o modelo de inestabilidad nucleada), de acuerdo a las condiciones postuladas por el modelo de Niza. En este capítulo pudimos definir ciertos parámetros que caracterizan al disco protoplanetario (los perfiles iniciales de densidad superficial de gas y planetesimales y la distribución de tamaños de la población de planetesimales) que favorecen la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar, y para los cuales los tiempos de formación y las masas finales de los núcleos están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales actuales.

Consideramos que las densidades superficiales iniciales están caracterizadas por una ley de potencia, $\Sigma \propto R^{-p}$, donde p es un parámetro libre del modelo que estudiamos. Consideramos que la distribución inicial de masa de la población de planetesimales es de la forma $n(m) \propto m^{-5/2}$, lo que implica que inicialmente la mayor parte de la masa sólida esta depositada en los planetesimales más pequeños de la población. Además, discretizamos el continuo de la distribución de tamaño de la población de planetesimales entre r_p^{\min} y 100 km, siendo r_p^{\min} un parámetro libre del modelo, el cual también estudiamos. Remarcamos que, aunque

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza

Tabla 5.7. Formación aislada de los planetas gigantes del Sistema Solar, en función de la distribución de tamaño para los planetesimales para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-1/2}$. r_p^{min} representa el radio mínimo de la distribución de tamaño de la población de planetesimales, M_{crit} denota la masa crítica para el núcleo a partir de la cual comienza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura (la misma se obtiene cuando la masa de la envoltura gaseosa iguala la masa del núcleo), y t_{crit} es el tiempo al cual se alcanza dicha masa crítica. La cantidades entre paréntesis para Neptuno y Urano corresponden a la masa del núcleo y el tiempo al cual dichos planetas alcanzan sus masas actuales ($\sim 17 M_{\oplus}$ para Neptuno y $\sim 14.5 M_{\oplus}$ para Urano).

r_p^{min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
10	25.27	7.62	26.00	2.33	34.55 (16.50)	0.09 (0.03)	59.85 (14.30)	0.03 (0.02)
50	28.65	2.14	42.00	0.10	54.15 (16.52)	0.06 (0.04)	55.50 (14.20)	0.06 (0.04)
100	31.31	2.02	35.00	0.77	36.73 (15.99)	0.44 (0.30)	38.21 (13.95)	0.30 (0.17)
500	23.86	4.19	23.65	4.42	23.32 (14.95)	4.53 (4.03)	23.38 (13.14)	4.00 (3.37)
1000	18.64	8.73	17.88	10.14	17.57 (13.81)	10.65 (9.86)	17.83 (12.42)	9.72 (8.60)

Tabla 5.8. Tabla análoga a la Tabla 5.7, pero para el caso de la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar.

r_p^{min} [m]	Júpiter		Saturno		Neptuno		Urano	
	M_{crit} [M_{\oplus}]	t_{crit} [10^6 a]						
500	53.37	2.42	35.54	2.37	22.62 (15.67)	2.92 (2.29)	23.20 (13.04)	4.50 (3.78)
1000	47.90	4.80	31.05	4.73	16.85 (13.87)	6.07 (5.06)	16.21 (12.24)	11.50 (10.09)

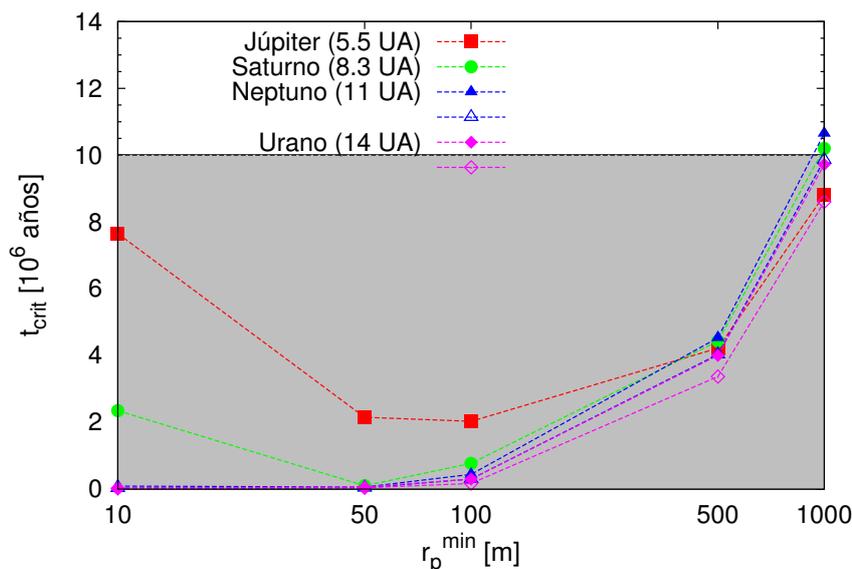
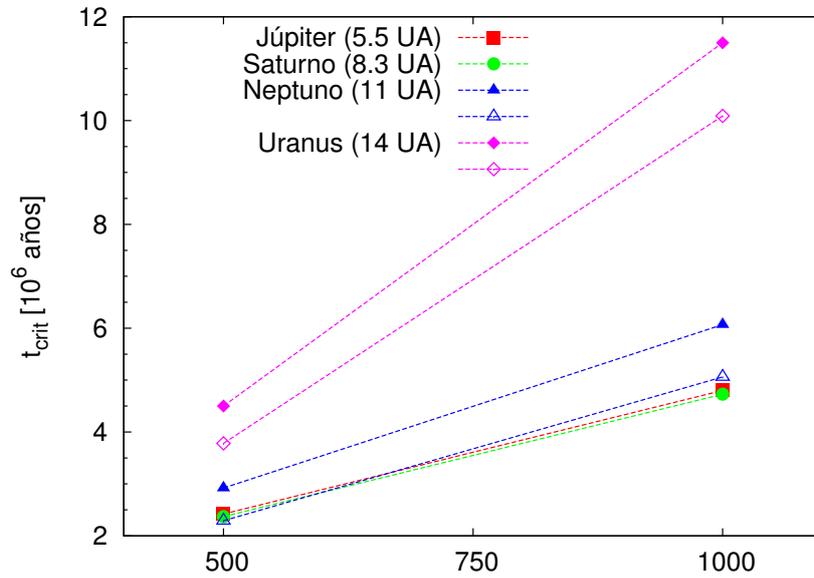


Figura 5.11. Figura análoga a la Figura 5.1, pero para un disco con perfiles de densidades superficiales $\Sigma \propto R^{-1/2}$. La zona gris corresponde al intervalo de r_p^{\min} para el cual la formación aislada de cada planeta ocurre en menos de 10^7 años.

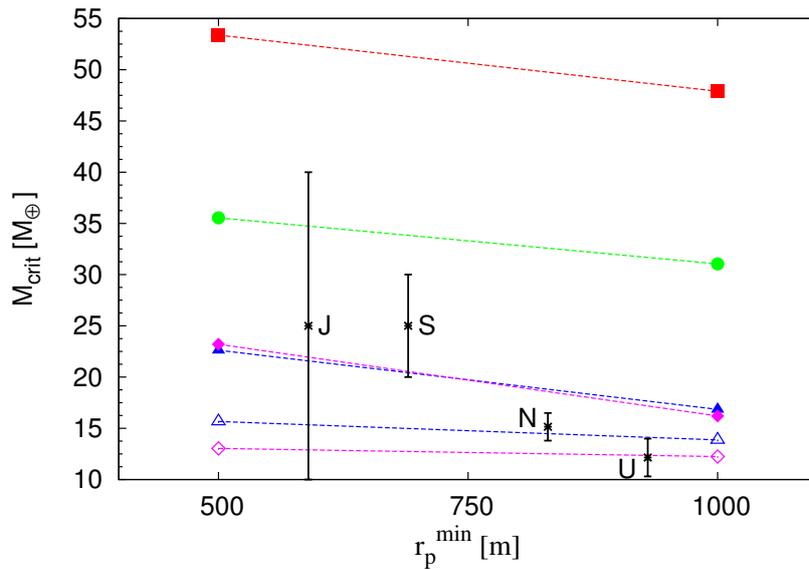
en nuestro modelo la evolución de la población de planetesimales se debe a la migración orbital de los mismos y a la acreción de los mismos por parte de los planetas, no consideramos la evolución colisional de la población de planetesimales. Inaba *et al.* (2003) encontró que grandes cantidades de masa pueden perderse por la migración de pequeños fragmentos, productos de las colisiones entre planetesimales. Los resultados de Inaba *et al.* (2003) indican que la fragmentación de planetesimales podría jugar un rol importante en el proceso de formación planetaria. Aunque es difícil prever el impacto de la fragmentación de planetesimales en nuestro modelo, remarcamos algunas diferencias importantes respecto al trabajo de Inaba *et al.* (2003). En este trabajo, los autores comienzan con una población homogénea de planetesimales de 10 km de radio. Por lo tanto, planetesimales menores a este radio aparecen en el disco por la fragmentación de los planetesimales más grandes de la población. Es más, en su modelo Inaba *et al.* (2003), consideran que los fragmentos se distribuyen con una distribución de masa de la forma $n(m) \propto m^{-11/6}$, es decir, que la mayor parte de la masa es depositada en los fragmentos más grandes. Por otro lado, nuestros modelos comienzan siempre en la etapa de crecimiento oligárquico, en donde consideramos un embrión con la masa algo menor a la de la Luna embebido en un enjambre de planetesimales, que son la consecuencia de la transición del régimen de crecimiento en fuga para los mismos al crecimiento oligárquico. Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b), encontró que empezando con una distribución homogénea de planetesimales de radio r_0 , la transición entre el crecimiento en fuga de los planetesimales y el crecimiento oligárquico esta caracterizada por una distribución de masa $n(m) \propto m^{-5/2}$ para una población de planetesimales entre r_0 y un radio de transición característico. Por ende, nuestro modelo inicial es consistente con los resultados de Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b), para $r_0 \lesssim 1$ km.

Empezamos estudiando un perfil similar al derivado por Desch (2007), $\Sigma \propto R^{-2}$. Primero calculamos la formación aislada de cada planeta buscando un mismo r_p^{\min} que permita la formación de los cuatro planetas en menos de 10^7 años, para calcular la formación simultánea con esta distribución de tamaño. No obstante, no encontramos un valor o un intervalo para r_p^{\min} en donde esto ocurre. Igualmente, calculamos la formación simultánea para dos casos,

5. Formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza



(a) Tiempo al cual se alcanza la masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.



(b) Masa crítica en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales.

Figura 5.12. Masa crítica, y tiempo al cual se alcanza la misma, en función del radio mínimo de la distribución de tamaños de la población de planetesimales para la formación simultánea de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar, para un disco con perfiles de densidad superficial $\Sigma \propto R^{-1/2}$. Si bien para Júpiter y Saturno, los tiempos de formación están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales de la vida media de los discos protoplanetarios, las masas de los núcleos son mayores a las estimaciones para el total de elementos pesados para ambos planetas.

$r_p^{\min} = 10$ m y $r_p^{\min} = 50$ m (ver Tabla 5.2), y confirmamos que de acuerdo a nuestro modelo un disco con perfiles de densidad tan empinados como el derivado por Desch (2007) no favorece la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar.

Luego procedimos a estudiar discos con perfiles de densidad más suaves. Estudiamos tres casos en particular, $p = 1.5, 1, 0.5$, basados en los datos observacionales de Andrews *et al.* (2009, 2010). Para estos perfiles, encontramos valores de r_p^{\min} en donde la formación aislada de los cuatro planetas ocurre en menos de 10^7 años (Figuras 5.5, 5.9 y 5.11). Entonces, para estos valores de r_p^{\min} calculamos la formación simultánea de los cuatro planetas. Para estos perfiles, logramos formar simultáneamente a los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar en tiempos con buen acuerdo a las estimaciones de la vida media de los discos protoplanetarios, pero solo si la mayor parte de la masa sólida del disco está depositada en planetesimales de unas decenas de metros a cientos de metros de radio, pero no mayores a esto. De nuestros resultados, es claro que mientras más suave es el perfil, más eficiente es el proceso de formación planetaria, y los planetas pueden formarse para r_p^{\min} mayores. Además, mientras más suave es el perfil, la densidad superficial de planetesimales para los planetas externos a Júpiter es mayor. Finalmente, si $p < 1$ el flujo de planetesimales que entra en la zona de alimentación de los planetas es mayor que el flujo de planetesimales que abandona dichas zonas de alimentación, lo cual también favorece la acreción.

Por otro lado, el perfil del disco derivado por Desch (2007) es compatible con un disco de decreción (sería lo opuesto a un disco de acreción). Este tipo de discos permanecen cuasi-estacionarios por varios millones de años. Crida (2009), demostró que en un disco de estas características los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar no son capaces de sobrevivir. Particularmente, Júpiter se convertiría en un *Júpiter caliente* debido a la migración orbital del mismo en su etapa de gigante. Morbidelli y Crida (2007) y Crida (2009), mostraron que Júpiter y Saturno pudieron haber evitado sus migraciones orbitales en un disco menos masivo, con una masa similar a la nebulosa solar de masa mínima derivada por Hayashi (1981), de unas $\sim 0.01 M_{\odot}$. Mientras que las densidades iniciales de gas en nuestros modelos, son aproximadamente cinco veces mayores a las del modelo de Hayashi (1981) en la posición de Júpiter, estas decrecen con el tiempo debido a la disipación exponencial de la componente gaseosa. Luego, al tiempo de la formación de Júpiter y Saturno las condiciones del disco corresponden a una nebulosa mucho menos masiva, especialmente en aquellos casos en donde los tiempos de formación de Júpiter y Saturno son similares al tiempo característico de disipación de la nebulosa. Esto ayudaría a prevenir la migración tipo II de Júpiter y Saturno en una nebulosa masiva.

En este capítulo encontramos valores para r_p^{\min} para cada perfil analizado (excepto para $p = 2$), para los cuales la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar ocurre en menos de 10^7 años, y las masas finales de los núcleos están en buen acuerdo con las estimaciones teóricas y observacionales actuales. En la mayoría de los casos, los tiempos de formación de los gigantes gaseosos son menores a los correspondientes a los gigantes helados. Sin embargo, cuando planetesimales muy pequeños ($r_p \lesssim 50$ m) son los que más masa aportan, los gigantes helados se forman primero. Consideramos estos casos poco probables, al menos bajo las hipótesis de nuestro modelo, dado que se necesitaría explicar porque los gigantes helados no seguirían creciendo, y se transformarían en gigantes gaseosos, aun contando con abundante material.

Existen otros resultados interesantes, al menos para nosotros, que nos gustaría resaltar. Cuando consideramos el perfil $\Sigma \propto R^{-1}$ y $r_p^{\min} = 100$ m, los tiempos de formación de Júpiter y Saturno, y los tiempos a los cuales Neptuno y Urano alcanzan sus masas actuales son muy similares, entre 2 y 3 millones de años (Tabla 5.6 y Figura 5.10). Este tiempo es menor a la escala de disipación de la nebulosa. Que los cuatro planetas se formen aproximadamente

al mismo tiempo, no es un punto menor, presenta un escenario que debería ser explorado con más detalle. Si la componente gaseosa del disco pudiera ser rápidamente evaporada por algún mecanismo externo (por ejemplo, si el Sistema Solar primitivo fuese fuertemente irradiado por asociaciones OB, ver el trabajo de Clarke, 2007), nuestros resultados proveen un camino posible para encontrar parámetros adecuados para describir el disco que favorezcan la formación simultánea de los planetas gigantes en una escala de tiempo similar para todos.

Finalmente, nos gustaría nuevamente remarcar el hecho de que es necesario que la distribución de tamaño de los planetesimales se extienda hasta objetos con radios $\lesssim 1$ km, para lograr la formación simultánea de los cuatro planetas en una escala de tiempo menor a la vida media estimada para los discos protoplanetarios. Goldreich (2004), ya había postulado que la presencia de una gran cantidad de pequeños planetesimales ayudaría al proceso de formación planetaria. Si la masa del disco de planetesimales está dominada por los planetesimales más grandes, los tiempos de formación se vuelven extremadamente grandes. Sin embargo, estos resultados contradicen los modelos recientes sobre la formación de planetesimales. Johansen *et al.* (2007), Cuzzi *et al.* (2008) y Youdin (2011) describen diferentes modelos para la formación de planetesimales que incorporan la turbulencia del disco como un mecanismo capaz de aglomerar grandes cantidades de partículas pequeñas y dar formación a los planetesimales, en escalas de tiempo muy cortas. Los planetesimales formados por estos mecanismos serían grandes, de 100 km o mayores. No obstante, estos modelos no predicen una distribución de tamaño para la población de planetesimales. Nelson y Gressel (2010), muestran que las turbulencias magnetohidrodinámicas del disco tienen un efecto destructivo sobre los planetesimales. Argumentos a favor de una población inicial de planetesimales grandes, pueden ser hallados en el trabajo de Morbidelli *et al.* (2009 a), en donde estos autores a partir de un modelo de evolución colisional de planetesimales y empleando una distribución de planetesimales entre 100 km y 1000 km pueden reproducir la distribución actual de tamaño del cinturón de asteroides. Sin embargo, el trabajo de Morbidelli *et al.* (2009 a), no tiene en cuenta un fenómeno importante que podría modificar estos resultados, que es el efecto del *Bombardeo Tardío* sobre el cinturón de asteroides (Gil-Hutton y Brunini, 1999). Por otro lado, Weidenschilling (2011) propone un modelo alternativo al trabajo de Morbidelli *et al.* (2009 a), y a partir de un modelo independiente de evolución colisional puede reproducir la distribución actual de tamaño del cinturón de asteroides a partir de la coagulación y posterior evolución colisional de planetesimales de ~ 100 m de diámetro. Estos planetesimales pequeños podrían formarse por coagulación de partículas más pequeñas (Weidenschilling, 1997). Por esta razón, consideramos que los mecanismos de formación de planetesimales no están aun del todo comprendidos, y que la distribución inicial de tamaño de la población de planetesimales en un disco protoplanetario está lejos de ser predicha, por lo que consideramos que una población inicial de planetesimales en donde la mayor parte de la masa radique en planetesimales pequeños ($r_p \sim 100$ m) no puede ser desechada.

Sin embargo, una posible manera de relajar esta hipótesis es considerar posibles impactos entre planetas en formación (Li *et al.*, 2010). Si un planeta gigante en formación es impactado por un embrión con una masa entre la masa de Marte y la de la Tierra, el impactor tiene muchas probabilidades de alcanzar el núcleo del planeta gigante en formación. Broeg y Benz (2012), estudiaron el efecto de estos impactos sobre la acreción de gas de un planeta en formación. Ellos encontraron que inicialmente la mayor parte de la envoltura puede perderse, pero luego el gas es acretado nuevamente a tasas más altas. Como consecuencia, el planeta en formación aumenta significativamente la masa de su núcleo y la escala temporal de acreción gaseosa se reduce. Además, otro mecanismo que aceleraría el proceso de formación sería la fusión entre embriones, sobre todo en las primeras etapas de formación planetaria. El crecimiento oligárquico predice la formación simultánea de varios embriones separados ~ 10 radios

de Hill mutuos entre ellos. Algunos trabajos han estudiado la formación de sistemas planetarios en este sentido, pero solo teniendo en cuenta embriones sólidos (Brunini y Benvenuto, 2008, Chambers, 2008).

En este capítulo encontramos que la formación *in situ* simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar, en el marco del Modelo de Niza, ocurre en un escala de tiempo similar a la vida media estimada para los discos protoplanetarios solo si la mayor parte de la masa sólida está distribuida en planetesimales pequeños (con radios menores o del orden del kilómetro). Sin embargo, tales planetesimales son propensos a tener colisiones destructivas entre si a bajas velocidades relativas. En el siguiente capítulo estudiaremos en detalle como la evolución colisional de la población de planetesimales afecta el proceso de formación de los planetas gigantes.

Capítulo 6

Fragmentación de planetesimales y su rol en la formación de planetas gigantes

Las discusiones y resultados plasmados en este capítulo corresponden a nuestro trabajo titulado *Planetesimal fragmentation and giant planet formation*, publicado en la revista *Astronomy & Astrophysics* en el año 2014.

6.1. Introducción

De acuerdo al modelo de acreción del núcleo, y como hemos mencionado en los capítulos precedentes, la formación de un planeta gigante ocurre a través de una secuencia de eventos (Lissauer y Stevenson, 2007):

- inicialmente, las partículas de polvo colapsan rápidamente al plano medio del disco protoplanetario,
- por mecanismos aun en discusión, estas partículas se aglomeran entre si dando lugar al proceso de formación de los planetesimales,
- los planetesimales crecen por colisiones entre si hasta que algunos pocos cuerpos mayores, embriones planetarios, empiezan a diferenciarse de la población de planetesimales,
- los embriones excitan gravitatoriamente a los planetesimales y limitan el crecimiento de los mismos. De esta manera, los embriones planetarios son los únicos cuerpos que continúan creciendo por la acreción de planetesimales,
- a medida que los embriones crecen, estos comienzan a ligar el gas circundante y forman una envoltura gaseosa. Inicialmente, la tasa de acreción de gas es mucho menor que la tasa de acreción de planetesimales,
- cuando la masa del núcleo alcanza una cierta masa crítica, del orden de las $10 M_{\oplus}$, y la masa de la envoltura es similar a la del núcleo, las capas de la envoltura colapsan sobre el núcleo dando lugar a la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura, en donde grandes cantidades de gas son acretadas en muy poco tiempo,
- finalmente, por mecanismos también aun en discusión, el planeta finaliza la acreción de gas y evoluciona contrayéndose y enfriándose a masa constante.

Por esta razón, es importante estudiar en detalle la evolución de la población de planetesimales junto al proceso acreción y formación planetaria. La evolución de la población de planetesimales es un fenómeno complejo. La acreción por parte de los embriones, la migración debida a la fricción que el gas del disco genera, la evolución colisional debida a las excitaciones gravitatorias que producen los embriones, la dispersión y la apertura de brechas, son quizás los fenómenos mas relevantes que afectan la evolución de la población de planetesimales.

Respecto a la fragmentación de los planetesimales, a medida que los embriones crecen, estos incrementan las velocidades relativas de los planetesimales, causando que los mismos colisionen y se fragmenten. Después de una sucesiva cadena de colisiones destructivas, usualmente llamada *cascada colisional*, los planetesimales van reduciendo sus tamaños. Inaba *et al.* (2003), Kobayashi *et al.* (2011) y Ormel y Kobayashi (2012) encontraron que se pueden perder grandes cantidades de masa, correspondiente a pequeños fragmentos productos de la fragmentación de los planetesimales, debido al decaimiento orbital que genera la componente gaseosa del disco. Por lo tanto, la fragmentación de los planetesimales tendría un rol importante en la formación de los núcleos de los planetas gigantes.

A medida que los embriones planetarios crecen, estos comienzan a ligar el gas circundante del disco. Inicialmente, las masas de las envolturas gaseosas de los embriones son mucho menores que las de los núcleos sólidos. Sin embargo, estas envolturas son extendidas, pudiendo ser el radio del planeta bastante mayor al de su núcleo sólido, a pesar de la poca masa con la que la envoltura contribuye a la masa total del planeta. Estas envolturas producen una pérdida de energía cinética en los planetesimales, incrementando significativamente la sección eficaz de captura del planeta.

Los planetesimales más chicos de la distribución son los que más sufren ambos fenómenos (el decaimiento orbital y la pérdida de energía cinética). Por lo tanto, mientras los objetos más chicos de la distribución tienen mayores tasas de migración, los mismos son acretados más eficientemente. Hay una fuerte competencia entre las escalas temporales de migración y acreción para los fragmentos pequeños generados por la fragmentación de planetesimales. Por lo tanto, es importante estudiar en detalle si la generación de pequeños fragmentos, productos de la fragmentación de planetesimales, favorece o inhibe la formación de los planetas gigantes.

En los capítulos anteriores, mostramos el desarrollo de nuestro modelo de formación de planetas gigantes, el cual calcula la formación de los mismos inmersos en un disco protoplanetario que evoluciona en el tiempo, y en donde la población de planetesimales evoluciona por acreción y migración. En este nuevo capítulo, incorporamos un modelo de fragmentación de planetesimales para estudiar si la misma produce cambios importantes en el proceso de formación planetaria, y por ende si es un factor primario a tener en cuenta en los modelos.

6.2. Mejoras al modelo

6.2.1. Distribución de tamaño de los planetesimales

A fin de analizar de manera más sencilla, y en forma independiente, la evolución de los diferentes tamaños de la población de planetesimales, cambiamos el tratamiento acerca de la distribución de tamaños para la población de planetesimales. Consideraremos que los radios que representan los diferentes tamaños están equiespaciados logarítmicamente. Si consideramos que representamos el continuo de tamaño de la población de planetesimales por un grillado discreto de N componentes, los radios para cada componente están definidos por,

$$r_{p_j} = \left(\frac{r_{p_N}}{r_{p_1}} \right)^{\frac{j-1}{N-1}} r_{p_1}, \quad j = 1, \dots, N, \quad (6.1)$$

en donde r_{p_N} y r_{p_1} representan el máximo y el mínimo radio de la distribución considerada. Si m_{p_j} es la masa representativa de la celda j , es decir la masa entre $m_{p_{j-1/2}}$ y $m_{p_{j+1/2}}$, y si se adopta que la distribución de masa de la población de planetesimales sigue una ley de potencia del tipo $dn/dm \propto m_p^{-\alpha}$ entonces la masa m_{p_j} está definida por,

$$\begin{aligned} m_{p_j} &= \int_{m_{p_{j-1/2}}}^{m_{p_{j+1/2}}} mn(m) dm \\ &= \frac{Cm_{p_1}^{2-\alpha}}{2-\alpha} \left[\Delta^{\frac{3(j-1/2)(2-\alpha)}{N-1}} - \Delta^{\frac{3(j-3/2)(2-\alpha)}{N-1}} \right], \end{aligned} \quad (6.2)$$

en donde hemos usado que $m_{p_j} = \Delta^{3(j-1)/(N-1)} m_{p_1}$ con $\Delta = r_{p_N}/r_{p_1}$. Del mismo modo, la masa total está dada por,

$$\begin{aligned} m_T &= \int_{m_{p_{1-1/2}}}^{m_{p_{N+1/2}}} mn(m) dm, \\ &= \frac{Cm_{p_1}^{2-\alpha}}{2-\alpha} \left[\Delta^{\frac{3(N-1/2)(2-\alpha)}{N-1}} - \Delta^{\frac{3(2-\alpha)}{2(N-1)}} \right]. \end{aligned} \quad (6.3)$$

El porcentaje de masa, respecto de la masa total, que aportan los planetesimales de radio r_{p_j} es,

$$\begin{aligned} p_j &= \frac{m_{p_j}}{m_T}, \\ &= \left[\frac{\Delta^{\frac{3(j-1/2)(2-\alpha)}{N-1}} - \Delta^{\frac{3(j-3/2)(2-\alpha)}{N-1}}}{\Delta^{\frac{3(N-1/2)(2-\alpha)}{N-1}} - \Delta^{\frac{3(2-\alpha)}{2(N-1)}}} \right]. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Finalmente, la densidad superficial correspondiente a los planetesimales de radio r_{p_j} se obtiene multiplicando p_j por la densidad total superficial de planetesimales (la cual se deriva a partir de la masa del disco). De esta manera, podemos tratar cada tamaño en forma individual, y con este enfoque podemos considerar un solo tamaño, lo que sería una distribución homogénea (en este caso $p = 1$), o un número discreto N de tamaños para aproximar la distribución continua de tamaño de la población de planetesimales.

6.2.2. Evolución de las excentricidades, inclinaciones y velocidades de migración de los planetesimales

Seguiremos considerando que la evolución de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales están gobernadas por dos fenómenos principales: las excitaciones gravitatorias que producen los embriones y el amortiguamiento debido al gas nebular.

Las tasas de excitación gravitatoria siguen estando dadas por las prescripciones de Ohtsuki *et al.* (2002), Ec. (3.66). Sin embargo, como mencionamos en el Cap. 3, este es un enfoque local. Las excitaciones gravitatorias sobre los planetesimales disminuyen a medida que nos alejamos del planeta. Utilizando el código EVORB (Fernandez *et al.* 2002) ajustamos una nueva función de modulación, Ec. (3.75), para reproducir la excitación que un embrión produce sobre el valor medio cuadrático de la excentricidad de un planetesimal. Encontramos que esta excitación está bien representada por,

$$f(\Delta) = \left(\frac{1}{1 + \left| \frac{\Delta}{2.85R_H} \right|^{10}} \right), \quad (6.5)$$

donde $\Delta = R - R_p$ representa la distancia al planeta (R_p es el radio de la órbita del planeta) y R_H representa el radio de Hill del planeta. De esta forma, $f(\Delta)$ garantiza que los perfiles de las excentricidades e inclinaciones son suaves para un tratamiento numérico y que las excitaciones sobre las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales están restringidas a la vecindad del planeta.

Por otro lado, las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales son amortiguadas por la fricción que el gas nebular genera. Este amortiguamiento depende de las velocidades relativas entre los planetesimales y el gas, v_{rel}^{p-g} , y de la razón entre los radios de los planetesimales y el camino libre medio del del gas, λ . Considerando que la componente gaseosa del disco está compuesta principalmente de hidrógeno molecular, H_2 , el camino libre medio está dado, según Adachi *et al.* (1976), por,

$$\lambda_{\text{H}_2} = \frac{\mu_{\text{H}_2}}{\sqrt{2\pi\rho_g}d_{\text{H}_2}}, \quad (6.6)$$

en donde μ_{H_2} y d_{H_2} representan el peso molecular y el diámetro molecular del H_2 , y ρ_g es la densidad volumétrica de gas.

En este capítulo consideramos tres diferentes regímenes para calcular el amortiguamiento debido al gas, en base a los trabajos de Rafikov (2004) y Chambers (2008):

- régimen de Epstein, cuando $r_p < \lambda_{\text{H}_2}$,
- régimen de Stokes, cuando $r_p > \lambda_{\text{H}_2}$ y $\text{Re} < \text{Re}_{\text{trans}}$,
- régimen Cuadrático, cuando $r_p > \lambda_{\text{H}_2}$ y $\text{Re} > \text{Re}_{\text{trans}}$,

en donde $\text{Re} = v_{\text{rel}}^{p-g}r_p/\nu$ es el número de Reynolds y $\text{Re}_{\text{trans}} = 20$ es la transición entre el régimen de Stokes y el régimen Cuadrático (Rafikov, 2004). La viscosidad ν corresponde a la viscosidad molecular dada por,

$$\nu = \frac{\lambda_{\text{H}_2}c_s}{3}, \quad (6.7)$$

con c_s la velocidad local del sonido.

La incorporación de los diferentes regímenes es importante dado que los pequeños fragmentos, productos de las colisiones entre los planetesimales, pueden encontrarse en los regímenes de Stokes o Epstein. Los tres regímenes pueden caracterizarse en función del *tiempo de amortiguamiento* (Chambers, 2008),

$$t_a^{\text{Eps}} = \frac{\rho_p r_p}{\rho_g c_s}, \quad (6.8)$$

$$t_a^{\text{Sto}} = \frac{2\rho_p r_p}{3\rho_g c_s \lambda_{\text{H}_2}}, \quad (6.9)$$

$$t_a^{\text{Cua}} = \frac{6\rho_p r_p}{\rho_g v_{\text{rel}}^{p-g}}, \quad (6.10)$$

en donde ρ_p es la densidad de los planetesimales. La velocidad relativa entre el gas y los planetesimales está dada por,

$$v_{\text{rel}}^{p-g} = \sqrt{\eta^2 + \frac{5}{8}e^2 + \frac{1}{2}i^2} v_k, \quad (6.11)$$

siendo v_k la velocidad kepleriana y $\eta = (v_k - v_g)/v_k$ es la diferencia de la velocidad del gas¹ y la velocidad kepleriana, normalizada a la velocidad kepleriana.

¹Recordar que el gas rota a una velocidad subkepleriana, $\sim 99\%$ de la velocidad kepleriana.

Las tasas a las cuales las excentricidades e inclinaciones son amortiguadas están dadas por (Rafikov, 2004; Chambers, 2008),

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Eps}} = -\frac{2}{t_a^{\text{Eps}}} \left(\frac{s_{\text{Eps}}^2}{1+s_{\text{Eps}}^2} \right) e^2, \quad (6.12)$$

$$\left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Eps}} = -\frac{2}{t_a^{\text{Eps}}} \left(\frac{s_{\text{Eps}}^2}{1+s_{\text{Eps}}^2} \right) i^2, \quad (6.13)$$

con $s_{\text{Eps}} = 2\pi t_a^{\text{Eps}}/P_{\text{orb}}$,

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Sto}} = -\frac{2}{t_a^{\text{Sto}}} \left(\frac{s_{\text{Sto}}^2}{1+s_{\text{Sto}}^2} \right) e^2, \quad (6.14)$$

$$\left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Sto}} = -\frac{2}{t_a^{\text{Sto}}} \left(\frac{s_{\text{Sto}}^2}{1+s_{\text{Sto}}^2} \right) i^2, \quad (6.15)$$

con $s_{\text{Sto}}^2 = 2\pi t_a^{\text{Sto}}/P_{\text{orb}}$, y

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Cua}} = -\frac{2e^2}{t_a^{\text{Cua}}}, \quad (6.16)$$

$$\left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{gas}}^{\text{Cua}} = -\frac{2i^2}{t_a^{\text{Cua}}}. \quad (6.17)$$

Finalmente, como vimos en el Cap. 3, la evolución de las excentricidades e inclinaciones se obtienen de resolver numéricamente el siguiente sistema de ecuaciones con un método semi implícito,

$$\frac{de^2}{dt} = f(\Delta) \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{grav}} + \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{gas}}, \quad (6.18)$$

$$\frac{di^2}{dt} = f(\Delta) \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{grav}} + \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{gas}}. \quad (6.19)$$

Además, la fricción del gas nebular sobre los planetesimales causa un decaimiento orbital de los mismos. La tasa de cambio del semieje mayor de los planetesimales está dada por,

$$\frac{da}{dt} = v_{\text{mig}} = \begin{cases} -\frac{2a\eta}{t_a^{\text{Eps}}} \left(\frac{s_{\text{Eps}}^2}{1+s_{\text{Eps}}^2} \right), & \text{para el régimen de Epstein,} \\ -\frac{2a\eta}{t_a^{\text{Sto}}} \left(\frac{s_{\text{Sto}}^2}{1+s_{\text{Sto}}^2} \right), & \text{para el régimen de Stokes,} \\ -\frac{2a\eta}{t_a^{\text{Cua}}}, & \text{para el régimen Cuadrático.} \end{cases} \quad (6.20)$$

6.2.3. Régimen oligárquico de acreción

Como mencionamos en los capítulos precedentes, en esta Tesis consideramos que los embriones crecen en el llamado régimen oligárquico de acreción de planetesimales. La Ec. (3.82) define la tasa de crecimiento del embrión,

$$\frac{dM_N^j}{dt} = \frac{2\pi\Sigma_p(R_P, r_{p_j})R_H^2}{P_{\text{orb}}} P_{\text{col}}(R_N, R_H, v_{\text{rel}}^{j-P}), \quad (6.21)$$

en donde hacemos explícitas las dependencias con los tamaños de los planetesimales a través del subíndice j y,

$$v_{\text{rel}}^{j-P} = \sqrt{\frac{5}{8}e^2 + \frac{1}{2}i^2} v_k, \quad (6.22)$$

denota la velocidad relativa entre los planetesimales y el planeta. Es importante recordar, que en esta Tesis consideramos el aumento en el radio de captura debido a la presencia de la envoltura gaseosa del planeta, por lo que en realidad las probabilidades de colisión, P_{col} , son funciones del *radio extendido*, R_{Ext} , en vez del radio del planeta, R_{N} .

La zona de alimentación del planeta suele definirse como el anillo alrededor del mismo en donde los planetesimales son acretados. Suele definirse el ancho de la zona de alimentación como un factor proporcional al radio de Hill del planeta, en donde dicho factor toma valores entre 4 y 5. En esta Tesis consideramos que el ancho de la zona alimentación es 4 veces el radio de Hill del planeta. Por lo tanto, integrando la Ec. (6.21), la tasa de acreción de los planetesimales de radio r_{p_j} está dada por,

$$\frac{dM_{\text{N}}^j}{dt} = \frac{2\pi R_{\text{H}}^2 P_{\text{col}}}{P_{\text{orb}}} \int_{FZ} 2\pi R \psi(R, R_P, R_{\text{H}}) \Sigma_p(R, r_{p_j}) dR, \quad (6.23)$$

en donde $\psi(R, R_P, R_{\text{H}})$ es una función de normalización que satisface,

$$\int_{-\infty}^{\infty} 2\pi R \psi(R, R_P, R_{\text{H}}) dR = 1. \quad (6.24)$$

A diferencia de los capítulos anteriores, en este capítulo consideramos que dicha función de normalización adopta la siguiente forma,

$$\psi = \frac{3e^{-\left(\frac{R-R_P}{4R_{\text{H}}}\right)^6}}{8\pi R_{\text{H}} R_P \Gamma(1/6)}, \quad (6.25)$$

en donde Γ denota la *función Gamma*. Con esta nueva elección para la función de normalización, tenemos que $\int_{R_P-4R_{\text{H}}}^{R_P+4R_{\text{H}}} 2\pi R \psi(R, R_P, R_{\text{H}}) dR \sim 0.96$, y de esta manera la *cola* de la función de normalización tiene una contribución despreciable en la Ec. (6.23). Además, dicha función satisface que sigue siendo *suave* desde el punto de vista numérico. La Ec. (6.23) se integra numéricamente mediante el método de *Simpson*, en donde al menos 10 celdas radiales son consideradas entre $R_P - 4R_{\text{H}}$ y $R_P + 4R_{\text{H}}$. Finalmente, la tasa total de acreción de planetesimales está dada por la suma sobre los diferentes tamaños de los planetesimales,

$$\frac{dM_{\text{N}}}{dt} = \sum_j \frac{dM_{\text{N}}^j}{dt}. \quad (6.26)$$

6.3. Fragmentación de planetesimales

Como mencionamos anteriormente, incorporamos un modelo de fragmentación de planetesimales en nuestro modelo global de formación de planetas gigantes. Dicho modelo de fragmentación de planetesimales está basado en el *código Boulder* (Morbidelli *et al.*, 2009 a y material suplementario). Este código modela la acreción y fragmentación de una población de planetesimales².

De acuerdo a este modelo, si Q_D^* denota la energía específica de impacto por unidad de masa del blanco, energía necesaria para dispersar el 50% de la masa del blanco, y Q denota la energía colisional por unidad de masa del blanco, la colisión entre un blanco de masa M_B y

²Como en nuestro modelo de formación de planetas gigantes comenzamos con un embrión formado, inmerso en una población de planetesimales, es decir, comenzamos en la etapa de crecimiento oligárquico, tendremos en cuenta solo la parte correspondiente a la fragmentación de planetesimales.

un proyectil de masa M_P (donde siempre se cumple que $M_P \leq M_B$) resulta en la generación de un remanente de masa M_R , la cual está dada por,

$$M_R = \begin{cases} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] (M_B + M_P), & \text{si } Q < Q_D^*, \\ \left[-0.35 \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] (M_B + M_P), & \text{si } Q > Q_D^*. \end{cases} \quad (6.27)$$

Si la masa del remanente es mayor que la masa del blanco, es decir si $M_R > M_B$, el resultado de la colisión es la acreción, o coagulación, entre el proyectil y el blanco. Por otro lado, si $M_R < 0$ el blanco es completamente pulverizado y consideramos que se pierde la masa del blanco y la masa del proyectil. En general, Q_D^* es una función del radio del blanco. Sin embargo, como el modelo considera que la masa del remanente es función de la suma de las masas del blanco y el proyectil, por consistencia, Q_D^* tiene que ser calculada usando un radio efectivo, definido como,

$$r_{\text{ef}} = \left[\frac{3(M_B + M_P)}{4\pi\rho_p} \right]^{1/3}. \quad (6.28)$$

La masa eyectada durante la colisión, la cual se define en el modelo como $M_B + M_P - M_R$, se distribuye adoptando una ley de potencia para la distribución de masa ($dn/dm \propto m^{-p}$), entre la celda correspondiente al mínimo tamaño considerado para los planetesimales y la celda correspondiente al mayor fragmento producto de la colisión, cuya masa M_F está dada por,

$$M_F = 8 \times 10^{-3} \left[\frac{Q}{Q_D^*} e^{-(Q/4Q_D^*)^2} \right] (M_B + M_P). \quad (6.29)$$

Sin embargo, para las colisiones supercatastróficas, aquellas en donde $M_R \ll M_B + M_P$, ocurre que $M_F > M_R$ (Fig. 6.1). Por lo tanto, cuando estas colisiones ocurren consideramos que $M_F = 0.5M_R$.

El exponente p de la ley de potencia, con la cual se distribuye la masa eyectada de la colisión en los fragmentos, está dado por,

$$p = \frac{1}{3}(3 - q), \quad (6.30)$$

en donde q denota el exponente de la ley de potencia de la distribución acumulada de tamaños, el cual está dado por,

$$q = -10 + 7 \left(\frac{Q}{Q_D^*} \right)^{0.4} e^{-(Q/7Q_D^*)}. \quad (6.31)$$

La Fig. (6.2) muestra un esquema ilustrativo del resultado de una colisión entre planetesimales, representados por un blanco de masa M_B y un proyectil de masa M_P . El resultado de dicha colisión es la generación de un remanente y la masa eyectada en la colisión se distribuye entre el mayor fragmento que se genera en la colisión, el cual se calcula en base al modelo, y el tamaño mínimo elegido para los planetesimales.

En nuestro modelo global consideramos la evolución, debido a la migración orbital, la acreción por parte de los embriones y la fragmentación, de una población de planetesimales con tamaños entre $r_p = 1$ cm y r_p^{max} , el cual es un parámetro libre del modelo. Sin embargo, en un régimen colisional la población de planetesimales esta finalmente gobernada por la distribución de tamaño de los cuerpos más pequeños. Por lo tanto, el corte en $r_p = 1$ cm puede

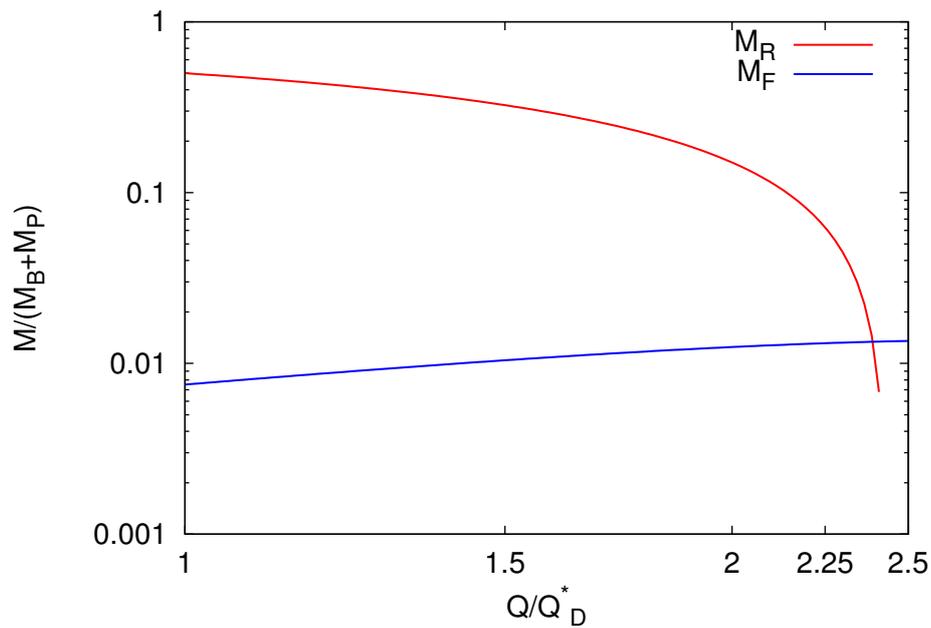


Figura 6.1. Masa del remanente, M_R , y del fragmento más grande, M_F , normalizadas a la masa del blanco más la masa del proyectil, como función de la razón Q/Q_D^* . Para las colisiones supercatastróficas la masa del remanente es menor que la correspondiente al fragmento más grande producto de la colisión. Para estos casos, consideramos que $M_F = 0.5M_R$.

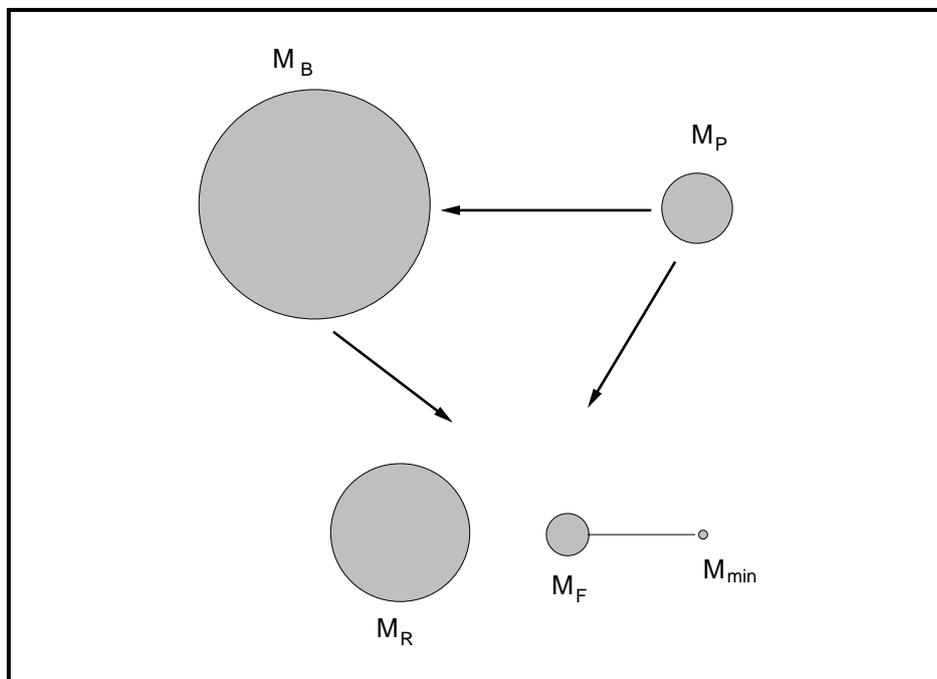


Figura 6.2. Esquema ilustrativo de la colisión entre planetesimales. El resultado de la colisión entre un blanco de masa M_B y un proyectil de masa M_P es la generación de un remanente de masa M_R . La masa eyectada en la colisión se distribuye entre el fragmento más grande, de masa M_F y el tamaño mínimo elegido para los planetesimales de masa M_{min} .

generar la acumulación espuria de masa en los fragmentos más pequeños. Para evitar este problema, cuando calculamos el proceso de fragmentación de los planetesimales, extrapolamos la distribución de tamaño de los mismos hasta un tamaño mínimo de $r_p = 0.01$ cm. De esta forma, la masa eyectada durante la colisión se distribuye entre la celda de masa correspondiente a los planetesimales de tamaño $r_p = 0.01$ cm y la celda de masa correspondiente al fragmento más grande, de masa M_F . Esto implica que estamos considerando que se pierde la masa distribuida por debajo de la celda de masa correspondiente a los planetesimales de tamaño $r_p = 1$ cm. Más aún, si la celda de masa correspondiente a la masa del remanente M_R está por debajo de la celda de masa correspondiente a $r_p = 1$ cm, consideramos que el blanco es totalmente pulverizado, y la masa del mismo y la del proyectil se pierden completamente.

El número total de colisiones entre los blancos j y los proyectiles i en un dado intervalo de tiempo Δt está dado por,

$$N_C^{j,i} = P_C^{j,i} n_{p_j} n_{p_i} F_g^{j,i} (r_{p_j} + r_{p_i})^2 \Delta t, \quad (6.32)$$

en donde $P_C^{j,i}$ denota la probabilidad intrínseca de colisión entre los blancos j y los proyectiles i , n_{p_j} (r_{p_j}) y n_{p_i} (r_{p_i}) representan el número (radio) de los blancos y proyectiles, respectivamente, y $F_g^{j,i}$ es el enfoque gravitatorio que el blanco j produce sobre el proyectil i .

Respecto al intervalo de tiempo Δt , el mismo está limitado por una condición física. Considerando que $N_{C_{Tot}}^j$ es el número total de colisiones que sufren los blancos j , el mismo está dado por,

$$N_{C_{Tot}}^j = \sum_i N_C^{j,i} = n_{p_j} \sum_i P_C^{j,i} n_{p_i} F_g^{j,i} (r_{p_j} + r_{p_i})^2 \Delta t. \quad (6.33)$$

Definiendo τ_i como,

$$\tau_i = \sum_i P_C^{j,i} n_{p_i} F_g^{j,i} (r_{p_j} + r_{p_i})^2, \quad (6.34)$$

podemos reescribir la Ec. (6.33),

$$N_{C_{Tot}}^j = n_{p_j} \tau_i \Delta t. \quad (6.35)$$

El número total de colisiones $N_{C_{Tot}}^j$ no puede ser mayor que el número de blancos n_{p_j} disponibles. En esta Tesis adoptamos que para nuestros modelos $\Delta t < 0.1/\tau_i$, de manera que el número total de colisiones sea siempre menor al 10% de los blancos disponibles. Esta condición implica que el paso temporal para la evolución numérica del modelo global no puede ser mayor a 100 años para $r_p^{\max} = 10, 100$ km y a 10 años para $r_p^{\max} = 0.1, 1$ km.³

Si los blancos j pertenecen a la celda radial a_k y los proyectiles i pertenecen a la celda radial a_l , la probabilidad intrínseca de colisión entre los blancos j y los proyectiles i está dada por (Wetherill y Stewart, 1993),

$$P_C^{j,i} = \frac{\alpha V_{\text{rel}}^{j,i}}{4H_{j,i} \bar{a} (\delta \bar{a} + 2\bar{a} e_i)}, \quad (6.36)$$

en donde $V_{\text{rel}}^{j,i}$ es la velocidad relativa entre los blancos y proyectiles, α es un coeficiente que depende de $V_{\text{rel}}^{j,i}$ (ver el trabajo de Wetherill y Stewart, 1993), $H_{j,i}$ representa la escala de altura mutua, e_i denota la excentricidad de los proyectiles. Finalmente, \bar{a} y $\delta \bar{a}$ son los valores

³Esta limitación en la evolución del paso temporal del modelo global aumenta considerablemente el tiempo total de nuestras simulaciones numéricas.

6. Fragmentación de planetesimales y su rol en la formación de planetas gigantes

medios del semieje mayor y el ancho del anillo que contiene a los blancos y proyectiles, y están dados por,

$$\bar{a} = \frac{1}{2}(a_k + a_l), \quad (6.37)$$

$$\delta\bar{a} = \begin{cases} a_{k+1/2} - a_{l-1/2}, & \text{si } l < k, \\ a_{l+1/2} - a_{k-1/2}, & \text{si } l > k, \end{cases} \quad (6.38)$$

en donde $a_{n+1/2} = (a_{n+1} + a_n)/2$ y $a_{n-1/2} = (a_n + a_{n-1})/2$, con $n = k, l$. Si los blancos y proyectiles pertenecen al mismo anillo, es decir, a la misma celda radial, por ejemplo k , $\bar{a} = a_k$ and $\delta\bar{a} = \delta a_k$.

Si e, I son las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales de radio r_p , las velocidades medias horizontales, h , y verticales v están dadas por (Kenyon y Luu, 1998),

$$h = \sqrt{\frac{5}{8}e^2} V_k, \quad (6.39)$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{2}\sin^2(I)} V_k, \quad (6.40)$$

con $V_k = \sqrt{GM_\odot/a}$ la velocidad kepleriana (G es la constante gravitatoria universal y M_\odot la masa de la estrella central). Luego, la velocidad relativa entre los blancos j y los proyectiles i está dada por,

$$V_{\text{rel}}^{j,i} = \sqrt{(h_j^2 + v_j^2) + (h_i^2 + v_i^2)}. \quad (6.41)$$

La escala de altura mutua está dada por,

$$H_{j,i} = \frac{\sqrt{2(v_j^2 + v_i^2)}}{\bar{\Omega}}, \quad (6.42)$$

en donde $\bar{\Omega} = \sqrt{GM_\odot/\bar{a}^3}$ es la velocidad angular kepleriana *media*. Finalmente, α está dada por,

$$\alpha = \begin{cases} 0.57, & \text{si } V_H < 1, \\ 0.285 V_H + 0.285, & \text{si } 1 \leq V_H \leq 2, \\ 0.855, & \text{si } V_H > 2, \end{cases} \quad (6.43)$$

con V_H la velocidad relativa en unidades de Hill, la cual está dada por,

$$V_H = \frac{\bar{a}V_{\text{rel}}^{j,i}}{R_H\bar{V}_k}, \quad (6.44)$$

siendo $R_H = \bar{a}[(m_{p_j} + m_{p_i})/(3M_\odot)]^{1/3}$ el radio de Hill mutuo entre los blancos y proyectiles, y $\bar{V}_k = \sqrt{GM_\odot/\bar{a}}$ la velocidad kepleriana *media*. Es importante remarcar que la masa del proyectil tiene que ser menor o igual a la masa del blanco. Cuando dos poblaciones que interactúan tienen la misma masa, ambas son consideradas como blancos y proyectiles, y la probabilidad intrínseca de colisión se divide por un factor 2.

Por otra parte, el factor de enfoque gravitatorio está dado por (Greenzweig y Lissauer, 1990, 1992),

$$F_g^{j,i} = E \left[1 + b \left(\frac{V_{\text{esc}}^{j,i}}{V_{\text{rel}}^{j,i}} \right)^2 \right], \quad (6.45)$$

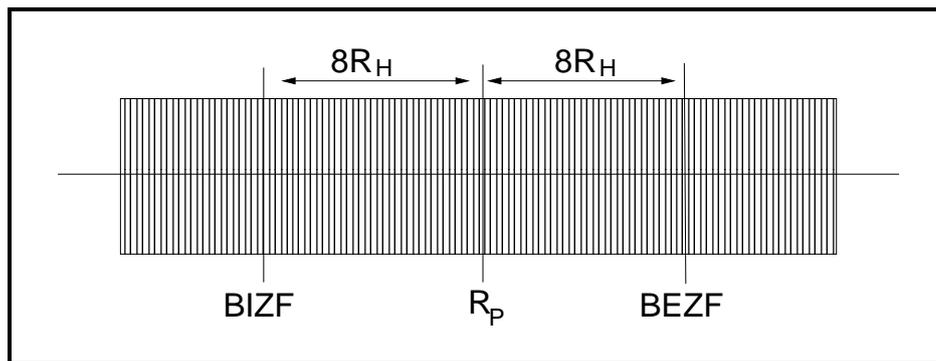


Figura 6.3. Ilustración esquemática de la zona de fragmentación para un planeta aislado dentro de la grilla radial. BIZF y BEZF representan los bordes internos y externos, respectivamente, de la zona de fragmentación, mientras R_p corresponde a la posición de la celda radial correspondiente al planeta. La zona de fragmentación se extiende 8 radios de Hill a cada lado del planeta. La evolución colisional de la población de planetesimales, debida a la excitación gravitatoria del planeta, está fuertemente restringida en esta zona, dado que la misma decae significativamente lejos del planeta. De esta manera reducimos el costo computacional en el cálculo de la evolución colisional de la población de planetesimales.

en donde,

$$V_{esc}^{j,i} = \sqrt{\frac{2G(m_{p_j} + m_{p_i})}{r_{p_j} + r_{p_i}}}, \quad (6.46)$$

representa la velocidad mutua de escape, E es un coeficiente que tiene en cuenta la desviación del enfoque gravitatorio correspondiente al problema de dos cuerpos a bajas velocidades relativas, y b un coeficiente dado por,

$$b = \begin{cases} 1, & \text{si } V_H < 1, \\ 1.7 V_H - 0.7, & \text{si } 1 \leq V_H \leq 2, \\ 2.7, & \text{si } V_H > 2. \end{cases} \quad (6.47)$$

6.3.1. Implementación del modelo de fragmentación

Como vimos en el Cap. 3, la evolución de la población de planetesimales obedece una ecuación de continuidad (Ec. 3.99). Hasta ahora, solo consideramos a la acreción de planetesimales por parte de los planetas inmersos en el disco como único sumidero de la ecuación de continuidad. En este capítulo, consideramos un nuevo término fuente en dicha ecuación que tiene en cuenta el intercambio de masa entre los diferentes tamaños de los planetesimales debido a la evolución colisional de la población de los mismos.

Para incorporar el fenómeno de la fragmentación de planetesimales, en nuestro modelo global de formación planetaria, definimos una zona alrededor de cada embrión planetario en donde se llevará adelante el cálculo de la evolución colisional (Fig. 6.3). La zona de fragmentación se extiende 8 radios de Hill a cada lado del planeta, es decir, el doble de la zona de alimentación.⁴

Con esta definición garantizamos que el proceso de fragmentación de planetesimales esté bien restringido dentro de la zona de fragmentación. Esto es así, dado que las excentricidades

⁴Si las zonas de fragmentación de dos planetas se solapan, definimos una única zona de alimentación que contenga ambos embriones.

e inclinaciones de los planetesimales, y por ende de las velocidades relativas entre los mismos, decaen abruptamente fuera de la zona de alimentación del planeta (Ec. 6.19).

Ahora bien, en cada celda radial de la zona de fragmentación, las excentricidades, inclinaciones y densidades superficiales están definidas para cada tamaño de los planetesimales. Como mencionamos anteriormente, para el cálculo de la evolución global del modelo consideramos una población de planetesimales con tamaños entre $r_p = 1$ cm y r_p^{\max} , en donde inicialmente toda la masa del sistema está depositada en los planetesimales de radio r_p^{\max} . Sin embargo, cuando calculamos el proceso de fragmentación de los planetesimales, extrapolamos los tamaños de los planetesimales (y también las excentricidades, inclinaciones y densidades superficiales) hasta $r_p = 0.01$ cm. De esta manera, se evita la acumulación espuria de masa en los planetesimales más chicos de la población ($r_p \sim 1$ cm).

Metodología de implementación

La metodología de implementación del proceso de fragmentación de planetesimales es la siguiente:

- las excentricidades, inclinaciones y densidades superficiales de los planetesimales están definidas, entre $r_p = 1$ cm y r_p^{\max} , para cada celda de tamaño y para cada celda radial dentro de la zona de fragmentación. A partir de las densidades superficiales, se calcula el número de cuerpos en cada celda de tamaño y en cada celda radial. Con toda esta información, se extrapolan las excentricidades, inclinaciones y número de cuerpos para las celdas de tamaño entre $r_p = 0.01$ cm y $r_p = 1$ cm,
- luego, se escoge un blanco j perteneciente a la celda radial BIZF (borde interno de la zona de fragmentación, Fig. 6.3),
 - para este blanco j se toma un proyectil i (con $r_{p_i} \leq r_{p_j}$, es decir con un radio entre $r_{p_i} = 0.01$ cm y $r_{p_i} = r_{p_j}$) de la celda radial BIZF, y se calcula si las órbitas se cruzan (teniendo solamente en cuenta las excentricidades del blanco y el proyectil),
- si las órbitas se cruzan se calcula el número total de colisiones entre los blancos j y los proyectiles i ,
- con esta información calculamos cuanta masa de los blancos j dispersan los proyectiles i , y como esta masa (remanente más fragmentos) se distribuye en los planetesimales de menor tamaño que el blanco j ,⁵
- este proceso se repite para todos los proyectiles correspondientes a los blancos j pertenecientes a la celda radial BIZF. Luego, nos movemos a la celda radial BIZF+1 y repetimos el procedimiento para todos los proyectiles correspondientes a los blancos j pertenecientes a la celda radial BIZF. Este proceso se repite hasta alcanzar la celda radial BEZF (borde externo de la zona de fragmentación),
- el proceso es repetido para todos los blancos j pertenecientes a la celda radial BIZF, es decir desde $r_{p_j} = 1$ cm hasta $r_{p_j} = r_p^{\max}$,
- luego, nos movemos a la celda radial BIZF+1 y repetimos el proceso para todos los blancos. Finalmente, el procedimiento termina al alcanzar la celda radial BEZF.

⁵Desde un punto de vista numérico, cuando ocurre una colisión el blanco j y el proyectil i son removidos de sus respectivas celdas radiales, a_j y a_i . Por otro lado, el remanente y los fragmentos son distribuidos en la celda radial a_j correspondiente al blanco.

Finalizado el procedimiento, tenemos calculado el cambio en masa (pérdida y ganancia) entre cada celda de tamaño de los planetesimales y entre las celdas radiales, producto de las colisiones entre planetesimales. Con esto podemos calcular el cambio de las densidades superficiales debido a la evolución colisional de los planetesimales para cada tamaño de los mismos dentro de la zona de fragmentación.

6.4. Resultados

Definimos el disco protoplanetario entre 0.4 UA y 20 UA, utilizando 2500 celdas radiales equiespaciadas logarítmicamente. Como mencionamos anteriormente, aplicamos nuestro modelo para estudiar el rol de la fragmentación de planetesimales en el proceso de formación de planetas gigantes. Para ello, calculamos la formación *in situ* de un embrión planetario en órbita circular, alrededor de su estrella central, a 5 UA (aproximadamente la distancia media de Júpiter a nuestro Sol) para diferentes valores de la Nebulosa Solar de Masa Mínima (NSMM, Hayashi, 1981), la cual está dada por,

$$\Sigma_p = \begin{cases} 7.1 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} & R < 2.7 \text{ UA} \\ 30 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} & R > 2.7 \text{ UA}, \end{cases} \quad (6.48)$$

$$\Sigma_g = 1700 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2}, \quad (6.49)$$

$$T = 280 \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-1/2} \text{ K}, \quad (6.50)$$

$$\rho_g = 1.4 \times 10^{-9} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-11/4} \text{ g cm}^{-3}, \quad (6.51)$$

en donde Σ_p y Σ_g representan las densidades superficiales de planetesimales y gas, respectivamente, T denota el perfil de temperatura del disco, mientras que ρ_g es la densidad volumétrica en el plano medio disco. Además, extendemos la línea de hielo utilizando una función *suave* (Thommes *et al.* 2003),

$$\Sigma_p = \left\{ 7.1 + (30 - 7.1) \left[\frac{1}{2} \tanh \left(\frac{R - 2.7}{0.5} \right) + \frac{1}{2} \right] \right\} \left(\frac{R}{1 \text{ UA}} \right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2}. \quad (6.52)$$

Para este estudio, llevamos a cabo dos conjuntos de simulaciones: en el primero, consideramos que la densidad superficial de planetesimales evoluciona por acreción, por parte del planeta, y por migración orbital de los mismos; el segundo conjunto de simulaciones considera que la densidad superficial de planetesimales evoluciona por la fragmentación de los planetesimales debido a las colisiones mutuas de los mismos, además de los dos fenómenos antes mencionados, es decir, por acreción, migración y fragmentación.

Respecto a la componente gaseosa del disco, Alexander *et al.* (2006) encuentran que después de algunos millones de años de evolución el disco gaseoso puede disiparse completamente por fotoevaporación en una escala de tiempo de 10^5 años. Por simplicidad, nosotros consideramos que la componente gaseosa del disco se disipa exponencialmente durante unos 6 millones de años, antes que la fotoevaporación actúe y el disco se disipe completamente. Por lo tanto, realizamos nuestras simulaciones numéricas hasta que el planeta alcanza la masa crítica (también llamada masa de cruce, cuando la masa de la envoltura se iguala a la masa del núcleo) o hasta que las simulaciones alcanzan los 6 millones de años de evolución.

6. Fragmentación de planetesimales y su rol en la formación de planetas gigantes

Nuestras simulaciones comienzan con un embrión cuyo núcleo tiene una masa de $0.005 M_{\oplus}$, el cual tiene una envoltura gaseosa de $\sim 10^{-13} M_{\oplus}$. Dicho embrión está inmerso en una población inicial homogénea de planetesimales de radio r_p^{\max} (consideramos cuatro diferentes valores para r_p^{\max} : 0.1, 1, 10, 100 km). Es importante remarcar que nuestras condiciones iniciales corresponden al inicio de la etapa de crecimiento oligárquico. Empleando estudios estadísticos, Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b) encuentra que, a partir de una población homogénea de planetesimales de radio r_0 , la transición entre el crecimiento en fuga de los planetesimales y el crecimiento oligárquico está caracterizada por una población de planetesimales con una distribución de masa tipo ley de potencia $dn/dm \propto m^{-p}$ con $p \sim 2.5$, entre r_0 y un radio de transición r_{trans} , y cuerpos aislados (usualmente llamados embriones planetarios). Esto implica que la mayor parte de la masa de la población de planetesimales se encuentra distribuida entre los más pequeños de dicha población. Por simplicidad, y considerando el hecho de que la mayor parte de la masa está distribuida en los planetesimales más pequeños de la población, usamos una población de planetesimales con un único tamaño en vez de una población con una distribución de tamaño, para representar a la población inicial de planetesimales. Por lo tanto, nuestras condiciones iniciales son consistentes con el inicio de la etapa de crecimiento oligárquico, en donde r_p^{\max} representa a r_0 en analogía a los resultados de Ormel *et al.* (2010 a, 2010 b).

Como mencionamos anteriormente, la intención de este estudio es analizar como la fragmentación de los planetesimales impacta en el proceso de formación planetaria. Las colisiones que generan acreción/coagulación entre los planetesimales son importantes para estudiar la transición entre el régimen de crecimiento en fuga y el régimen de crecimiento oligárquico. En el régimen de crecimiento oligárquico, los embriones dominan gravitatoriamente la evolución dinámica de los planetesimales circundantes. A medida que los embriones crecen, los mismos incrementan las velocidades relativas de los planetesimales, y las colisiones entre planetesimales resultan en la fragmentación de los mismos (colisiones erosivas o destructivas). Por esta razón, nosotros enfocamos nuestro análisis en las colisiones que causan la fragmentación entre los planetesimales. Sin embargo, como mostraremos en las siguientes secciones, para algunos casos particulares la tasa total de acreción de planetesimales está dominada por la acreción de fragmentos pequeños ($r_p \sim 1$ m). Para estos fragmentos, las colisiones entre ellos, y con objetos más pequeños, resultan en la coagulación de los mismos. Por lo tanto, para estos casos particulares también calcularemos la coagulación entre planetesimales, además de la fragmentación de los mismos, es decir, un modelo completo de la evolución colisional de la población de planetesimales.

Cuando no tenemos en cuenta la fragmentación de los planetesimales usamos un solo tamaño para representar la población de planetesimales. Por otro lado, cuando tenemos en cuenta la fragmentación de los planetesimales usamos un grillado discreto entre $r_p = 1$ cm y r_p^{\max} para representar la distribución continua de tamaño de la población de planetesimales, en donde los fragmentos (productos de las colisiones entre planetesimales) serán distribuidos. La diferencia entre las celdas del grillado de la distribución de tamaño, está dada por la Ec. (6.1). Dado que usaremos el mismo paso entre las celdas del grillado de la distribución de tamaño de los planetesimales, independientemente del valor utilizado para r_p^{\max} , esto implica que usaremos 21 celdas de tamaño cuando consideremos $r_p^{\max} = 0.1$ km, 26 celdas de tamaño cuando consideremos $r_p^{\max} = 1$ km, 31 celdas de tamaño para $r_p^{\max} = 10$ km y 36 celdas de tamaño para $r_p^{\max} = 100$ km. En todos los casos, la masa total inicial de sólidos a lo largo del disco está depositada en las celdas de tamaño correspondiente a r_p^{\max} . La evolución colisional de la población de planetesimales es el mecanismo a través del cual se regula el intercambio de masa entre las diferentes celdas de tamaño de la distribución de planetesimales.

Cuando consideramos la fragmentación de los planetesimales, adoptamos la ley dada

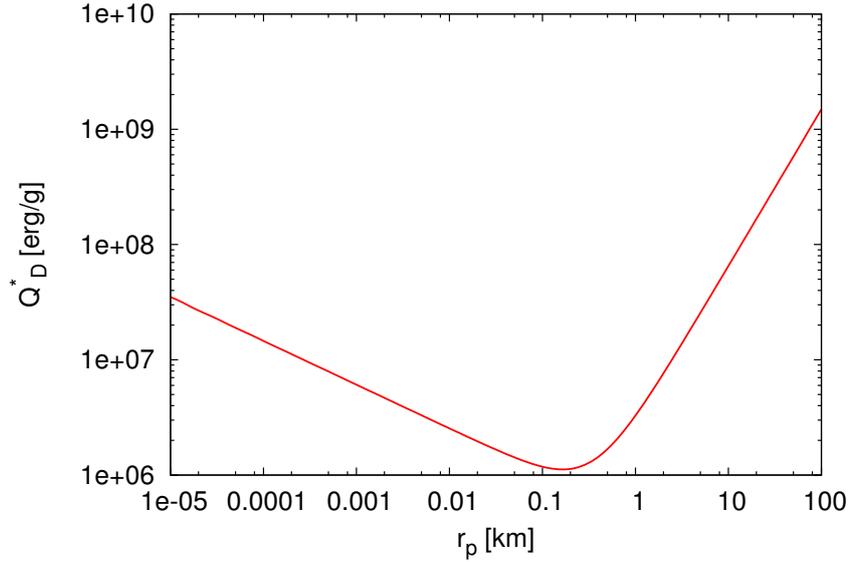


Figura 6.4. Energía específica de impacto por unidad de masa del blanco para basaltos con velocidades de impacto de 5 km/s (Benz y Asphaug, 1999). La función tiene un mínimo para valores de $r_p \sim 0.1$ km.

por Benz y Asphaug (1999, Fig. 6.4) para la energía específica de impacto. Adoptamos las prescripciones para basaltos con velocidades de impacto de 5 km/s, dadas por,

$$Q_D^* = 3.5 \times 10^7 r_p^{-0.38} + 0.3 \rho_p r_p^{1.36}, \quad (6.53)$$

utilizando un valor de $\rho_p = 1.5 \text{ gr/cm}^3$ para la densidad de los planetesimales. Es importante remarcar que en la Ec. (6.53) debemos utilizar el radio efectivo dado por la Ec. (6.28), en vez del radio del blanco.

En los capítulos previos, mostramos que la formación simultánea *in situ* de los planetas gigantes del Sistema Solar puede ocurrir en una escala de tiempo compatible con las estimaciones observacionales de la vida media de los discos protoplanetarios solo si la mayor parte de la masa sólida acreta por los planetas está depositada en planetesimales pequeños ($r_p \lesssim 1$ km). Fortier *et al.* (2013), estudiaron en detalle el rol de los tamaños de los planetesimales en los modelos de formación de poblaciones planetarias. Estos autores encuentran que, incluyendo el régimen oligárquico para la acreción de los planetesimales en sus modelos, la formación de planetas gigantes a partir de una población homogénea de grandes planetesimales ($r_p \sim 100$ km) es poco probable. Sin embargo, los planetesimales pequeños tienen menores energías de impacto por unidad de masa. Por lo tanto, estos objetos sufren colisiones catastróficas a menores energías de colisión.

Los resultados de los dos conjuntos de simulaciones están resumidos en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1. Resultados de los dos conjuntos de simulaciones, considerando, y no, la fragmentación de los planetesimales (FP). La primer columna corresponde a la masa del disco, un valor de # significa que estamos considerando un disco # veces más masivo que la Nebulosa Solar de Masa Mínima (NSMM) de Hayashi (Hayashi, 1981). M_N representa la masa del núcleo cuando el planeta alcanza la masa crítica (a veces llamada masa de cruce, dado que es la masa cuando la envoltura gaseosa del planeta alcanza la masa del núcleo), mientras t representa el tiempo al cual esto ocurre (el tiempo está expresado en millones de años, Ma). Las simulaciones terminan a los 6 millones de años, por lo que en ese caso, M_N representa la masa del núcleo a dicho tiempo. Para el caso en que $r_p^{max} = 0.1$ km, y para discos 8 y 10 veces más masivos que la NSMM, las tasas de acreción de planetesimales se vuelven tan altas que los modelos no convergen cuando no se considera la fragmentación de los planetesimales.

#	$r_p^{max} = 0.1$ km				$r_p^{max} = 1$ km				$r_p^{max} = 10$ km				$r_p^{max} = 100$ km			
	Sin FP		Con FP		Sin FP		Con FP		Sin FP		Con FP		Sin FP		Con FP	
	M_N [M_\oplus]	t [Ma]														
2	23.10	4.41	0.04	6.00	5.84	6.00	0.04	6.00	0.35	6.00	0.06	6.00	0.11	6.00	0.11	6.00
4	32.23	0.39	0.09	6.00	21.37	2.99	0.08	6.00	9.17	6.00	0.18	6.00	0.56	6.00	0.52	6.00
6	35.25	0.17	0.20	6.00	27.55	0.92	0.12	6.00	21.55	3.27	0.39	6.00	2.13	6.00	1.34	6.00
8	–	–	0.45	6.00	35.73	0.33	0.15	6.00	27.77	1.64	0.67	6.00	14.99	6.00	3.58	6.00
10	–	–	0.77	6.00	45.78	0.15	0.18	6.00	32.64	0.99	1.00	6.00	25.06	4.07	7.13	6.00

Para los planetesimales más chicos ($r_p^{\max} = 0.1$ km), la fragmentación de los planetesimales inhibe completamente el proceso de formación planetaria. Cuando no consideramos la fragmentación de los planetesimales, el planeta alcanza la masa crítica antes de la disipación de la componente gaseosa, para discos con masas entre 2 y 10 veces la masa de la NSMM⁶. Para discos más masivos que 4 NSMM, los tiempos a los cuales el planeta alcanza la masa crítica son menores a 10^6 años. Sin embargo, las masas de los núcleos son grandes ($\gtrsim 30 M_{\oplus}$). Cuando incluimos la fragmentación de los planetesimales, los resultados cambian drásticamente. Para ninguna de las simulaciones realizadas, el planeta alcanza la masa crítica. Es más, para el caso en que consideramos el disco más masivo el planeta no logra alcanzar siquiera una masa terrestre.

En la Fig. 6.5, se muestra la tasa total de acreción de planetesimales como función del tiempo (panel superior) y como función de la masa del núcleo (panel inferior) para el caso de $r_p^{\max} = 0.1$ km y para tres diferentes discos. Cuando se incorpora la fragmentación de planetesimales las tasas totales de acreción de planetesimales caen drásticamente a pesar de los pequeños valores de la masa de los núcleos.

Las disminuciones en las tasas de acreción de planetesimales se deben a una disminución significativa en la densidad media de planetesimales en la zona de alimentación del planeta cuando se incorpora el fenómeno de la fragmentación de los planetesimales. En la Fig. 6.6, se muestra la evolución temporal del valor medio de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta para un disco 6 veces más masivo que la NSMM. Es importante remarcar que para el caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales (curva roja continua) la densidad superficial total de planetesimales corresponde a la densidad superficial de planetesimales de 0.1 km de radio. No ocurre lo mismo para el caso en donde se incorpora la fragmentación de los planetesimales, dado que la densidad superficial de planetesimales de 0.1 km de radio (curva roja a trazos) no es la densidad superficial total (curva negra continua), aunque esta última está dominada por el aporte de los planetesimales de 0.1 km de radio.

La disminución en la densidad superficial de planetesimales dentro de la zona de alimentación del planeta se debe a dos factores. El primer factor corresponde a que la mayor parte de la masa que se distribuye en los fragmentos, debida a las colisiones entre planetesimales, se pierde dado que se distribuye por debajo de la celda de masa correspondiente a $r_p = 1$ cm. Como mencionamos anteriormente, consideramos que la masa, producto de las colisiones entre planetesimales, es distribuida según una ley de potencia ($dn/dm \propto m^{-p}$) entre la celda de tamaño correspondiente a $r_p = 0.01$ cm y la celda de tamaño correspondiente al radio de los fragmentos más grandes, de masa M_F . Por lo tanto, si $p > 2$ la mayor parte de la masa se distribuye en los fragmentos más pequeños de la distribución, mientras que si $p < 2$ en los fragmentos más grandes de la distribución. En nuestro caso, cuando $p > 2$ la mayor parte de la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuye por debajo de $r_p = 1$ cm, y por ende la misma se pierde en nuestro modelo global. En la Fig. 6.7, se muestran los valores de q (el exponente de la ley de potencia de la distribución acumulada de tamaño, Ec. 6.31) como función de la fracción Q/Q_D^* . Podemos ver que, excepto para valores entre $2 \lesssim Q/Q_D^* \lesssim 3.5$, q es siempre menor que -3 . Esto implica que en general $q < -3$, por lo tanto $p > 2$ (Ec. 6.30) y la mayor parte de la masa a ser distribuida en los fragmentos se pierde por debajo de la celda de tamaño correspondiente a $r_p = 1$ cm.

El segundo factor involucrado en la disminución de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta se debe a que los remanentes que surgen de las colisiones entre planetesimales de 0.1 km se pulverizan rápidamente. Dado que los planete-

⁶Para discos 8 y 10 veces más masivos que la NSMM la tasa de acreción de planetesimales es tan alta que los modelos numéricos no convergen.

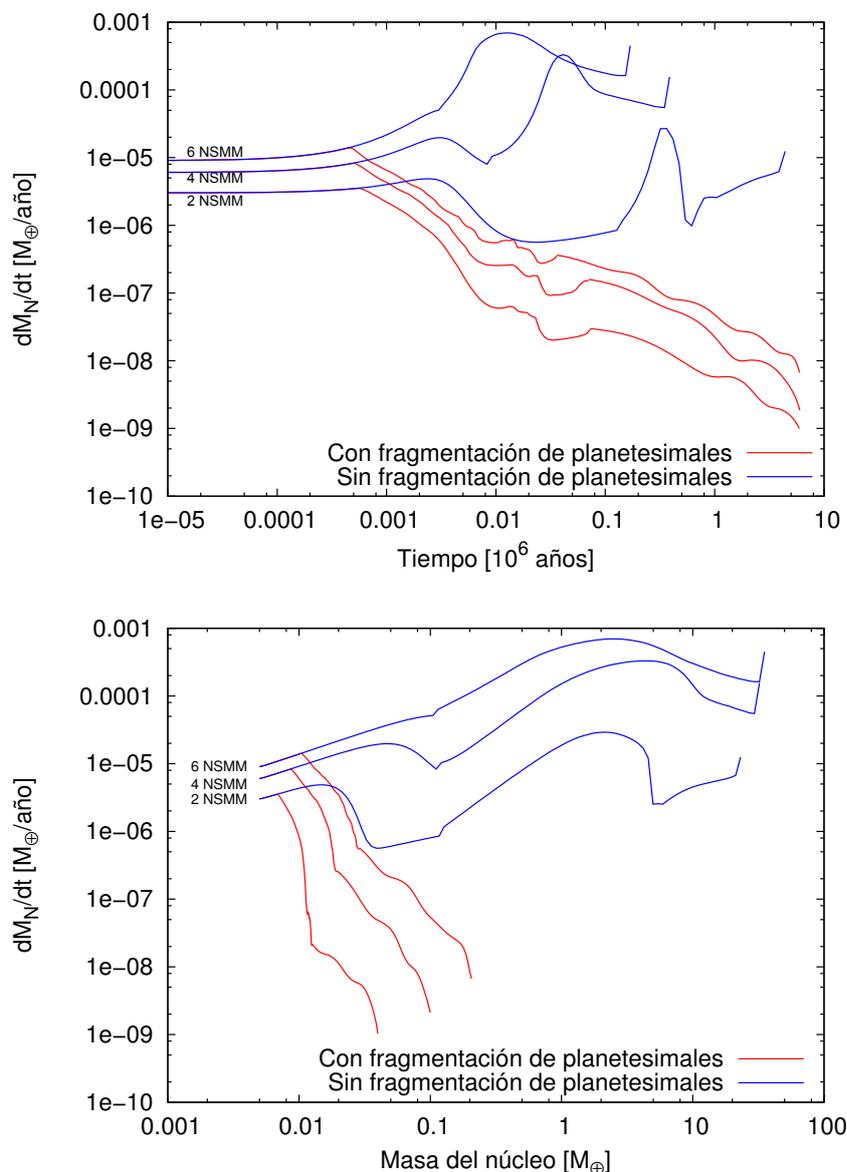


Figura 6.5. Tasa total de acreción de planetesimales como función del tiempo (panel superior) y como función de la masa del núcleo (panel inferior). Las líneas azules representan los casos para los cuales no consideramos la fragmentación de los planetesimales. Para estos casos, la masa crítica se alcanza en menos de 6 millones de años. Las líneas rojas representan los casos en donde si consideramos la fragmentación de los planetesimales. Podemos ver como las tasas de acreción de planetesimales caen drásticamente para estos últimos casos. A pesar de los valores pequeños de la masa de los núcleos, cuando incorporamos la fragmentación de planetesimales, se trunca el proceso de crecimiento de los embriones. La pequeña diferencia, entre los tres discos considerados, entre los valores de los núcleos a los cuales comienza a disminuir la tasa de acreción de planetesimales, se debe a la diferencia en la cantidad de gas presente en cada disco. Mientras más masivo es el disco, mayor es la densidad superficial de gas, lo que implica un mayor amortiguamiento, debido a la fricción gaseosa, sobre las excentricidades e inclinaciones, y por ende, las velocidades relativas entre los planetesimales son menores para un mismo valor de la masa del núcleo.

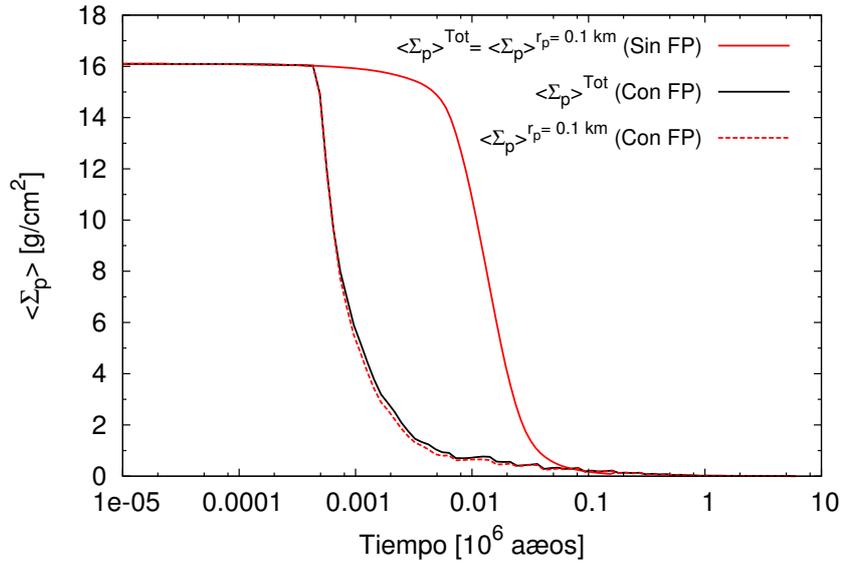


Figura 6.6. Evolución temporal del valor medio de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta para un disco 6 veces más masivo que la NSMM. Para el caso en donde no se considera la fragmentación de planetesimales (curva roja continua), la densidad de planetesimales de 0.1 km representa la densidad total. Este no es el caso cuando se introduce la fragmentación de planetesimales en el modelo (curva negra continua). Sin embargo, la densidad superficial de planetesimales de 0.1 km de radio (curva roja a trazos) domina la densidad superficial total.

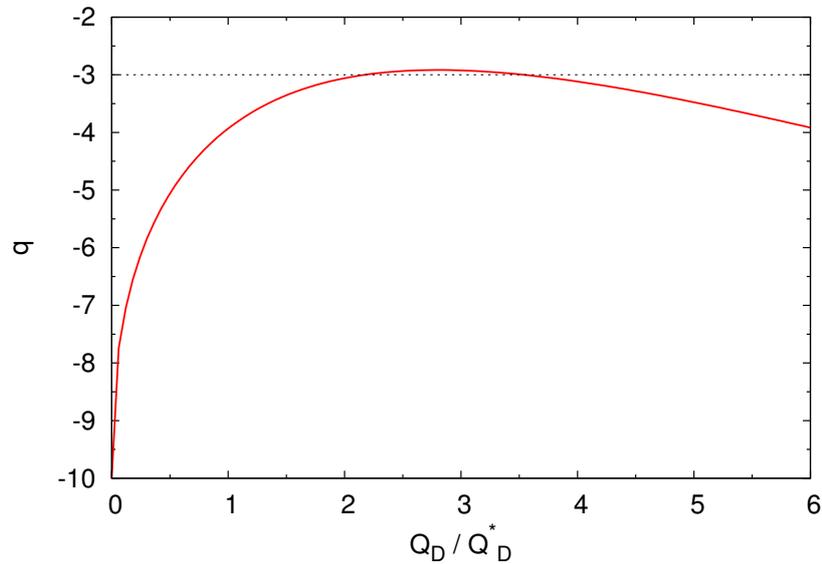


Figura 6.7. Exponente de la distribución acumulada de tamaño como función de la fracción Q/Q_D^* dado por el modelo. El valor de $q = -3$ implica que $p = 2$ (Ec. 6.30), y la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuye de forma homogénea entre los fragmentos.

simales de 0.1 km contienen inicialmente toda la masa sólida del sistema, la pulverización de los remanentes que surgen de las colisiones entre estos planetesimales implica una gran pérdida de masa. En la Fig. 6.8, se muestran los perfiles radiales de las excentricidades e inclinaciones, en la vecindad el planeta, a diferentes tiempos. Se muestran los perfiles para dos casos limites, para planetesimales con $r_p = 0.1$ km (los más grandes de la distribución) y para planetesimales de $r_p = 1$ cm (los más chicos de la distribución). Podemos ver que a medida que el tiempo avanza, la excitación gravitatoria que provoca el planeta sobre los planetesimales incrementa los valores de las excentricidades e inclinaciones en su vecindad.

A partir de los perfiles de excentricidades e inclinaciones, podemos analizar las velocidades relativas entre los blancos y proyectiles que pertenecen a una misma celda radial. La Fig. 6.9, muestra los perfiles radiales de las velocidades relativas para blancos de 0.1 km de radio y diferentes tamaños de proyectiles, a diferentes tiempos. Podemos ver que las velocidades se mantienen siempre por debajo de 1 km/s, y que los perfiles correspondientes a proyectiles con $r_p \lesssim 10$ m son muy similares. Esto se debe a que para estos fragmentos tan pequeños los perfiles de la evolución de las excentricidades e inclinaciones son muy similares debido al gran amortiguamiento que genera el gas del disco.

Finalmente, la Fig. 6.10 muestra los perfiles radiales, a diferentes tiempos, de la fracción Q/Q_D^* cuando los blancos y proyectiles pertenecen a la misma celda radial. Si $Q/Q_D^* > 1 + 0.5/0.35 \approx 2.428$, el remanente producto de una colisión es pulverizado (Ec. 6.27). Como podemos ver de la Fig. 6.10, las colisiones entre planetesimales de radio 0.1 km se hacen rápidamente supercatastróficas, la masa de los remanente que se producen en ellas se pierde. Además un hecho interesante es que, de acuerdo a la Ec. (6.27), para proyectiles con $r_p = 10$ m, si $Q/Q_D^* \lesssim 0.182$, entonces $M_R > M_T$ lo que implica que el resultado de la colisión es la coagulación entre el blanco y el proyectil (similares resultados se encuentran para proyectiles con radios menores a 10 m). Sin embargo, en este primer análisis no estamos considerando la acreción entre planetesimales.

En la Fig. 6.11 mostramos la evolución temporal del número de planetesimales y la densidad superficial de los mismos, en la celda radial correspondiente a la posición del planeta. Podemos ver que el número de planetesimales de radio 0.1 km se reduce rápidamente, debido a la evolución colisional de la población de planetesimales. También podemos ver que la generación de fragmentos no compensa la disminución de los planetesimales de 0.1 km. En efecto, los valores de las densidades superficiales de los planetesimales con $r_p < 0.1$ km son siempre $\ll 1$ gr/cm².

Encontramos resultados similares para los otros valores de r_p^{\max} considerados en este trabajo. Las colisiones entre planetesimales de radio r_p^{\max} se vuelven supercatastróficas y reducen significativamente las tasas totales de acreción de planetesimales. Este efecto, sumado al hecho de que la mayor parte de la masa perdida en las colisiones se deposita en las celdas de tamaño por debajo de la correspondiente a $r_p = 1$ cm, inhiben la formación de un núcleo capaz de alcanzar la masa crítica.

Solo para el caso en que $r_p^{\max} = 100$ km, y para discos masivos, hemos podido formar núcleos con masas superiores a $1 M_{\oplus}$. Esto se debe a que, a pesar de que las velocidades relativas para los grandes planetesimales son mayores, estos planetesimales tienen mayores energías específicas de impacto por unidad de masa (Fig. 6.12).

A modo de ejemplo, en la Fig. 6.13 mostramos las tasas de acreción de planetesimales para el caso en que $r_p^{\max} = 100$ km y para un disco 10 veces más masivo que la NSMM. En línea roja continua, se muestra la tasa total de acreción de planetesimales. Podemos ver como la misma disminuye abruptamente, en comparación al caso en donde no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales (línea negra a trazos), debido a una disminución en las tasas de acreción de los planetesimales de 100 km de radio. Podemos ver también que la

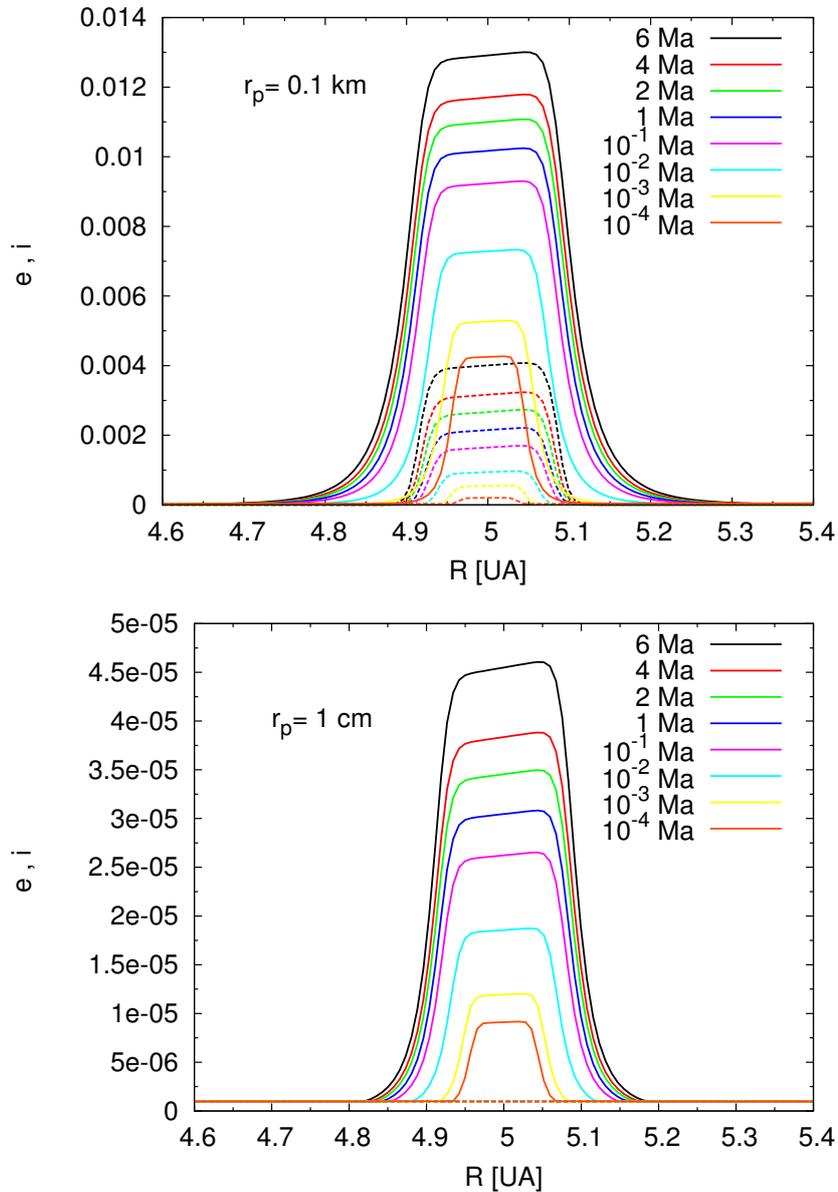


Figura 6.8. Evolución temporal de los perfiles radiales de las excentricidades (líneas continuas) e inclinaciones (líneas a trazos) de los planetesimales en la vecindad del planeta. Se muestran los casos correspondientes para planetesimales con $r_p = 0.1$ km (los más grandes de la distribución) y para planetesimales de $r_p = 1$ cm (los más chicos de la distribución). A medida que avanza el tiempo aumentan los valores de e e i (los tiempos están expresados en millones de años, Ma). Es claro que los planetesimales con $r_p = 0.1$ km no alcanzan el equilibrio ($\beta = i/e \neq 0.5$). Para $r_p = 1$ cm, las inclinaciones nunca superan el valor mínimo adoptado en este trabajo ($i = 10^{-6}$).

6. Fragmentación de planetesimales y su rol en la formación de planetas gigantes

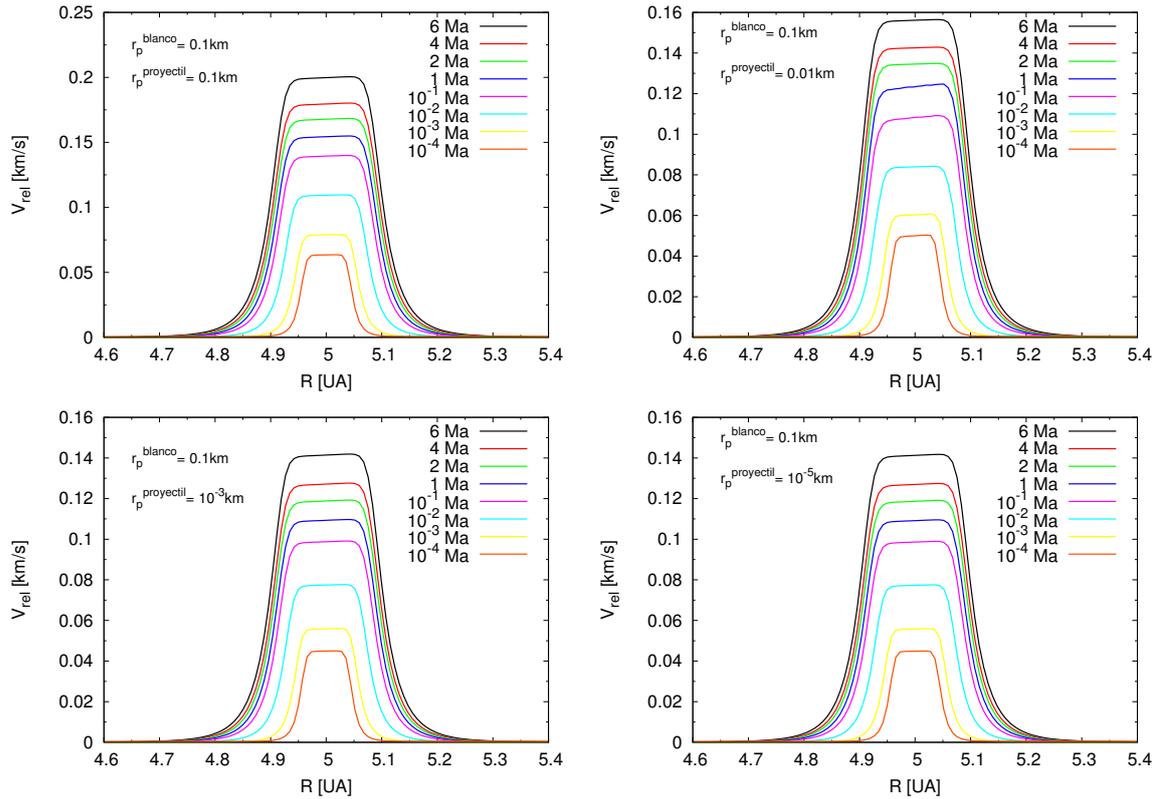


Figura 6.9. Evolución temporal de los perfiles radiales de las velocidades relativas para blancos de 0.1 km de radio y diferentes tamaños de proyectiles, cuando ambos pertenecen a la misma celda radial. Las velocidades relativas son siempre menores a 1 km/s, siendo las máximas cuando el proyectil tiene $r_p = 0.1$ km. Para proyectiles con $r_p \lesssim 10$ m, los perfiles son prácticamente los mismos dado que los perfiles de excentricidades e inclinaciones son muy similares, y por ende la velocidad relativa está dominada por el aporte del blanco.

acreción de los fragmentos no compensa la disminución antes mencionada.

Por otro lado, para mostrar la importancia de considerar la migración de los fragmentos, graficamos también la tasa total de acreción de planetesimales para un caso en donde no tenemos en cuenta la migración de los planetesimales (línea naranja a trazos). En este caso, la tasa total de acreción de planetesimales se vuelve inicialmente más grande que la correspondiente al caso en donde no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales. Luego, la tasa total de acreción de planetesimales cae significativamente. Esto se debe a que el planeta se vuelve lo suficientemente masivo como para producir que en las colisiones entre los planetesimales de 100 km de radio se pulverice el remanente. Por ende, la fragmentación de los planetesimales causa por sí sola una gran pérdida de masa. Esto puede verse también en la Fig 6.14, en donde graficamos la masa del núcleo como función del tiempo. Podemos ver que para el caso en donde no se tiene en cuenta la migración de los planetesimales, la acreción de los fragmentos favorece inicialmente el crecimiento del núcleo del planeta, respecto al caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales. Luego, el núcleo crece *asintóticamente*. Por otro lado, cuando se considera la migración de los planetesimales, la tasa total de acreción de planetesimales es siempre menor que la correspondiente al caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales. Las disminuciones en las tasas totales de acreción cuando se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales se debe nuevamente a una disminución en la densidad superficial de los planetesimales en

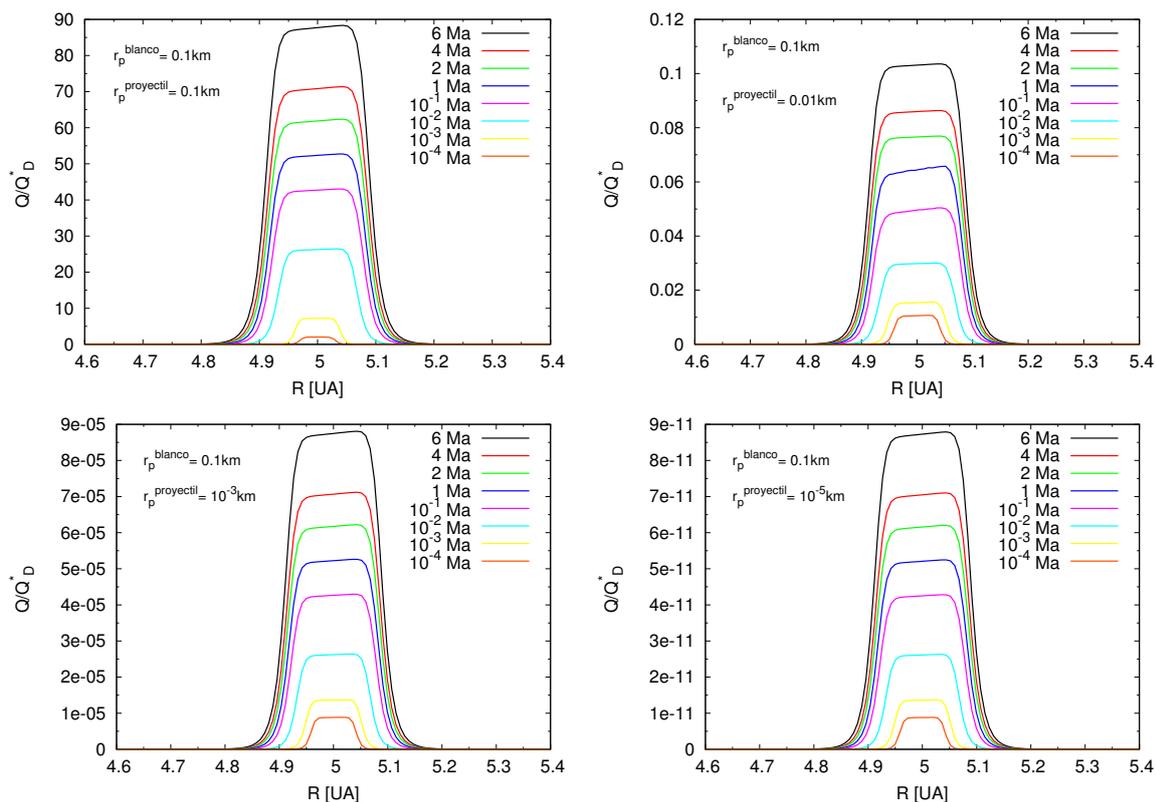


Figura 6.10. Evolución temporal de los perfiles radiales de la fracción Q/Q_D^* cuando los blancos y proyectiles pertenecen a la misma celda radial.

la zona de alimentación del planeta. En la Fig. 6.15, se grafica la evolución temporal de la densidad superficial media de planetesimales en la zona de alimentación del planeta. Podemos ver como cuando se considera la fragmentación y migración de los planetesimales se reduce la densidad superficial media, respecto al caso en donde el fenómeno de la fragmentación de planetesimales no se considera. Como en el caso de $r_p^{\max} = 0.1$ km, los planetesimales que inicialmente contienen toda la masa del sistema (en este caso los de 100 km de radio) son los que dominan la densidad superficial total. Para el caso en donde no se considera la migración orbital de los planetesimales, la disminución se debe inicialmente a la acreción de los fragmentos, los cuales no migran y son muy eficientemente acretados por el planeta.

Por último, en la Fig. 6.16 se muestra la evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial de los planetesimales de 100 km de radio, para los casos en donde se considera la fragmentación de los planetesimales (líneas continuas), y en donde no (líneas a trazos). Los perfiles son los mismos hasta 0.5 millones de años. A 1 millón de años podemos ver una disminución evidente en la densidad superficial alrededor del planeta (a 5 UA) para el caso en donde se considera la fragmentación de los planetesimales. Esta disminución se debe en su totalidad a la fragmentación de los planetesimales, y no a la acreción. Esto puede verse de la Fig. 6.13, dado que a 1 millón de años las tasa de acreción de los planetesimales de 100 km de radio son similares para ambos casos, y de la Fig. 6.14, en donde podemos ver que a la masa de los núcleos también son similares para ambos casos. A medida que el tiempo avanza, para el caso en que se considera la fragmentación de los planetesimales, se hace más evidente la disminución en la densidad superficial de planetesimales respecto al caso en donde no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales. Finalmente, a 4 millones de años la densidad superficial de planetesimales se hace prácticamente nula en la posición

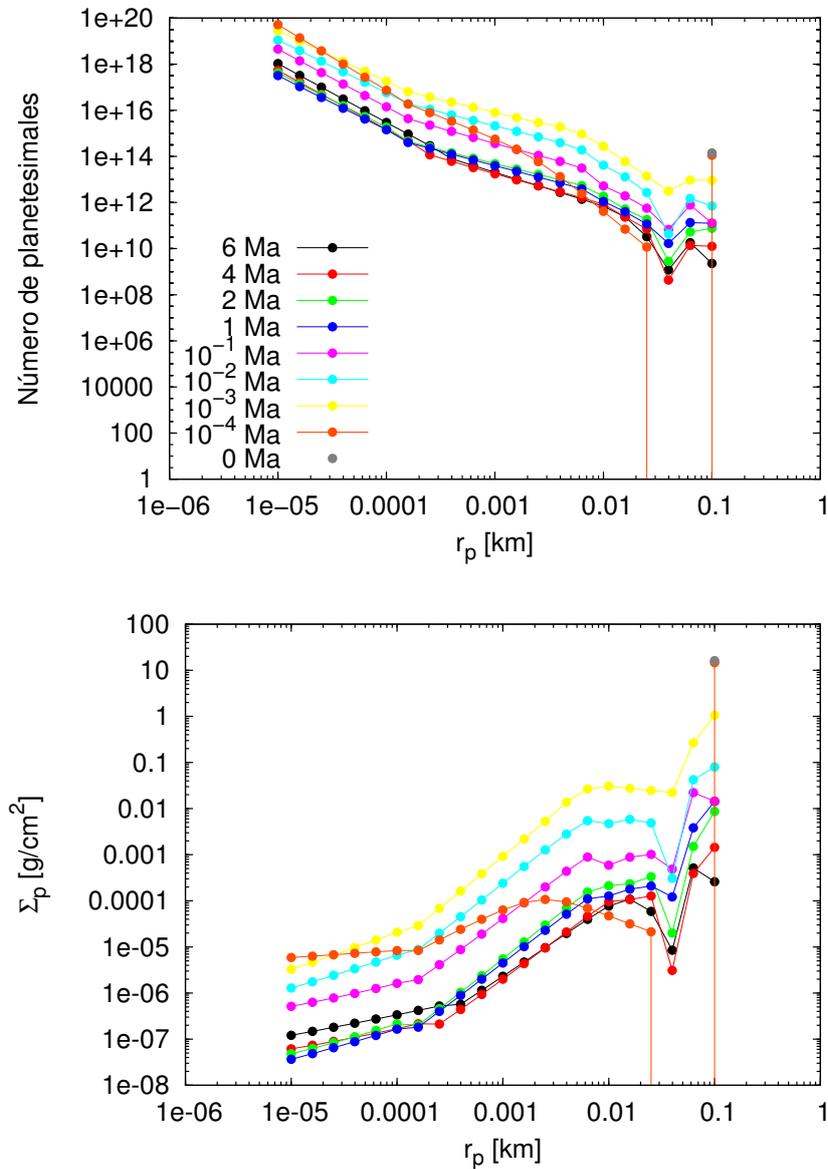


Figura 6.11. Evolución temporal del número de planetesimales (panel superior) y de la densidad superficial de los planetesimales (panel inferior) pertenecientes a la celda radial correspondiente a la posición del planeta. El número de planetesimales evoluciona por la acreción por parte del planeta, por migración orbital y por la fragmentación de los mismos.

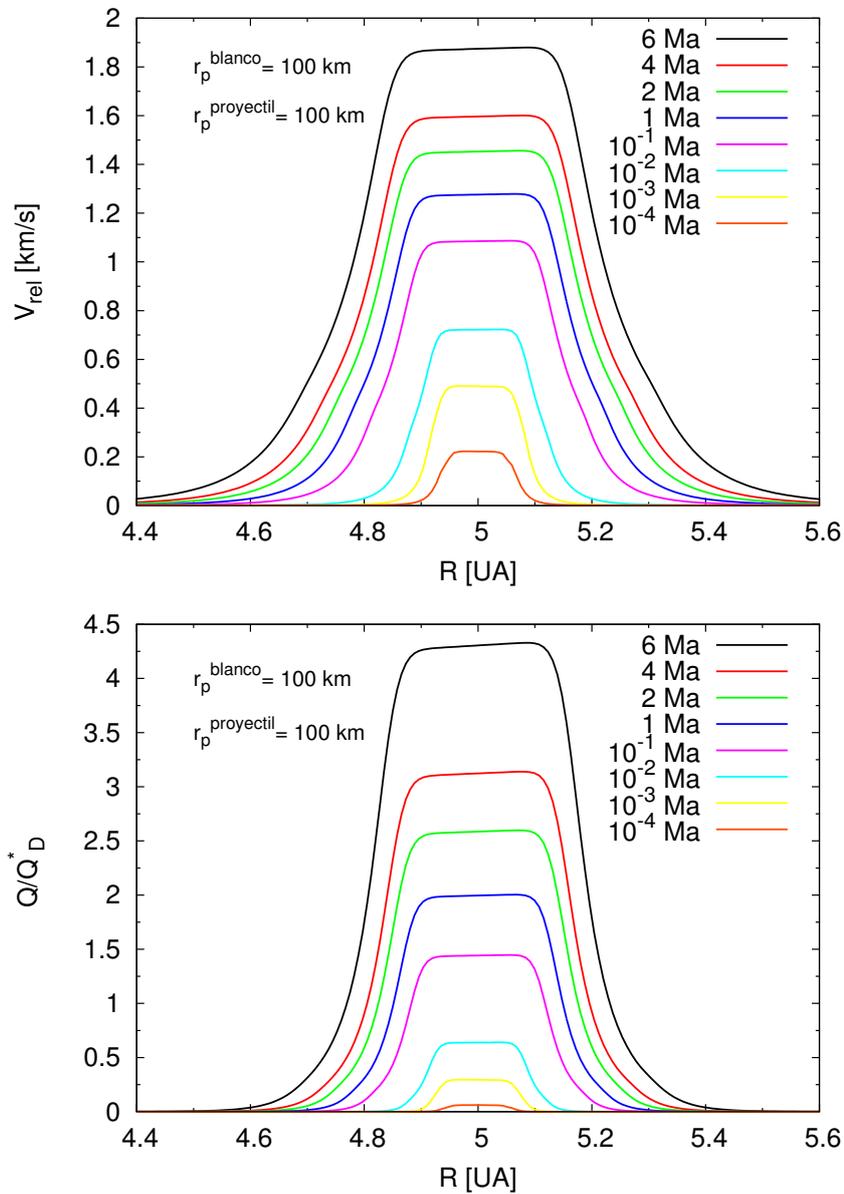


Figura 6.12. Evolución temporal de los perfiles de las velocidades relativas y la fracción Q/Q_D^* para blancos y proyectiles de 100 km de radio, para un disco 6 veces más masivo que la NSMM. A pesar de que los valores de las velocidades relativas son mayores que para planetesimales más chicos, la fracción Q/Q_D^* es mucho menor. Este se debe a que los grandes planetesimales tienen mayores energías específicas de impacto por unidad de masa.

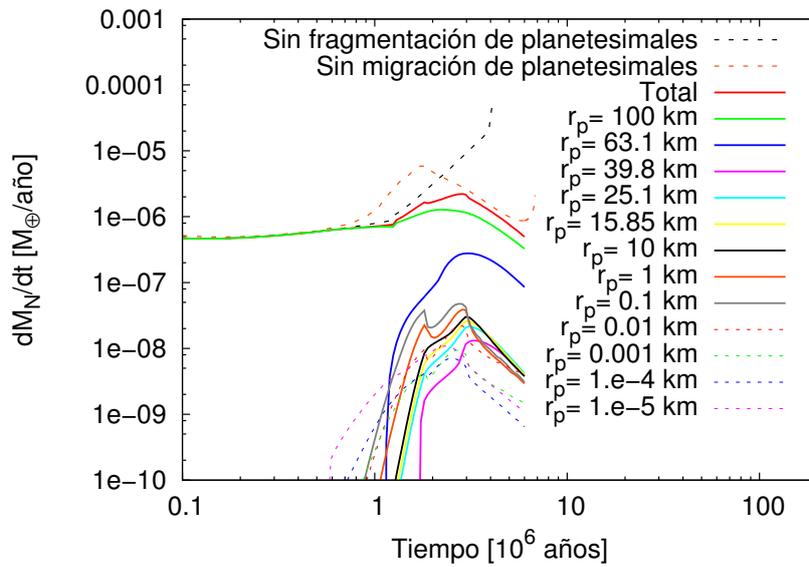


Figura 6.13. Tasas de acreción de planetesimales como función del tiempo para un planeta localizado a 5 UA y un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Inicialmente los planetesimales de 100 km de radio contienen toda la masa sólida del sistema. Podemos ver como la fragmentación de planetesimales disminuye las tasas de acreción, respecto al caso en donde dicho fenómeno no es considerado, aun para el caso en donde no se tiene en cuenta la migración de los planetesimales. Vemos como la acreción de los fragmentos no compensa la disminución en la acreción de los planetesimales más grande de la población.

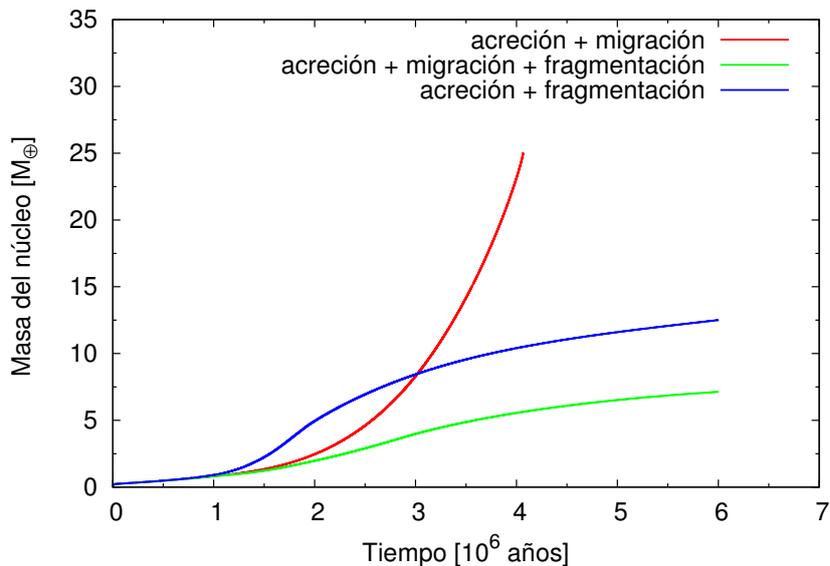


Figura 6.14. Masa del núcleo como función del tiempo para los tres casos analizados. Podemos ver que, cuando se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales se limita el crecimiento de los núcleos, y las masas de los núcleos crecen *asintóticamente*.

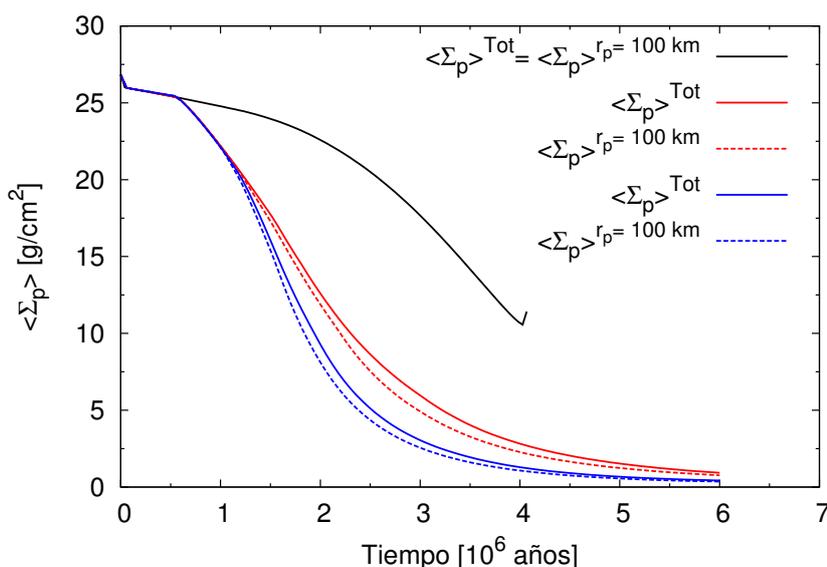


Figura 6.15. Evolución temporal de la densidad superficial de planetesimales en la zona de alimentación del planeta para el caso de $r_p^{\max} = 100$ km y un disco 10 veces más masivo que la NSMM. La curva negra representa el caso en donde no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales. Los casos representados por las curvas roja y azul tienen en cuenta la fragmentación de planetesimales. En particular, la curva azul representa el caso en donde no se incluye la migración orbital de los planetesimales. Finalmente, las curvas continuas representan las densidades totales, mientras que las curvas punteadas representan las densidades de los planetesimales de 100 km de radio.

del planeta. Además, es claro que el fenómeno de la fragmentación de los planetesimales es mayor en las cercanías del planeta y disminuye a medida que nos alejamos del mismo.

Es importante remarcar que los resultados que encontramos son insensibles respecto al número de celdas radiales y de tamaño consideradas. Realizamos simulaciones con el doble de celdas radiales y de tamaño, y encontramos que los resultados son análogos a los presentados anteriormente.

6.4.1. Acerca de la distribución de fragmentos

Como mencionamos anteriormente, la mayor parte de la masa producida en las colisiones entre planetesimales se distribuye en las celdas de tamaño menores a la correspondiente a $r_p = 1$ cm. El exponente p de la ley de potencia que representa la distribución de masa con la cual se distribuyen los fragmentos es en general mayor que dos, lo que implica que la mayor parte de la masa se deposita en los fragmentos más chicos de la distribución. Sin embargo, otros trabajos sugieren que tal exponente debería estar en el rango entre 1 y 2. Esto implica que la mayor parte de la masa generada en las colisiones se distribuya en los fragmentos más grandes de la distribución, y por ende que la masa que se pierde sea menor que en nuestros modelos.

Kobayashi y Tanaka (2010), desarrollaron un modelo de fragmentación similar, desde un punto de vista cualitativo respecto a como consideran el resultado de una colisión, en donde la masa perdida en las colisiones se distribuye en los fragmentos mediante una distribución de masa tipo ley de potencia ($dn/dm \propto m^{-b}$). En trabajos posteriores, Kobayashi *et al.* (2010, 2011) y Ormel y Kobayashi (2012) aplican este modelo para estudiar el proceso de formación planetaria adoptando un valor de $b = 5/3$. Estos autores encuentran que en general la

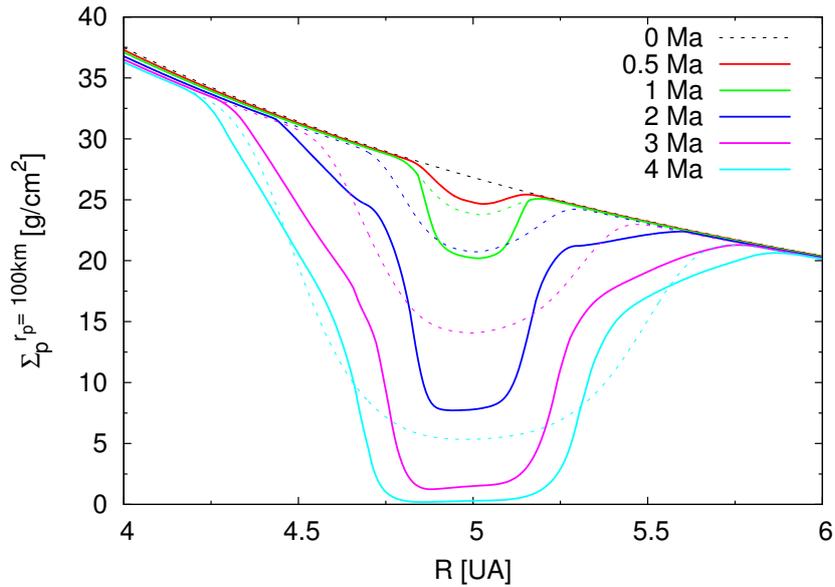


Figura 6.16. Evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial de los planetesimales de 100 km de radio, para un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Las curvas continuas representan el caso en donde se considera la fragmentación de los planetesimales (las curvas punteadas el caso donde no). Cuando no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales, la disminución en la densidad superficial de planetesimales se debe a la acreción de los mismos por parte del embrión (para planetesimales de 100 km de radio, la migración orbital no juega un rol importante, dado que las escalas temporales son bastante mayores que las escalas temporales correspondientes a la acreción). Para el caso en donde si consideramos la fragmentación de los planetesimales, este es el principal fenómeno que reduce la densidad superficial de planetesimales en la vecindad del planeta.

fragmentación de planetesimales inhibe el proceso de formación planetaria, y solo para discos masivos y a partir de planetesimales grandes ($r_p \geq 100$ km) es posible que se formen planetas con núcleos mayores a $10 M_\oplus$.

En base a estos trabajos, adoptaremos un exponente fijo de $p = 5/3$ para nuestra ley de potencia con la cual distribuimos la masa perdida en las colisiones entre planetesimales sobre los fragmentos. Dado el alto costo computacional involucrado en los cálculos, solo repetimos las simulaciones para un disco 10 veces más masivo que la NSMM, a partir del cual obtuvimos nuestros *mejores* resultados. Utilizando un exponente fijo de $p = 5/3$ y para el caso de una población inicial de planetesimales de 100 km de radio, encontramos que el fenómeno de la fragmentación de los planetesimales favorece la formación de un núcleo masivo. Para esta simulación, encontramos que el planeta alcanza la masa crítica a los 3.61 millones de años (~ 0.5 millones antes que para el caso en donde no se considera la fragmentación de planetesimales). En la Fig. 6.17 (panel superior) se muestra la evolución temporal de las tasas totales de acreción de planetesimales para los casos en donde no se tiene en cuenta la fragmentación, para el modelo base⁷, el caso en que $p = 5/3$ y un caso en donde no tenemos en cuenta la acreción de los fragmentos. Para este último caso y para el modelo base, las tasas totales de acreción de planetesimales disminuyen cuando la fragmentación de planetesimales se hace eficiente. Es más, no hay diferencias significativas entre ambos modelos. Esto se debe a que en el modelo base hay una gran pérdida de la masa

⁷El modelo para el cual el exponente p se calcula con la Ec. (6.30).

que se distribuye entre los fragmentos. Por otro lado, si la mayor parte de la masa generada en las colisiones entre planetesimales se distribuye entre los fragmentos más grandes la tasa total de acreción de planetesimales se vuelve mayor, en los primeros momentos del proceso de formación, a la correspondiente al caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales. En la Fig. 6.17 (panel inferior) graficamos la evolución temporal de las tasas de acreción para diferentes tamaños de los planetesimales, para el caso en donde $p = 5/3$. Entre ~ 0.5 millones de años y 1 millón de años, la tasa de acreción de los planetesimales de 100 km de radio es ligeramente menor que la correspondiente al caso en donde no se tiene en cuenta la fragmentación de los planetesimales. Sin embargo, la tasa total de acreción de planetesimales es mayor. Esto se debe a la acreción de los fragmentos, especialmente de aquellos con tamaños entre ~ 0.1 km y ~ 25 km. Luego, la acreción de los planetesimales de 100 km de radio se incrementa, dado que la fracción entre el radio extendido y el radio del núcleo $R_{\text{Ext}}/R_{\text{N}}$ (ver Cap. 3) se hace mayor que 1, lo que implica un aumento en la sección eficaz de captura del planeta debido a la presencia de la envoltura. La tasa total de acreción de planetesimales se mantiene superior que la correspondiente al caso en donde no se considera la fragmentación de planetesimales hasta $\sim 2.5 \times 10^6$ años. Este exceso en la tasa total de acreción de planetesimales debido a la acreción de los fragmentos produce que a ~ 2.5 millones de años el planeta tenga un núcleo de $\sim 12.5 M_{\oplus}$ (Fig. 6.20, panel superior). A este tiempo, la masa del núcleo del planeta correspondiente al caso en donde no tuvimos en cuenta la fragmentación de los planetesimales es de $\sim 4.5 M_{\oplus}$. Luego de los 2.5 millones de años, la tasa total de acreción de planetesimales disminuye debido a la fragmentación de los planetesimales hasta que el planeta alcanza la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura, en donde la tasa total de acreción vuelve a crecer.

En la Fig. 6.18, mostramos una comparación de la evolución temporal del número de planetesimales en la celda radial correspondiente al planeta, para el caso en donde la mayor parte de la masa perdida en las colisiones se distribuye entre los fragmentos más chicos (círculos llenos) y para el caso en donde dicha masa se distribuye en los fragmentos más grandes (círculos vacíos). Podemos ver como el número de fragmentos entre ~ 0.1 km y ~ 25 km es mucho mayor para el segundo caso para 0.75, 1 y 2 millones de años. La acreción de estos fragmentos favorece la formación de un embrión masivo. Luego, a 3 millones de años, el número de fragmentos entre ~ 0.1 km y ~ 25 km se hace menor que al primer caso. Esto se debe a la acreción de tales fragmentos. Finalmente, para el segundo caso el planeta alcanza la masa crítica a ~ 3.61 millones de años.

Luego, en la Fig. 6.19 graficamos la evolución temporal del \log_{10} de la razón entre el radio de captura extendido y el radio del núcleo para planetesimales entre 0.1 km y 100 km, que son los planetesimales que más contribuyen en la tasa total de acreción. Podemos ver que la presencia de la envoltura gaseosa del planeta incrementa el radio de captura del planeta. Es más, cuando comienza el proceso de fragmentación de los planetesimales, a $\sim 0.5 \times 10^6$ años, el radio de captura extendido para planetesimales entre ~ 0.1 km y ~ 10 km es mayor al radio físico del núcleo. A medida que el tiempo avanza, la envoltura gaseosa del planeta crece y el radio extendido crece para todos los tamaños de los planetesimales. Ambos efectos, el incremento en el radio de captura y que la mayor parte de la masa perdida en las colisiones se deposite en los fragmentos más grandes, favorecen al proceso de formación planetaria. Aun más, a 1 millón de años el radio de captura extendido para planetesimales de 100 km se hace mayor que el radio físico del núcleo. A este tiempo, la tasa de acreción de planetesimales de 100 km se hace mayor que la correspondiente al caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales (Fig.6.17), lo que induce la rápida formación de un núcleo masivo. Recientemente, Fortier *et al.* (2013) y Alibert *et al.* (2013) introdujeron las prescripciones dadas por Inaba e Ikoma (2003) para calcular el radio extendido de captura, en sus modelos

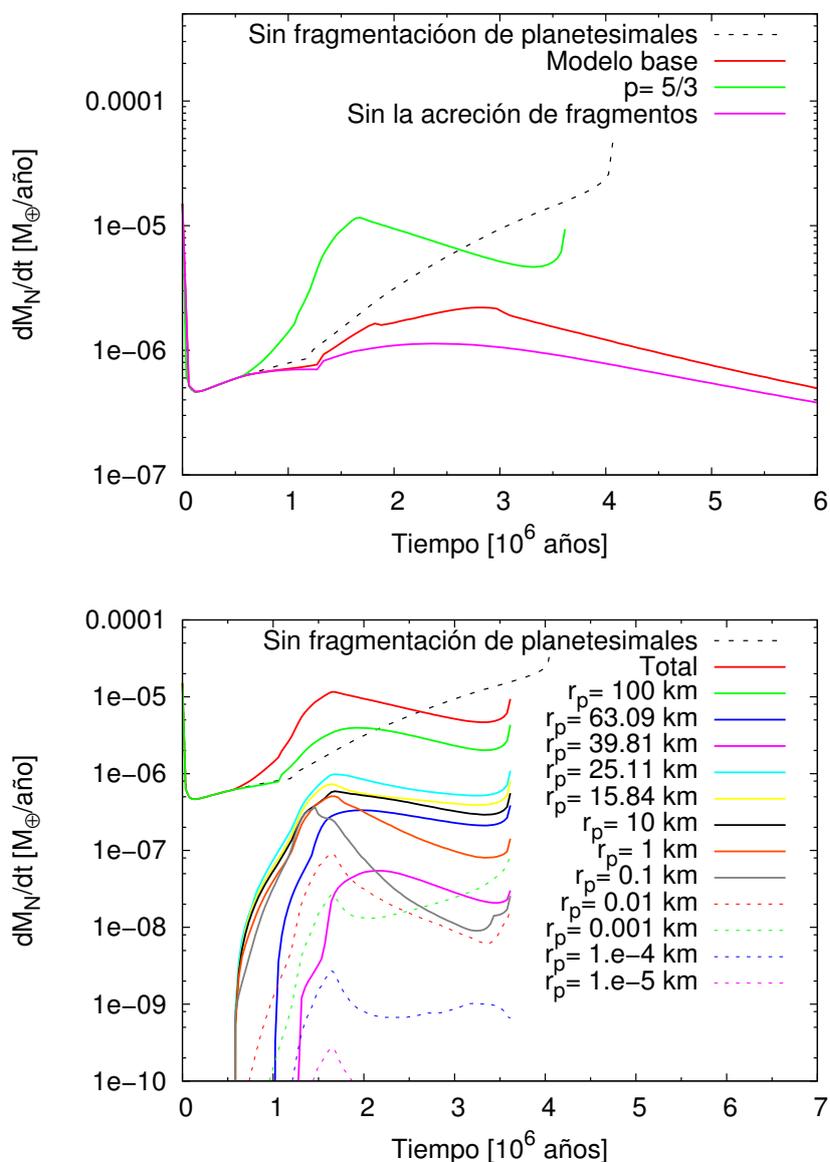


Figura 6.17. Panel superior: Tasas totales de acreción de planetesimales como función del tiempo para un planeta a 5 UA en un disco 10 veces más masivo que la NSMM, en donde inicialmente toda la masa sólida está depositada en planetesimales de 100 km. La curva negra a trazos representa el caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales. La curva roja representa el modelo base, en donde el exponente p se calcula con las prescripción del código Boulder. La curva verde representa el caso en donde $p = 5/3$ es un valor fijo para todas las colisiones entre los planetesimales, mientras que la curva violeta representa un caso en donde no se considera la acreción de los fragmentos. Panel inferior: tasas de acreción de planetesimales para distintos tamaños de los mismos, para el caso en donde $p = 5/3$ para todas las colisiones entre planetesimales. La acreción de los fragmentos con tamaños entre 0.1 km y ~ 25 km incrementan la tasa total de acreción (curva roja) respecto al caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales.

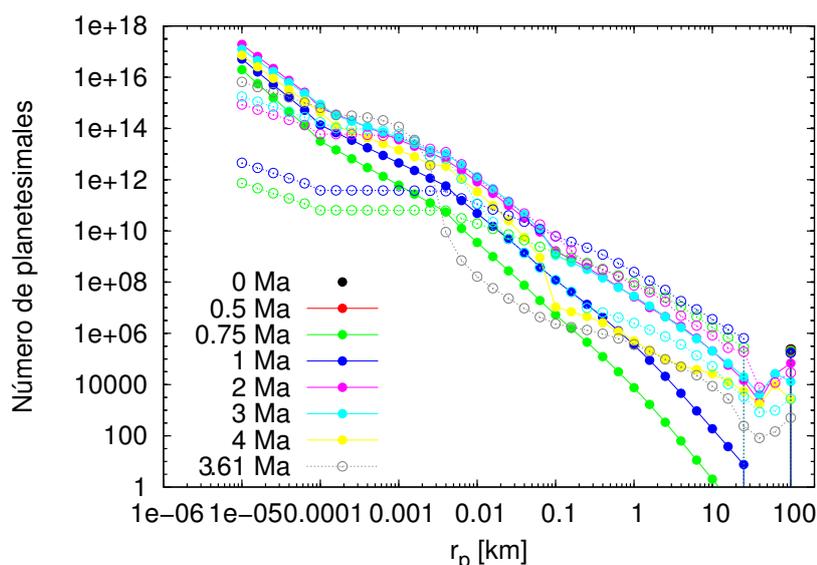


Figura 6.18. Evolución temporal del número de planetesimales en la celda radial del planeta, para el caso en donde $r_p^{\max} = 100$ km y un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Los círculos abiertos representan el caso en donde la mayor parte de la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se deposita en los fragmentos más grandes, mientras que los círculos llenos representan el caso opuesto. El incremento en el número de cuerpos entre ~ 0.1 km and ~ 25 km para el primer caso, a tiempos $t \lesssim 2$ millones de años, favorece la rápida formación de un núcleo masivo, y que el planeta alcance la masa crítica a ~ 3.61 millones de años.

de formación planetaria. Estos autores encuentran que el radio de captura obtenido con las prescripciones de Inaba e Ikoma (2003) son los mismos que los obtenidos a partir de calcular las trayectorias de los planetesimales dentro de la envoltura gaseosa del planeta resolviendo las ecuaciones de movimientos correspondientes.

Un comportamiento similar ocurre para discos menos masivos. Sin embargo, para un disco 8 veces más masivo que la NSMM el planeta no alcanza la masa crítica. Luego de 6 millones de años de evolución, el planeta alcanza una masa total de $\sim 20 M_{\oplus}$ ($\sim 14 M_{\oplus}$ correspondientes al núcleo y $\sim 6 M_{\oplus}$ correspondientes a la envoltura, Fig. 6.20 panel inferior). Aunque la masa del núcleo es menor que la correspondiente a la masa del núcleo para el caso en donde no consideramos la fragmentación de los planetesimales (luego de los 6 millones de años de evolución, ver Tabla. 6.1), a 4 millones de años el planeta tiene un núcleo de $\sim 10 M_{\oplus}$, mientras que al mismo tiempo el núcleo del planeta para el caso en donde no consideramos la fragmentación tiene una masa de $\sim 4 M_{\oplus}$.

También encontramos que cuando la mayor parte de la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuye en los fragmentos más grandes la tasa total de acreción de planetesimales se hace mayor que la correspondiente al modelo base (en donde el exponente p se calcula con las prescripciones del código Boulder) para planetesimales iniciales de 0.1 km, 1 km y 10 km de radio. Calculamos nuevamente las simulaciones para estos casos, pero dado el alto costo computacional, solo para un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Para estos casos encontramos una situación diferente a la correspondiente para el caso de $r_p^{\max} = 100$ km. La tasa de acreción correspondiente a r_p^{\max} decae rápidamente, y la tasa total de acreción de planetesimales es dominada por los fragmentos de $\sim r_p = 1$ m. Sin embargo, las colisiones entre estos pequeños fragmentos (y obviamente con fragmentos más chicos) no

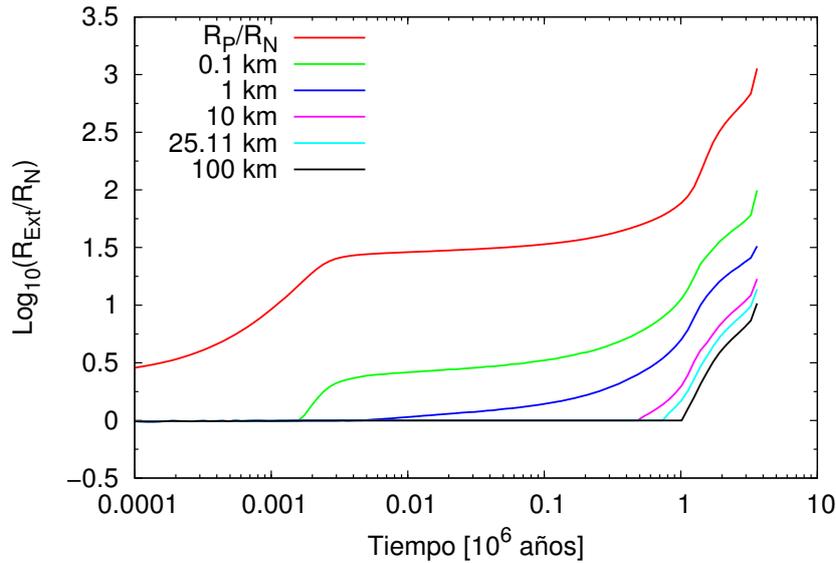


Figura 6.19. Radio extendido de captura como función del tiempo para el caso en donde $r_p^{\max} = 100$ km y un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Se muestra el caso de planetesimales con tamaños entre 0.1 km and 100 km, los cuales son los que más aportan a la tasa total de acreción del planeta. La línea roja representa la razón entre el radio del planeta y el radio del núcleo.

son destructivas, si no que el resultado de la colisión es la coagulación de los fragmentos. Por lo tanto, en este escenario es necesario tener en cuenta, además de la fragmentación, la coagulación entre los planetesimales.

Como ejemplo, en la Fig. 6.21 (panel superior) graficamos las tasas de acreción de planetesimales para el caso de $r_p^{\max} = 10$ km. Para este caso, el núcleo del planeta alcanzó una masa de $3 M_{\oplus}$ luego de 6 millones de años de evolución. Podemos ver como la tasa de acreción de planetesimales de 10 km de radio decae significativamente, y como la tasa total es finalmente dominada por la acreción de fragmentos de $r_p \sim 1$ m. Sin embargo, este dominio es ficticio dado que dichos fragmentos se coagulan formando cuerpos mayores. A pesar de que un modelo más realista que incluya la coagulación entre planetesimales es necesario, para este caso no esperamos cambios significativos para el mismo dado que las tasas de acreción de los fragmentos de $\sim r_p = 1$ m se mantienen relativamente bajas (menores a $10^{-7} M_{\oplus}/\text{año}$).

Este no ocurre para los casos en donde $r_p^{\max} = 1$ km y $r_p^{\max} = 0.1$ km (Fig. 6.21, paneles medio e inferior, respectivamente). En estos casos la tasa de acreción de los fragmentos de $\sim r_p = 1$ m se hace significativa, manteniendo valores altos para la tasa total de acreción de planetesimales. Para el caso de $r_p^{\max} = 1$ km, el núcleo del planeta alcanza una masa de $\sim 9 M_{\oplus}$ luego de 6 millones de años de evolución. Más evidente es el caso de $r_p^{\max} = 0.1$ km, para el cual detuvimos la simulación a 0.75 millones de años dado que a este tiempo el núcleo del planeta alcanzó una masa de $\sim 12 M_{\oplus}$. Sin embargo, como mencionamos anteriormente, estos resultados pueden ser ficticios, dado que en este caso es necesario considerar la coagulación entre planetesimales. Esto no sucede para el caso de grandes planetesimales, $r_p^{\max} = 100$ km, en donde la acreción de pequeños fragmentos no contribuye significativamente a la tasa total de acreción. De hecho, para el caso de $r_p^{\max} = 100$ km, la tasa total de acreción está siempre dominada por la acreción de planetesimales de 100 km de radio. Además, los fragmentos que tienen una aporte significativo en la tasa total de acreción son aquellos con radios mayores a 0.1 km, para los cuales las colisiones entre ellos son destructivas.

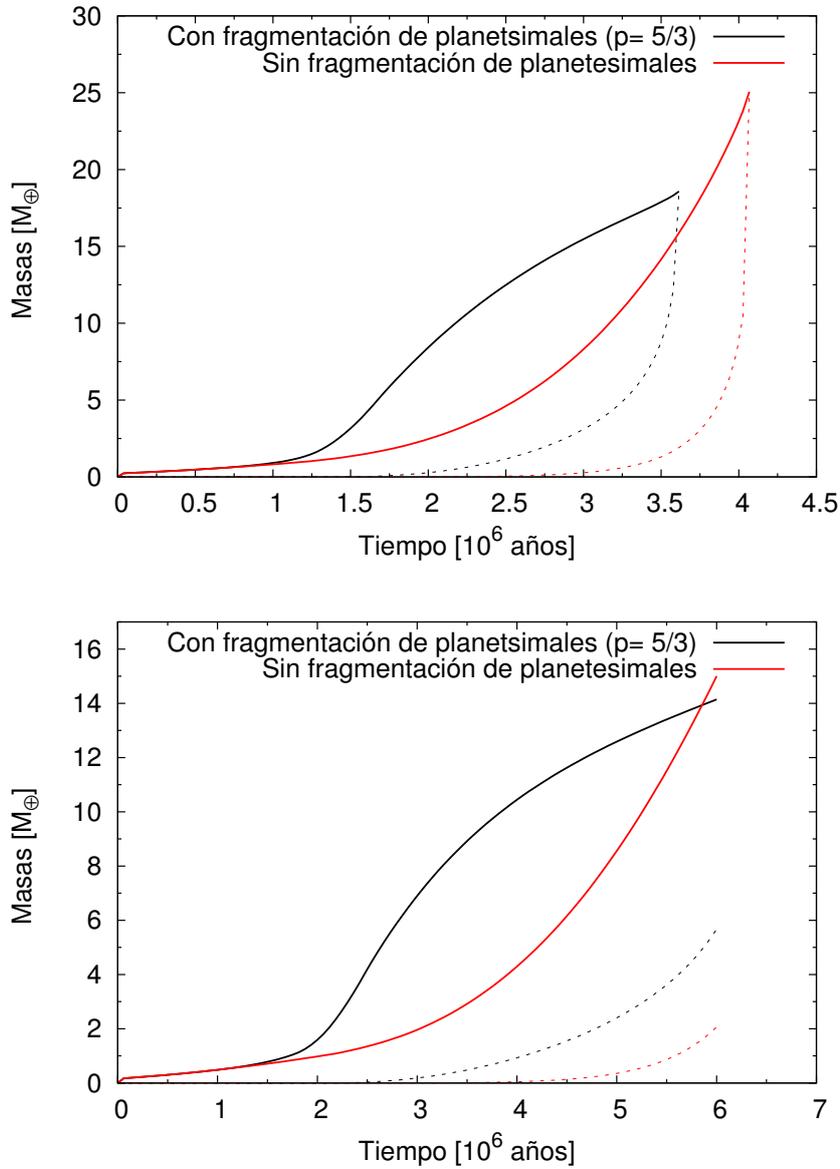


Figura 6.20. Masa de los núcleos (curvas sólidas) y las envolturas gaseosas (curvas a trazos) como función del tiempo para el caso en donde consideramos la fragmentación de los planetesimales con $p = 5/3$, y para el caso en donde no consideramos la fragmentación de los planetesimales. En el panel superior se muestra el caso para un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Para este caso, cuando se incorpora la fragmentación de planetesimales, el planeta alcanza antes la masa crítica respecto al caso en donde no se considera la fragmentación. Para un disco 8 veces más masivo que la NSMM (panel inferior), en ninguno de los dos casos se alcanza la masa crítica. Es más, luego de 6 millones de años de evolución, la masa del núcleo para el caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales es mayor. Sin embargo, cuando consideramos la fragmentación de los planetesimales, el núcleo crece más rápidamente inicialmente, y a ~ 4 millones de años alcanza una masa levemente superior a las $10 M_{\oplus}$.

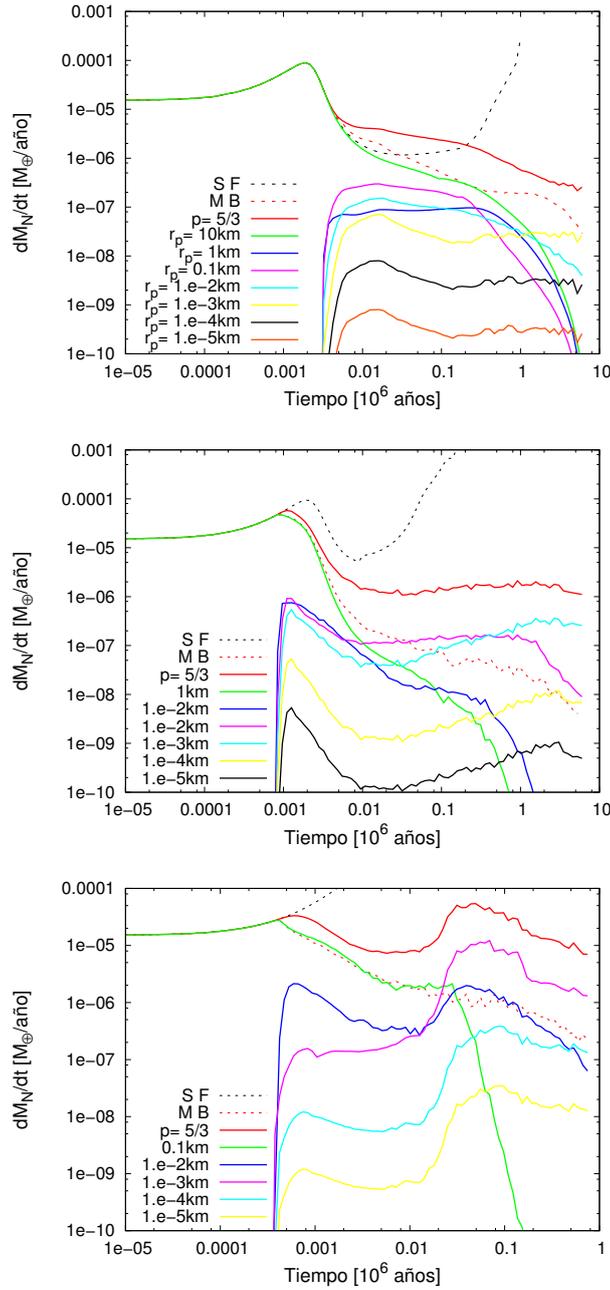


Figura 6.21. Panel superior: tasa de acreción para los diferentes tamaños de los planetesimales, para el caso de un disco 10 veces más masivo que la NSMM, con $p = 5/3$ and $r_p^{max} = 10\text{ km}$. La curva negra a trazos representa la tasa total de planetesimales para el caso en donde no se considera la fragmentación de los planetesimales. La curva roja a trazos representa la tasa total de acreción de planetesimales para el caso en donde p se calcula con la Ec. (6.30). La curva roja continua representa la tasa total cuando $p = 5/3$. Se puede ver como la tasa de acreción de los planetesimales de 10 km de radio decae rápidamente, y como la tasa de acreción de planetesimales de 1 m de radio termina gobernando la tasa total. Panel medio e inferior: mismos gráficos que para el caso anterior pero para $r_p^{max} = 1\text{ km}$ y $r_p^{max} = 0.1\text{ km}$, respectivamente. En estos casos la tasa de acreción de planetesimales de 1 m de radio mantiene elevados los valores de la tasa total. Para el caso de $r_p^{max} = 0.1\text{ km}$, detuvimos la simulación a 0.75 millones de años dado que a este tiempo el núcleo del planeta alcanzó una masa de $\sim 12 M_{\oplus}$.

No obstante, para ser más rigurosos con este análisis intuitivo, recalculamos las simulaciones para los casos de $r_p^{\max} = 100$ km y $r_p^{\max} = 0.1$ km, pero incorporando ahora un modelo de coagulación de planetesimales. A partir del modelo del código Boulder, consideramos que el resultado de una colisión entre dos planetesimales resulta en la coagulación de los mismos si la masa del remanente M_R producto de la colisión es mayor a la masa del blanco M_B . Numéricamente, consideramos que cuando una colisión resulta en la coagulación de los planetesimales, el blanco y el proyectil son removidos de sus correspondientes celdas radiales, y que un nuevo objeto de masa $M_B + M_P$ es colocado en la celda radial correspondiente al blanco (consideramos acreción perfecta entre el blanco y el proyectil). Es importante remarcar que nuestra intención es muy simple, solo queremos analizar si la incorporación de la coagulación entre planetesimales modifica, o no, los resultados hallados en esta sección. Por lo tanto, por simplicidad consideramos que el grillado que representa la distribución continua de tamaño de los planetesimales será fijo, es decir no consideramos un grillado adaptivo, como suele utilizarse en estos casos. A pesar de esto, es importante mencionar que los tiempos de computo son mucho mayores a los casos en donde se considera solo la fragmentación.

Para el caso de $r_p^{\max} = 100$ km, encontramos que los resultados son idénticos al caso en donde solo se considera la fragmentación de los planetesimales. Como mencionamos anteriormente, esto se debe a que los fragmentos pequeños tienen un aporte despreciable en la tasa total de acreción de planetesimales (Fig. 6.17, panel inferior).

Por otro lado, para el caso de $r_p^{\max} = 0.1$ km encontramos que la incorporación de la acreción entre planetesimales modifica notablemente los resultados. En la Fig. 6.22, graficamos la evolución temporal de la tasa total de acreción de planetesimales (curvas continuas) y la tasa de acreción de los fragmentos de 1 m (curvas a trazos), para el caso en donde solo consideramos la fragmentación de los planetesimales (curvas rojas) y para el caso en donde consideramos la fragmentación y coagulación de los planetesimales (curvas negras). Para este último caso, luego de 6 millones de años de evolución el núcleo del planeta alcanza una masa de $\sim 3 M_{\oplus}$. En ambos casos, la acreción de los fragmentos de ~ 1 m gobiernan la tasa total de acreción, pero la incorporación de la coagulación de los planetesimales disminuye drásticamente la acreción de tales fragmentos. Es claro entonces que, cuando la acreción de los pequeños fragmentos domina la tasa total de acreción, un modelo completo de evolución colisional de planetesimales, el cual incluya la coagulación y fragmentación de los mismos, es necesario.

Finalmente, queremos remarcar que la coagulación de los planetesimales no modifica cuantitativamente los resultados que fueron encontrados para los casos en donde la mayor parte de la masa que se pierde en las colisiones entre planetesimales es distribuida en los fragmentos más pequeños (Tabla. 6.1). Para estos casos, las tasas totales de acreción de planetesimales disminuyen significativamente con el tiempo debido a que la mayor parte de la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuye por debajo de la celda de tamaño correspondiente a $r_p = 1$ cm.

6.4.2. Acerca de la acreción de los fragmentos pequeños

Introducimos una pequeña discusión acerca de la acreción de los fragmentos más pequeños de la distribución. Por pequeños fragmentos nos referimos a partículas $\lesssim 1$ m de radio⁸.

Lambrechts y Johansen (2012) encontraron que estas pequeñas partículas pueden ser acretadas por el planeta muy eficientemente. Para aquellas partículas que tengan el apropiado número de Stokes (s_{Sto}), el radio de captura del planeta es el radio de Hill del mismo, aun si el planeta no posee una envoltura gaseosa. Cuando estas partículas entran en el radio de Hill del

⁸En la literatura se las conoce en idioma inglés como *pebbles*.

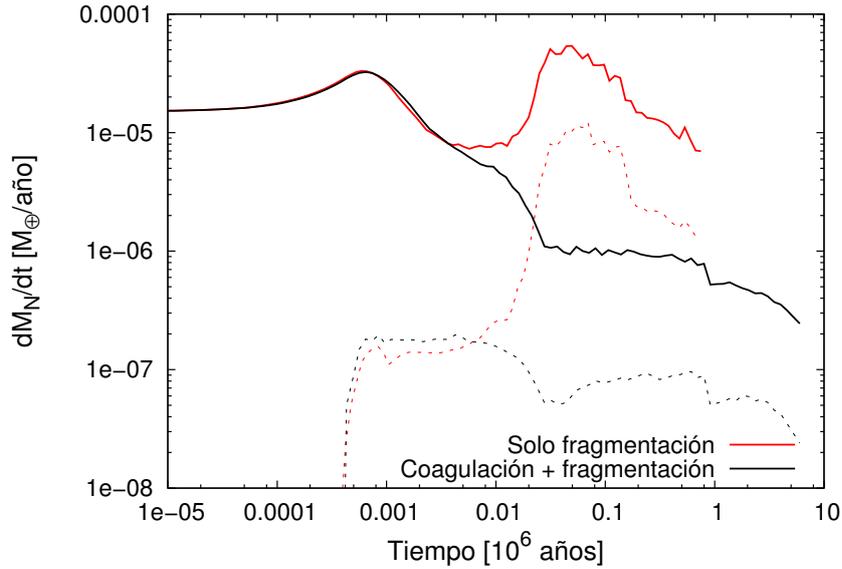


Figura 6.22. Evolución temporal de la tasa total de acreción de planetesimales y la acreción de fragmentos de 1 m de radio (curvas continuas y a trazos, respectivamente), para el caso en donde solo consideramos la fragmentación de los planetesimales (curvas rojas), y para el caso en donde se incorpora además la coagulación de los mismos (curvas negras). El gráfico corresponde al caso de un disco 10 veces más masivo que la NSMM y considerando $r_p^{\max} = 0.1$ km.

planeta espiralan hacia el núcleo del planeta debido al fricción del gas nebular. Lambrechts y Johansen (2012), encontraron que las tasas de acreción de estas partículas están dadas por,

$$\dot{M}_H = 2R_H \Sigma_p v_H, \quad (6.54)$$

en donde $v_H = \Omega_k R_H$, siendo Ω_k la frecuencia kepleriana.

En el escenario clásico de la acreción de planetesimales, el radio de captura de los planetas no es radio del Hill sino una fracción $\alpha^{1/2}$ del radio de Hill, en donde $\alpha = R_N/R_H$. En nuestro modelo utilizamos las tasas de acreción de planetesimales dadas por el trabajo de Inaba *et al.* (2001), las cuales como vimos anteriormente están dadas por,

$$\dot{M} = 2\pi \Sigma_p R_H^2 P_{\text{col}}/P_{\text{orb}}. \quad (6.55)$$

Para planetesimales pequeños, en el régimen de velocidades relativas bajas respecto al planeta, la probabilidad de colisión esta dada por,

$$P_{\text{col}} = 11.3 \sqrt{R_N/R_H}. \quad (6.56)$$

Dado que también tenemos en cuenta el aumento en el radio de captura del planeta debido a la presencia de la envoltura gaseosa del mismo, $P_{\text{col}} = 11.3 \sqrt{R_{\text{Ext}}/R_H}$. En función de la tasa de acreción de las partículas pequeñas encontrada por Lambrechts y Johansen (2012) nuestra tasa de acreción de planetesimales (para los pequeños fragmentos) está dada por,

$$\dot{M} = 5.65 \sqrt{R_{\text{Ext}}/R_H} \dot{M}_H, \quad (6.57)$$

en donde hemos usado que el período orbital es $P_{\text{orb}} = 2\pi/\Omega_k$.

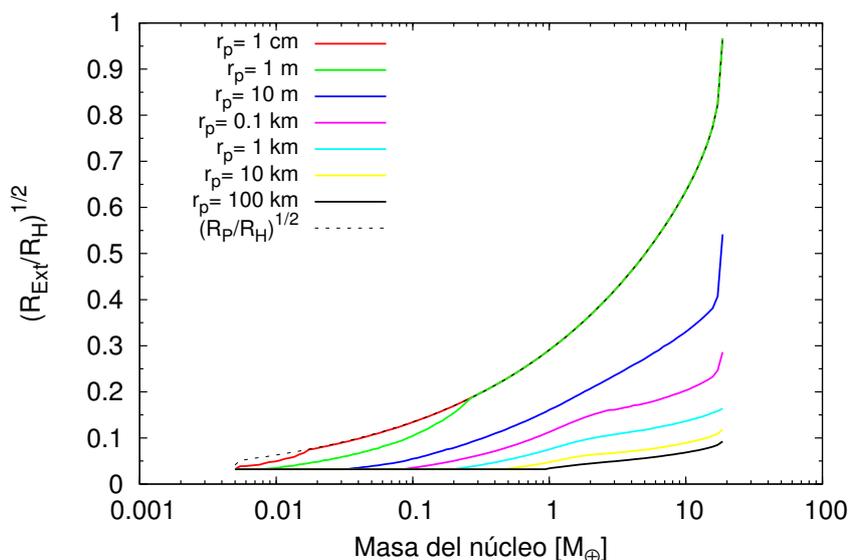


Figura 6.23. Evolución del término $\sqrt{R_{\text{Ext}}/R_{\text{H}}}$ como función de la masa del núcleo del planeta para diferentes tamaños de los planetesimales. El gráfico corresponde al caso de un disco 10 veces más masivo que la NSMM, adoptando $r_p^{\text{max}} = 100$ km y considerando la fragmentación y coagulación entre planetesimales. La línea negra a trazos representa la evolución de la razón entre el radio del planeta y su radio de Hill a la potencia de $1/2$.

En la Fig. 6.23 graficamos la evolución del término $\sqrt{R_{\text{Ext}}/R_{\text{H}}}$ como función de la masa del núcleo del planeta para diferentes tamaños de los planetesimales, para un disco 10 veces más masivo que la NSMM considerando $r_p^{\text{max}} = 100$ km y la fragmentación y coagulación de los planetesimales. Podemos ver que para los fragmentos pequeños ($r_p \leq 1$ m) la evolución es prácticamente la misma. Esto se debe a que para estos fragmentos el radio extendido de captura rápidamente se convierte en el radio del planeta (como mencionamos en los capítulos anteriores, en nuestro modelo el radio del planeta es el mínimo entre el radio de acreción y el radio de Hill del planeta) para valores pequeños de la masa del núcleo. Debido al factor 5.65 que aparece en la Ec. (6.57), nuestras tasas de acreción para planetesimales con radios $\lesssim 1$ m son mayores a las encontradas por Lambrechts y Johansen (2012) cuando la masa del núcleo del planeta se hace mayor a $\sim 0.2 M_{\oplus}$. No obstante, a pesar de estas altas tasas de acreción, los fragmentos pequeños tienen una contribución despreciable en nuestros modelos debido a los pequeños valores de la densidad superficial de los mismos (ver por ejemplo la Fig. 6.11).

6.4.3. Formación simultánea de dos planetas

Finalmente, estudiamos la formación simultánea *in situ* de dos planetas. Estamos interesados en analizar si los fragmentos generados por un planeta en una órbita externa, los cuales sufren un decaimiento orbital, favorecen la formación de un planeta en una órbita más cercana a la estrella central. Debido al alto costo computacional, solo analizaremos el caso de un disco 10 veces más masivo que la NSMM en donde inicialmente toda la masa sólida está depositada en planetesimales de 100 km de radio, adoptando $p = 5/3$ y considerando la fragmentación y coagulación entre planetesimales.

Los planetas tendrán órbitas circulares con radios de 5 UA y 6 UA. Ambos embriones tienen inicialmente un núcleo con una masa de $0.005 M_{\oplus}$ y una envoltura gaseosa con una masa de $\sim 10^{-13} M_{\oplus}$. La simulación termina a 2.5 millones de años, dado que la distancia

entre los planetas se hace menor a 3.5 radios de Hill mutuo. Cuando dos planetas están tan cerca, la interacción gravitatoria entre ambos puede causar encuentro cercanos, que pueden llevar a la dispersión de uno de los cuerpos, o bien la colisión entre ellos.

Luego de 2.5 millones de años de evolución, el planeta localizado a 5 UA alcanzó una masa de $13.20 M_{\oplus}$ ($12.10 M_{\oplus}$ corresponden al núcleo y $1.10 M_{\oplus}$ corresponden a la envoltura), mientras que el planeta localizado a 6 UA alcanzó una masa de $2.61 M_{\oplus}$ ($2.60 M_{\oplus}$ del núcleo y $0.01 M_{\oplus}$ de la envoltura).

La evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial para los planetesimales con $r_p = 100$ km y $r_p \sim 25$ km, los cuales son los dos tamaños que más contribuyen a la tasa total de acreción (ver Fig. 6.17), son muy similares para el planeta localizado en 5 UA (Fig. 6.24). Por lo tanto, no esperamos que haya marcadas diferencias en la formación de este embrión, respecto al caso de su formación aislada. De hecho, en la Fig. 6.25 graficamos la evolución temporal de la masa del núcleo para los dos planeta que se forman simultáneamente y para el planeta que se forma aislada a 5 UA. No se encuentran diferencias en la formación del planeta localizado a 5 UA entre la formación aislada y la formación simultánea con un planeta externo, al menos para este caso analizado.

6.5. Conclusiones del capítulo

Morbidelli *et al.* (2009 a), utilizando el código Boulder, encuentran que la distribución actual de tamaño del cinturón de asteroides puede reproducirse a partir de una población inicial de grandes planetesimales, entre 100 km y 1000 km de radios. Por otro lado, Fortier *et al.* (2009) demostraron que la formación de núcleos masivos ($\gtrsim 10 M_{\oplus}$) capaces de alcanzar la etapa de crecimiento en fuga de la envoltura gaseosa, a partir de planetesimales de 100 km de radio, requiere de varios millones de años, aun para discos masivos.

En este capítulo estudiamos el rol de la fragmentación de los planetesimales en el proceso de formación de los planetas gigantes. Para esto, desarrollamos un modelo de fragmentación de planetesimales basado en el código Boulder, e incorporamos el mismo en nuestro modelo de formación de planetas gigantes. De esta manera, la población de planetesimales evoluciona por acreción de los planetas, migración orbital y fragmentación de los mismos. Analizamos como la fragmentación de los planetesimales modifica la formación de un embrión localizado a 5 UA para un diferentes masas de los discos y diferentes tamaños de los planetesimales iniciales.

Consideramos que inicialmente toda la masa sólida del sistema está depositada en los planetesimales de radio r_p^{\max} , y que la masa perdida en las colisiones entre los planetesimales es distribuida mediante una ley de potencia entre el radio que corresponde a los fragmentos más grandes y un radio mínimo escogido por nosotros. El exponente de la ley de potencia se calcula según las prescripciones del modelo del código Boulder. Encontramos que en general este exponente es mayor que 2 lo que implica que la mayor parte de la masa perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuya en los fragmentos más pequeños de nuestra distribución discreta de tamaño, por debajo de la celda correspondiente a 1 cm, que es el tamaño mínimo que consideramos para la acreción. Por esta razón, la mayor parte de la masa perdida en las colisiones se pierde en nuestro modelo y los fragmentos no contribuyen significativamente al crecimiento del embrión. De esta manera la fragmentación de los planetesimales inhibe la formación planetaria. Solamente a partir de planetesimales iniciales grandes ($r_p^{\max} = 100$ km) y discos masivos ($\geq 0.06 M_{\odot}$), pudimos formar embriones con masas mayores a $1 M_{\oplus}$. No obstante, para ninguno de los casos estudiados el planeta alcanzó la masa crítica para comenzar la etapa de crecimiento en fuga de su envoltura gaseosa.

Sin embargo, también para planetesimales iniciales grandes, si la la mayor parte de la masa

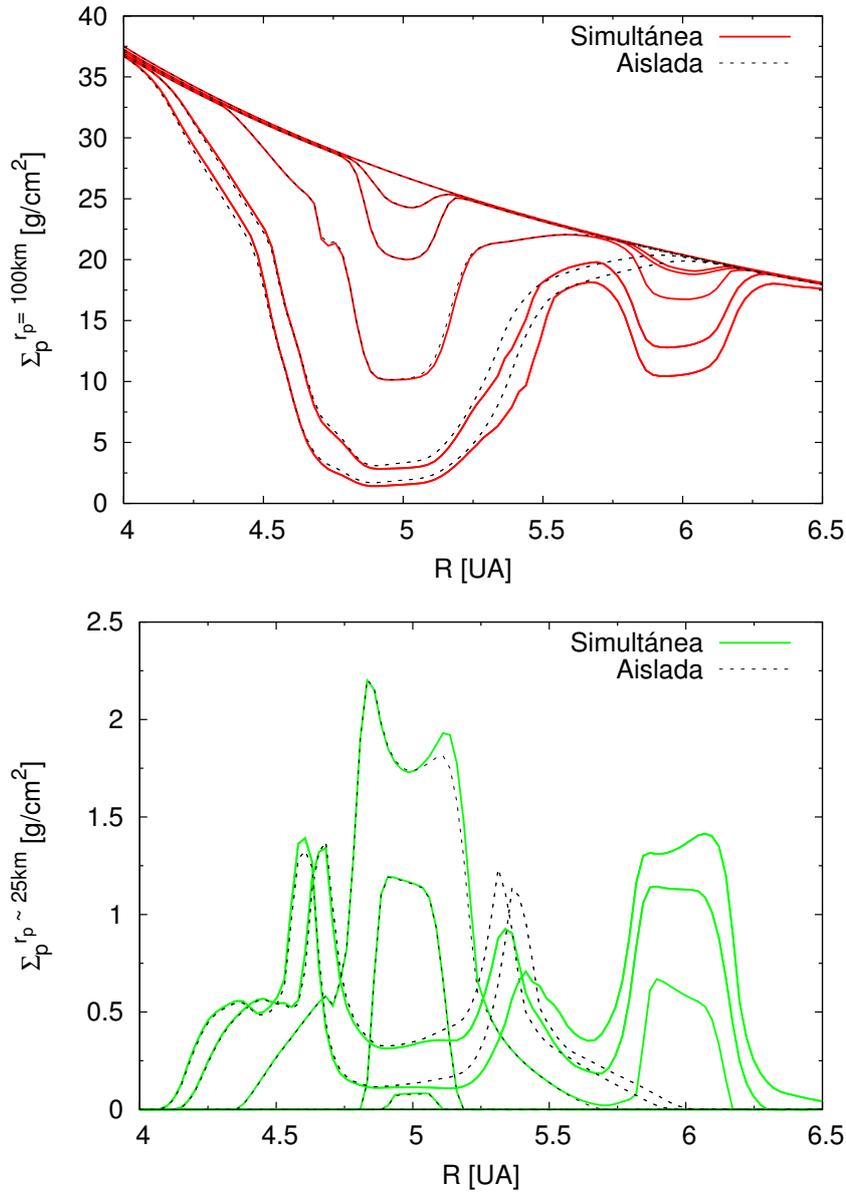


Figura 6.24. Panel superior: Evolución temporal de los perfiles radiales de la densidad superficial para los planetesimales con 100 km de radio, en donde $p = 5/3$ y para un disco 10 veces más masivo que la NSMM. Las líneas negras a trazos representan la formación aislada de un planeta en 5 UA. Las líneas rojas continuas corresponden a la formación simultánea de dos planetas localizados en 5 UA y 6 UA. Las diferentes curvas corresponden a diferentes tiempos: 0, 0.5, 1, 1.5, 2 y ~ 2.5 millones de años. A medida que el tiempo avanza, la densidad superficial de planetesimales disminuye alrededor de las posiciones de los planetas. Panel inferior: mismo gráfico que el panel superior pero para los fragmentos que más contribuyen en la tasa total de acreción ($r_p \sim 25$ km). En este caso, los perfiles de la densidad superficial crecen alrededor de las 5 UA para los tiempos $t = 0.5, 1, 1.5$ millones de años, pero para $t = 2$ y $t \sim 2.5$ millones de años los perfiles disminuyen debido a la acreción por parte del planeta. El incremento en los perfiles de la densidad superficial alrededor de las 6 UA corresponden a los tiempos $t = 1.5, 2$ y ~ 2.5 millones de años.

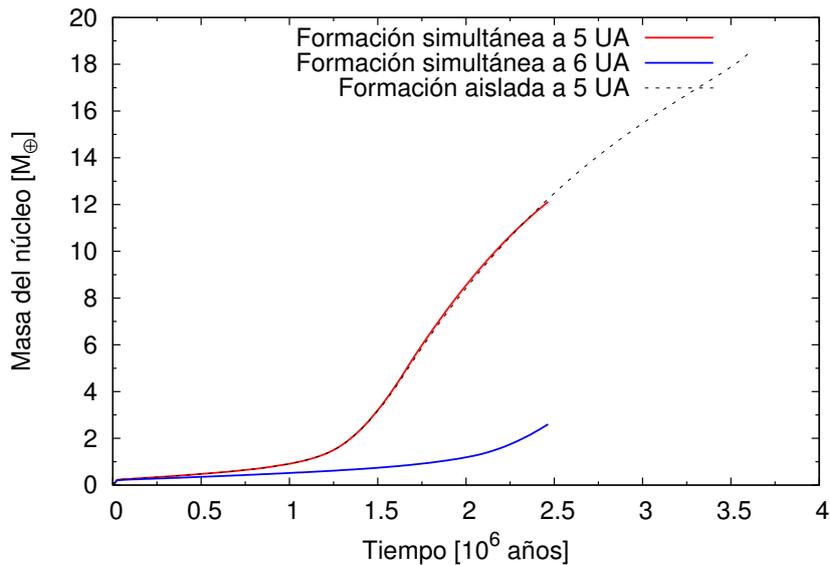


Figura 6.25. Masa del núcleo como función del tiempo para la formación aislada de un planeta localizado a 5 UA (línea negra a trazos), y para la formación simultánea de dos planetas localizados a 5 UA (línea roja continua) y 6 UA (línea azul continua). Los modelos corresponden al caso en donde $r_p^{\max} = 100$ km para un disco 10 veces más masivo que la NSMM, y adoptando $p = 5/3$. La formación simultánea se detuvo a los ~ 2.5 millones de años debido a que la distancia entre los planetas se hizo menor a 3.5 radios de Hill mutuo.

perdida en las colisiones entre planetesimales se distribuye en los fragmentos más grandes, es decir, si el exponente de la ley de potencia es menor que 2 como sugieren otros trabajos (Kobayashi *et al.* 2011, Ormel y Kobayashi 2012), encontramos que la fragmentación de planetesimales favorece la rápida formación de un núcleo masivo (mayor a $10 M_{\oplus}$). La acreción de fragmentos entre ~ 100 m y ~ 25 km de radios aumenta la tasa total de acreción de planetesimales, pero siempre la misma esta dominada por la acreción de planetesimales de 100 km de radio. Para este caso, también analizamos si la presencia de un planeta exterior modifica la formación de un planeta interno. Por lo tanto, calculamos la formación simultánea *in situ* de dos embriones localizados a 5 UA y 6 UA. En particular, nos interesó analizar si la migración de los fragmentos generados por el planeta externo afectaría, o no, la formación del planeta localizado a 5 UA. Pero en este caso, a ~ 2.5 millones de años la separación entre los embriones se hizo menor a 3.5 radios de Hill mutuos, por lo tanto la simulación se detuvo a este tiempo. Una posible colisión entre los planetas podría ser un mecanismo que permita la rápida formación de un núcleo masivo.

Por otro lado, Weidenschilling (2011) demostró que la distribución actual de tamaño del cinturón de asteroides puede ser también reproducida a partir de planetesimales de ~ 100 m de radio. Kenyon y Bromley (2012), concluyen que la distribución de tamaño de los objetos transneptunianos (aquellos pequeños cuerpos con semiejes mayores al de Neptuno) puede ser reproducida a partir de un disco masivo compuesto por planetesimales con radios $\lesssim 10$ km. Sin embargo, en este trabajo, mostramos que las colisiones entre planetesimales relativamente chicos ($r_p \lesssim 10$ km) se hacen rápidamente supercatastróficas. Por lo tanto, estos planetesimales son rápidamente pulverizados y las densidades superficiales de los mismos disminuyen drásticamente. Cuando la masa perdida en las colisiones entre planetesimales es distribuida en los fragmentos más pequeños de la distribución, se inhibe completamente el proceso de formación planetaria. Por el contrario, si la masa perdida en las colisiones se distribuye en

los fragmentos más grandes, los fragmentos de ~ 1 m de radio terminan gobernando la tasa total de acreción de planetesimales permitiendo la formación de núcleos masivos. Sin embargo, para estos fragmentos pequeños las colisiones entre ellos resultan en coagulaciones entre los mismos. Por lo tanto, en estos casos repetimos las simulaciones incorporando un modelo completo, el cual incluye la acreción entre planetesimales para modelar la evolución colisional de la población de planetesimales. Encontramos que para planetesimales iniciales de 100 km de radio, los resultados son análogos al caso en donde solo se tiene en cuenta la fragmentación, dado que los fragmentos menores a 100 m de radio tienen un aporte despreciable en la tasa total de acreción. Por otro lado, para planetesimales iniciales de 100 m de radio la inclusión de la coagulación entre planetesimales modifica notablemente los resultados, inhibiendo la formación de núcleos masivos.

Capítulo 7

Conclusiones generales

En este capítulo haremos un resumen de los resultados generales desarrollados en los Cap. 4, 5 y 6. También, discutiremos ciertas líneas de trabajo que pretendemos continuar relacionadas a nuestros estudios acerca de la formación planetaria.

7.1. Conclusiones

El principal logro de esta Tesis es, a nuestro entender, haber podido desarrollar un código propio para modelar el proceso de formación planetaria, en particular el proceso de formación simultánea de planetas gigantes inmersos en un disco protoplanetario que evoluciona en el tiempo.

Dichos planetas crecen en el disco por la acreción conjunta de planetesimales y gas. La acreción de gas, como así también la evolución termodinámica (con esto nos referimos a la evolución de los perfiles de densidad, presión, temperatura y luminosidad) de la envoltura gaseosa se calculan mediante un código numérico, de tipo Henyey, que resuelve las ecuaciones clásicas de transporte y estructura estelar. Dicho código tiene sus bases en los trabajos de Benvenuto y Brunini (2005) y Fortier *et al.* (2007, 2009). Durante esta Tesis se realizó una generalización del código de manera de calcular la formación simultánea de un número arbitrario de planetas gigantes. Además, se acopló este código a un código que modela la evolución temporal de un disco protoplanetario.

El modelo que representa al disco protoplanetario está basado en el trabajo de Brunini y Benvenuto (2008), y el mismo está caracterizado por una componente gaseosa y una componente sólida representada por un disco de planetesimales. Por simplicidad, adoptamos que la componente gaseosa del disco se disipa exponencialmente con diferentes tiempos característicos. La evolución de la población de planetesimales se debe a la acreción de los mismos por parte de los planetas, a la migración orbital y a su evolución colisional.

Nuestros estudios estuvieron enfocados principalmente a la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar. Particularmente, estudiamos como la formación aislada de dichos planetas, hipótesis usual en este tipo de trabajos (Pollack *et al.* 1996, Alibert *et al.* 2005, Dodson-Robinson *et al.* 2008, Fortier *et al.* 2009), se ve modificada cuando la misma ocurre simultáneamente con otros planetas que crecen en el disco.

En esta Tesis adoptamos el modelo de acreción del núcleo para la formación de los planetas gigantes. Entendiendo que, en este modelo, la clave para la formación de un planeta gigante es la formación de un núcleo masivo (mayor a $10 M_{\oplus}$) a partir de la acreción de planetesimales, nos enfocamos en profundizar el estudio de la evolución de la población de planetesimales.

A diferencia de los trabajos previos en este tópico, en nuestros estudios calculamos explícitamente la evolución de las excentricidades e inclinaciones de los planetesimales debida a

dos fenómenos principales: las excitaciones gravitatorias de los planetas y el amortiguamiento debido a la componente gaseosa del disco. Este es un punto importante en nuestro trabajo, dado que la presencia de varios planetas en el disco modifica la evolución de la población de planetesimales, con respecto a la presencia de un solo planeta. Otro punto importante de nuestros estudios es la inclusión de la migración orbital de los planetesimales. Los planetas en formación fuerzan la migración de los planetesimales, lo cual muchas veces tiene influencia en el proceso global de formación planetaria. Además, el considerar una distribución de tamaños para la población de planetesimales, nos permitió estudiar como la evolución colisional de los mismos impacta en el proceso de formación de un planeta gigante.

Como resultado de nuestros estudios, hemos realizado tres trabajos científicos, los cuales han sido publicados en la revista *Astronomy & Astrophysics*. En nuestro primer trabajo (Cap. 4), aplicamos nuestro modelo para estudiar la formación simultánea de Júpiter y Saturno en sus órbitas actuales, y como la misma modifica los resultados de la formación aislada para cada planeta. Como resultado principal encontramos que la formación aislada de cada planeta se modifica, algunas veces de manera radical, si se considera la formación simultánea de ambos planetas. Además, encontramos que el proceso de formación simultánea depende fuertemente de como se distribuye la masa sólida a lo largo del disco, es decir, de los exponentes de las leyes de potencias que representan las densidades superficiales de los planetesimales. También existe una fuerte dependencia con la relación gas/sólido adoptada.

En nuestro segundo trabajo, calculamos por primera vez (aun bajo la hipótesis de formación *in situ*), la formación simultánea de los planetas gigantes del Sistema Solar en el marco del Modelo de Niza. En este trabajo exploramos bajo que condiciones, en particular tamaño de planetesimales y perfiles de densidad superficial del disco, nuestro modelo lleva a la formación de los cuatro planetas gigantes del Sistema Solar en una escala de tiempo compatible con la vida media estimada para los discos protoplanetarios. Encontramos que, si las densidades superficiales se representan por una ley de potencia de la forma $\Sigma \propto R^{-p}$, perfiles superficiales abruptos ($\Sigma \propto R^{-2}$) como los predichos por Desch (2007) para el Modelo de Niza, no conducen a escenarios favorables para la formación simultánea de los planetas. Sin embargo, para perfiles más suaves ($\Sigma \propto R^{-1}$ o $\Sigma \propto R^{-1/2}$), como los predichos por los trabajos observacionales de Andrews *et al.* (2009, 2010), la formación simultánea de los planetas gigantes es posible, pero solo si se considera que la mayor parte de la masa sólida está depositada en planetesimales con radios $\lesssim 1$ km. Es más, encontramos que bajo ciertas condiciones (ver conclusiones del Cap 5), los tiempos de formación de los cuatro planetas gigantes son muy similares. Este hecho es interesante, dado que dichos tiempos de formación también son similares a la vida media estimada para los discos, lo cual podría tener implicancia en las masas finales de los planetas.

En estos dos primeros trabajos, la población de planetesimales evoluciona por la acreción de los planetas y por la migración orbital. Al igual que en otros trabajos en donde se emplean modelos similares (ver por ejemplo, Fortier *et al.* 2009, 2013), la formación de los planetas gigantes se ve favorecida si se considera que la mayor parte de la masa sólida está depositada en planetesimales pequeños (con radios $\lesssim 1$ km). Sin embargo, en estos trabajos no se considera la evolución colisional de la población de planetesimales. Dado que estos planetesimales pequeños tienen energías específicas de impactos bajas, es decir, sufren colisiones destructivas a bajas energías de colisión, el proceso de fragmentación de planetesimales podría ser un fenómeno importante a tener en cuenta. En nuestro último trabajo (Cap. 6), desarrollamos, e incorporamos a nuestro modelo de formación planetaria, un modelo de fragmentación de planetesimales para estudiar si este proceso es un fenómeno principal a tener en cuenta. Mostramos que la incorporación de un modelo de fragmentación de planetesimales cambia drásticamente el proceso de formación planetaria. Además, la forma en la que se distribu-

ye la masa que se pierde en las colisiones entre planetesimales juega un rol principal. Para planetesimales con radios menores a 10 km, este fenómeno impide la formación de núcleos masivos. Solo para planetesimales grandes, de 100 km de radio, y discos con masas mayores a $0.06 M_{\odot}$, hemos podido lograr la formación de núcleos masivos. Cuando la masa que se pierde en las colisiones entre planetesimales se distribuye en los fragmentos más pequeños de la población, el núcleo del planeta nunca alcanza la masa crítica como para que el planeta comience la etapa de crecimiento en fuga de su envoltura. Pero si la masa que se pierde en las colisiones se distribuye en los fragmentos más grandes, la acreción de fragmentos mayores a 100 m de radio favorece la rápida formación de un núcleo lo suficientemente masivo para que el planeta se convierta en un planeta gigante. Por ende, concluimos que la evolución colisional de la población de planetesimales es un fenómeno que debería ser tenido en cuenta en los modelos de formación de planetas gigantes.

7.2. Trabajo a futuro

Pretendemos continuar nuestros estudios sobre el proceso de formación planetaria a partir del desarrollo de un modelo completo de coagulación de planetesimales, teniendo en cuenta la acreción y fragmentación de los planetesimales. Esto nos permitirá estudiar globalmente la formación de un sistema planetario a partir de la etapa de crecimiento en fuga de los planetesimales. La principal complejidad de los modelos de coagulación de planetesimales radica en que se debe desarrollar un grillado adaptivo para poder estudiar en detalle la evolución de la distribución de tamaño de los planetesimales. Además, estos modelos tienen un alto costo computacional, por lo que intentaremos realizar una paralelización sobre el modelado del proceso. Como una colisión entre dos planetesimales de tamaños definidos es independiente del resto de la población, este proceso admite, en principio, ser paralelizado. Los modelos de coagulación de planetesimales son herramientas muy potentes dado que los resultados obtenidos a partir de estos pueden contrastarse directamente con observables del Sistema Solar. Por ejemplo, un tópico abierto y muy discutido en las ciencias planetarias es la distribución de tamaños de la población inicial de planetesimales en el Sistema Solar primordial. Un objetivo que pretendemos alcanzar a futuro es aplicar el modelo de coagulación que desarrollemos a la formación de los planetas gigantes del Sistema Solar, y de esta manera poder estimar restricciones a la distribución inicial de tamaños de los planetesimales y a la masa de la nebulosa solar primitiva.

Otro eje importante a estudiar a futuro, es el impacto sobre los resultados que tiene el considerar diferentes leyes de fragmentación y diferentes modelos para la energía específica de impacto de los planetesimales. Como mostramos en esta Tesis, a medida que un planeta crece la excitación gravitatoria sobre los planetesimales circundantes se hace cada vez mayor. Las velocidades relativas entre los planetesimales pasan de tener valores del orden del m/s al km/s. Es claro que adoptar una única ley de fragmentación es una simplificación del problema.

También pretendemos desarrollar, e incorporar en nuestro código de formación planetaria, un modelo realista para la componente gaseosa del disco que evolucione en el tiempo por viscosidad y fotoevaporación debido a la estrella central. En nuestros trabajos consideramos, por simplicidad, que la componente gaseosa del disco se disipó exponencialmente. Observacionalmente es evidente que los discos protoplanetarios no son estructuras estáticas, sino que evolucionan lentamente con el tiempo. Sin embargo, explicar teóricamente porque los discos evolucionan no es una tarea fácil. Es mayormente aceptado que la evolución del disco gaseoso ocurre como consecuencia del torque viscoso al que se ve sujeto por efecto de la velocidad de rotación diferencial kepleriana. Para que el gas fluya hacia el interior del disco y sea acretado por la estrella central, tiene que perder gran cantidad de momento angular. Entender los

mecanismos que pueden resultar en la pérdida de momento angular es el problema central en la teoría de los discos de acreción protoplanetarios. Es un problema difícil, porque el efecto de interés es sutil. Los discos protoplanetarios tienen una vida media observada entre unos 3 a 6 millones de años, lo que equivale a 10^4 tiempos dinámicos en el borde exterior del disco. En otras palabras, son casi, pero no del todo estables. La disipación de la componente gaseosa debida solamente a la acreción estelar se estima que es un proceso gradual. No obstante, esto no es lo que se observa. Las escalas de tiempo de disipación de los discos protoplanetarios observados sugieren que existen otros procesos físicos más allá de la evolución viscosa que contribuyen a la disipación del gas del disco. El fenómeno más plausible como agente evolutivo adicional se cree es la fotoevaporación. La evolución de los discos protoplanetarios debida a una combinación entre el torque viscoso y la fotoevaporación ha sido estudiada por Clarke *et al.* (2001), Alexander *et al.* (2006) y Armitage (2010). Como mencionamos en el Cap. 3, tres fases evolutivas caracterizan la evolución: inicialmente la pérdida de masa debido a la fotoevaporación es despreciable, y el disco evoluciona prácticamente como un disco de acreción. Luego de unos pocos millones de años, se abre un brecha en el disco, a un cierto radio característico, debido a la fotoevaporación. El gas interior a este radio característico es acretado por la estrella en unos 10^5 años. Finalmente, la fotoevaporación disipa el resto del disco en una escala de tiempo de 10^5 años. Mejorar en nuestro código la forma de modelar la evolución de la componente gaseosa del disco protoplanetario se hace necesario, dado que la densidad gaseosa del disco regula la competencia entre los procesos de acreción y migración de los planetesimales, y por ende la escala de formación planetaria.

Bibliografía

- [Adachi *et al.* 1976] Adachi, I., Hayashi, C., & Nakazawa, K. 1976, *Progress of Theoretical Physics*, 56, 1756
- [Adams *et al.* 1987] Adams, F. C., Lada, C. J., & Shu, F. H. 1987, *AJ*, 312, 788.
- [Alexander y Ferguson, 1994] Alexander, D. R., & Ferguson, J. W. 1994. *ApJ*. 437, 879 - 891.
- [Alexander *et al.* 2006] Alexander, R. D., Clarke, C. J., & Pringle, J. E. 2006, *MNRAS*, 369, 229
- [Alibert *et al.* 2005] Alibert, Y., Mordasini, C., Benz, W., & Winisdoerffer, C. 2005, *A&A*, 434, 343
- [Alibert et al.(2013)] Alibert, Y., Carron, F., Fortier, A., et al. 2013, *A&A*, 558, A109
- [Andrews *et al.* 2009] Andrews, S. M., Wilner, D. J., Hughes, A. M., Qi, C., & Dullemond, C. P. 2009, *ApJ*, 700, 1502
- [Andrews *et al.* 2010] Andrews, S. M., Wilner, D. J., Hughes, A. M., Qi, C., & Dullemond, C. P. 2010, *ApJ*, 723, 1241
- [Armitage, 2010] Armitage, P. J. 2010, *Astrophysics of Planet Formation*, by Philip J. Armitage, pp. 294. ISBN 978-0-521-88745-8 (hardback). Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2010.
- [Asplund *et al.* 2009] Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., & Scott, P. 2009, *ARAA*, 47, 481
- [Balbus y Hawley, 1991] Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991, *ApJ*, 376, 214
- [Baraffe *et al.* 2008] Baraffe, I., Chabrier, G., & Barman, T. 2008, *A&A*, 482, 315
- [Baraffe *et al.* 2014] Baraffe, I., Chabrier, G., Fortney, J., & Sotin, C. 2014, arXiv:1401.4738
- [Batygin y Brown, 2010] Batygin, K., & Brown, M. E. 2010, *ApJ*, 716, 1323
- [Benvenuto y Brunini, 2005] Benvenuto, O. G., & Brunini, A. 2005, *MNRAS*, 356, 1383
- [Benvenuto *et al.* 2009] Benvenuto, O. G., Fortier, A., & Brunini, A. 2009, *Icarus*, 204, 752
- [Benz y Asphaug, 1999] Benz, W., & Asphaug, E. 1999, *Icarus*, 142, 5
- [Blum y Wurm, 2000] Blum, J., & Wurm, G. 2000, *Icarus*, 143, 138

BIBLIOGRAFÍA

- [Bodenheimer *et al.* 1980] Bodenheimer, P., Grossman, A. S., Decamp, W. M., Marcy, G., & Pollack, J. B. 1980, *Icarus*, 41, 293
- [Bodenheimer y Pollack, 1986] Bodenheimer, P., & Pollack, J. B. 1986, *Icarus*, 67, 391
- [Boley y Durisen, 2008] Boley, A. C., and Durisen, R. H. 2008, *AJ*, 685, 1193 - 1209
- [Boley, 2009] Boley, A. C. 2009. *AJ.*, 695, L53 - L57.
- [Boriskov *et al.* 2003] Boriskov, G. V., Bykov, A. I., Il'Kae, R. I., et al. 2003, *Physics - Doklady*, 48, 553
- [Boss, 1997] Boss, A. P. 1997, *Science*, 276, 1836
- [Boss, 2000] Boss, A. P. 2000. *AJ*, 536, L101 - L104
- [Boss, 2008] Boss, A. P. 2008. *AJ*, 677, 607 - 615
- [Broeg y Benz, 2012] Broeg, C. H., & Benz, W. 2012, *A&A*, 538, A90
- [Brunini y Benvenuto, 2008] Brunini, A., & Benvenuto, O. G. 2008, *Icarus*, 194, 800
- [Cameron, 1978] Cameron, A. G. W. 1978, *Moon and the Planets*, 18, 5.
- [Chambers, 2006] Chambers, J. 2006, *Icarus*, 180, 496
- [Chambers, 2008] Chambers, J. 2008, *Icarus*, 198, 256
- [Chambers, 2009] Chambers, J. E. 2009, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 37, 321
- [Chambers,2010] Chambers, J. E. 2010, *Icarus*, 208, 505
- [Clarke *et al.* 2001] Clarke, C. J., Gendrin, A., & Sotomayor, M. 2001, *MNRAS*, 328, 485
- [Clarke, 2007] Clarke, C. J. 2007, *MNRAS*, 376, 1350
- [Clarke, 2009] Clarke, C. J. 2009. *MNRAS*, 396, 1066 - 1074
- [Conrath y Gautier, 2000] Conrath, B. J., & Gautier, D. 2000, *Icarus*, 144, 124
- [Cresswell y Nelson, 2008] Cresswell P., & Nelson R. P. 2008. *A&A*, 482, 677 - 90
- [Crida *et al.* 2006] Crida A., Morbidelli A., & Masset F. 2006. *Icarus* 181, 587 - 604
- [Crida, 2009] Crida, A. 2009, *ApJ*, 698, 606
- [Cuzzi *et al.* 2008] Cuzzi, J. N., Hogan, R. C., & Shariff, K. 2008, *ApJ*, 687, 1432
- [Daisaka *et al.* 2006] Daisaka J. K., Tanaka H., & Ida S. 2006. *Icarus* 185, 492 - 507
- [D'Angelo y Lubow, 2008] D'Angelo G., & Lubow S. H. 2008. *AJ*. 685, 560 - 83
- [D'Angelo *et al.* 2011] D'Angelo, G., Durisen, R. H., & Lissauer, J. J. 2011, *Exoplanets*, edited by S. Seager. Tucson, AZ: University of Arizona Press, 2011, 526 pp. ISBN 978-0-8165-2945-2., p.319-346, 319
- [de Elía *et al.* 2013] de Elía, G. C., Guilera, O. M., & Brunini, A. 2013, *A&A*, 557, A42

- [Desch, 2007] Desch, S. J. 2007, ApJ, 671, 878
- [Dodson-Robinson *et al.* 2008] Dodson-Robinson, S. E., Bodenheimer, P., Laughlin, G., Willacy, K., Turner, N. J., & Beichman, C. A. 2008, ApJL, 688, L99
- [Dohnanyi, 1969] Dohnanyi, J. S. 1969, Journal of Geophysical Research, 74, 2531
- [Duquennoy y Mayor, 1991] duquennoy, A. & Mayor, M. 1991, A&A, 248, 485.
- [Edgar, 2007] Edgar R. G. 2007. AJ. 663, 1325 - 34
- [Eggert *et al.* 2008] Eggert, J., Brygoo, S., Loubeyre, P., et al. 2008, Physical Review Letters, 100, 124503
- [Libro] *Encyclopedia of the Solar System, Second Edition*, Editorial Elsevier, 2007.
- [Fernández *et al.* 2002] Fernández, J. A., Gallardo, T., & Brunini, A. 2002, Icarus, 159, 358
- [Forgan *et al.* 2009] Forgan, D., Rice, K., Stamatellos, D., and Whitworth, A. 2009, MNRAS 394, 882 - 891
- [Fortier *et al.* 2007] Fortier, A., Benvenuto, O. G., & Brunini, A. 2007, A&A, 473, 311
- [Fortier *et al.* 2009] Fortier, A., Benvenuto, O. G., & Brunini, A. 2009, A&A, 500, 1249
- [Fortier *et al.* 2013] Fortier, A., Alibert, Y., Carron, F., Benz, W., & Dittkrist, K.-M. 2013, A&A, 549, A44
- [Tesis doctoral] Fortier, A. *Formación de planetas gigantes en el marco del modelo de inestabilidad nucleada*. Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata. 2009.
- [Fortney y Hubbard, 2003] Fortney, J. J., & Hubbard, W. B. 2003, Icarus, 164, 228
- [Fortney y Nettelmann, 2010] Fortney, J. J., & Nettelmann, N. 2010, Space Science Reviews, 152, 423
- [Fortney *et al.* 2011] Fortney, J. J., Ikoma, M., Nettelmann, N., Guillot, T., & Marley, M. S. 2011, ApJ, 729, 32
- [French *et al.* 2009] French, M., Mattsson, T. R., Nettelmann, N., & Redmer, R. 2009, Physical Review B, 79, 054107
- [French *et al.* 2012] French, M., Becker, A., Lorenzen, W., et al. 2012, ApJS, 202, 5
- [Gammie, 1996] Gammie, C. F. 1996, ApJ, 457, 355
- [Gil-Hutton y Brunini, 1999] Gil-Hutton, R., & Brunini, A. 1999, P&SS, 47, 331
- [Goldreich y Ward, 1973] Goldreich, P., & Ward, W. R. 1973, ApJ, 183, 1051
- [Goldreich *et al.* 2004] Goldreich, P., Lithwick, Y., & Sari, R. 2004, ARAA, 42, 549
- [Gomes *et al.* 2005] Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., & Morbidelli, A. 2005, Nature, 435, 466
- [Graboske *et al.* 1975] Graboske, H. C., Jr., Olness, R. J., Pollack, J. B., & Grossman, A. S. 1975, ApJ, 199, 265

BIBLIOGRAFÍA

- [Greenberg *et al.* 1978] Greenberg, R., Hartmann, W. K., Chapman, C. R., & Wacker, J. F. 1978, *Icarus*, 35, 1
- [Greenzweig y Lissauer, 1990] Greenzweig, Y., & Lissauer, J. J. 1990, *Icarus*, 87, 40
- [Greenzweig y Lissauer, 1992] Greenzweig, Y., & Lissauer, J. J. 1992, *Icarus*, 100, 440
- [Guilera *et al.* 2010] Guilera, O. M., Brunini, A., & Benvenuto, O. G. 2010, *A&A*, 521, A50
- [Guilera *et al.* 2011] Guilera, O. M., Fortier, A., Brunini, A., & Benvenuto, O. G. 2011, *A&A*, 532, A142
- [Guilera *et al.* 2014] Guilera, O. M., de Elía, G. C., Brunini, A., & Santamaría, P. J. 2014, *A&A*, 565, AA96
- [Guillot, 1999] Guillot, T. 1999, *Science*, 296, 72
- [Guillot, 2005] Guillot, T. 2005, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 33, 493
- [Guillot y Gautier, 2009] Guillot, T., & Gautier, D. 2009, *Treatise of Geophysics*, vol. 10, Planets and Moons, Schubert G., Spohn T. (Ed.) (2007) 439-464 (arXiv:0912.2019).
- [Haisch *et al.* 2001] Haisch, K. E., Jr., Lada, E. A., & Lada, C. J. 2001, *ApJl*, 553, L153
- [Hartmann *et al.* 1998] Hartmann, L., Calvet, N., Gullbring, E., & D'Alessio, P. 1998, *ApJ*, 495, 385
- [Hasegawa y Nakazawa, 1990] Hasegawa, M., & Nakazawa, K. 1990, *A&A*, 227, 619
- [Hayashi, 1981] Hayashi, C. 1981, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70, 35
- [Helled y Schubert, 2009] Helled, R. & Schubert, G. 2009, *AJ*, 697, 1256 - 1262
- [Helled y Guillot, 2013] Helled, R., & Guillot, T. 2013, *ApJ*, 767, 113
- [Henyey *et al.* 1959] Henyey, L. G., Wilets, L., BÅ¶hm, K. H., Lelevier, R., & Levee, R. D. 1959. *ApJ* 129, 628 - 636.
- [Henyey *et al.* 1964] Henyey, L. G., Forbes, J. E., & Gould, N. L. 1964. *ApJ* 139, 306 - 317.
- [Hillenbrand 2005] Hillenbrand, L. A. 2005, Review Article to appear in *A Decade of Discovery: Planets Around Other Stars STSci Symp. Ser. 19*, Ed.M. Livio (print version, arXiv:astro-ph/0511083).
- [Hori e Ikoma, 2010] Hori, Y., & Ikoma, M. 2010, *ApJ*, 714, 1343
- [Hubbard, 1977] Hubbard, W. B. 1977, *Icarus*, 30, 305
- [Hubickyj *et al.* 2005] Hubickyj, O., Bodenheimer, P., & Lissauer, J. J. 2005, *Icarus*, 179, 415
- [Ida y Makino, 1993] Ida, S., & Makino, J. 1993, *Icarus*, 106, 210
- [Ida y Lin, 2004] Ida S., & Lin D. 2004. *ApJ*. 604, 388 - 413
- [Ida y Lin, 2008] Ida S., & Lin D. 2008. *ApJ*. 673, 487 - 501
- [Ida *et al.* 2008] Ida, S., Guillot, T., & Morbidelli, A. 2008, *ApJ*, 686, 1292

- [Inaba *et al.* 2001] Inaba, S., Tanaka, H., Nakazawa, K., Wetherill, G. W., & Kokubo, E. 2001, *Icarus*, 149, 235
- [Inaba e Ikoma, 2003] Inaba, S., & Ikoma, M. 2003, *A&A*, 410, 711
- [Inaba *et al.* 2003] Inaba, S., Wetherill, G. W., & Ikoma, M. 2003, *Icarus*, 166, 46
- [Johansen *et al.* 2007] Johansen, A., Oishi, J. S., Low, M.-M. M., Klahr, H., Henning, T., & Youdin, A. 2007, *Nature*, 448, 1022
- [Kalas *et al.* 1998] Kalas, P., Graham, J. R., Chiang, E., Fitzgerald, M. P., Clampin, M., Kite, E. S., Stapelfeldt, K., Marois, C., and Krist, J. 2008, *Science*, 322, 1345 - 1348.
- [Kenyon y Luu, 1998] Kenyon, S. J., & Luu, J. X. 1998, *AJ*, 115, 2136
- [Kenyon y Bromley, 2012] Kenyon, S. J., & Bromley, B. C. 2012, *AJ*, 143, 63
- [Kippenhahn *et al.* 1967] Kippenhahn, R. Weigert, A., & Hofmeister, E. 1967. *Methods in computational physics*. Interscience. New York, 129.
- [Kippenhahn y Weigert, 1990] Kippenhahn, R., & Weigert, A. 1990. *Stellar structure and evolution*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also *Astronomy and Astrophysics Library*.
- [Kley y Crida, 2008] Kley W., & Crida A. 2008. *A&A*, 487, L 9 - 12
- [Kley *et al.* 2009] Kley, W., Bitsch, B., & Klahr, H. 2009, *A&A*, 506, 971
- [Kley y Nelson, 2012] Kley, W., & Nelson, R. P. 2012, *ARA&A*, 50, 211
- [Knudson *et al.* 2004] Knudson, M. D., Hanson, D. L., Bailey, J. E., et al. 2004, *Physical Review B*, 69, 144209
- [Knudson y Desjarlais, 2009] Knudson, M. D., & Desjarlais, M. P. 2009, *Physical Review Letters*, 103, 225501
- [Knudson *et al.* 2012] Knudson, M. D., Desjarlais, M. P., Lemke, R. W., et al. 2012, *Physical Review Letters*, 108, 091102
- [Kobayashi y Tanaka, 2010] Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, *Icarus*, 206, 735
- [Kobayashi *et al.* 2010] Kobayashi, H., Tanaka, H., Krivov, A. V., & Inaba, S. 2010, *Icarus*, 209, 836
- [Kobayashi *et al.* 2011] Kobayashi, H., Tanaka, H., & Krivov, A. V. 2011, *ApJ*, 738, 35
- [Kobayashi *et al.* 2012] Kobayashi, H., Ormel, C. W., & Ida, S. 2012, *ApJ*, 756, 70
- [Kokubo e Ida, 1996] Kokubo, E., & Ida, S. 1996, *Icarus*, 123, 180
- [Kokubo e Ida, 1998] Kokubo, E., & Ida, S. 1998, *Icarus*, 131, 171
- [Kokubo e Ida, 2000] Kokubo, E., & Ida, S. 2000, *Icarus*, 143, 15
- [Kokubo e Ida, 2002] Kokubo, E., & Ida, S. 2002, *ApJ*, 581, 666
- [Kornet *et al.* 2004] Kornet, K., Różyczka, M., & Stepinski, T. F. 2004, *A&A*, 417, 151

- [Kretke y Lin, 2007] Kretke K. A., & Lin D. 2007. *AJ*. 664, L 55 - 58
- [Kuiper, 1951] Kuiper, G. P. 1951, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 37, 1.
- [Lambrechts y Johansen, 2012] Lambrechts, M., & Johansen, A. 2012, *A&A*, 544, A32
- [Leconte y Chabrier, 2013] Leconte, J., & Chabrier, G. 2013, *Nature Geoscience*, 6, 347
- [Lissauer, 1987] Lissauer, J. J. 1987, *Icarus*, 69, 249
- [Lissauer y Stevenson, 2007] Lissauer, J. J., & Stevenson, D. J. 2007, *Protostars and Planets V*, 591
- [Levison y Stewart, 2001] Levison H. F., & Stewart G. R. 2001. *Icarus*, 153, 224 - 28
- [Levison *et al.* 2008] Levison, H. F., Morbidelli, A., Vanlaerhoven, C., Gomes, R., & Tsiganis, K. 2008, *Icarus*, 196, 258
- [Li *et al.* 2010] Li, S. L., Agnor, C. B., & Lin, D. N. C. 2010, *ApJ*, 720, 1161
- [Lodders, 2003] Lodders, K. 2003, *ApJ*, 591, 1220
- [Lodders, 2009] Lodders, K., Palme, H., & Gail, H.-. 2009, *Landolt-Bornstein, New Series, Astronomy and Astrophysics*, Springer Verlag, Berlin (print version, arXiv:0901.1149)
- [Lorenzen *et al.* 2011] Lorenzen, W., Holst, B., & Redmer, R. 2011, *Physical Review B*, 84, 235109
- [Lyon y Johnson, 1992] Lyon S. and Johnson J. *LANL Report LA-UR-92-3407, Los Alamos*. 1992
- [Machida *et al.* 2010] Machida, M. N., Kokubo, E., Inutsuka, S.-I., & Matsumoto, T. 2010, *MNRAS*, 405, 1227
- [Mamajek, 2009] Mamajek, E. E. 2009, *American Institute of Physics Conference Series*, 1158, 3
- [Marcy *et al.* 2005] Marcy G., Butler R .P., Fischer D., Vogt S., Wright J. T., et al. 2005. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 158, 24 - 42
- [Marois *et al.* 2008] Marois, C., Macintosh, B., Barman, T., Zuckerman, B., Song, I., Patience, J., Lafrenière, D., and Doyon, R. 2008, *Science*, 322, 1348 - 1352
- [Masset y Snellgrove, 2001] Masset, F., & Snellgrove, M. 2001, *MNRAS*, 320, L55
- [Masset y Papaloizou, 2003] Masset F. S., & Papaloizou J. 2003. *AJ*. 588, 494 - 508
- [Masset *et al.* 2006] Masset F. S., D' Angelo G., & Kley W. 2006. *AJ*. 652, 730 - 45
- [Matsumura *et al.* 2007] Matsumura S., Pudritz R. E., & Thommes E. W. 2007. *ApJ*. 660, 1609 - 23
- [Matsumura *et al.* 2009] Matsumura, S., Pudritz, R. E., & Thommes, E. W. 2009, *ApJ*, 691, 1764
- [Mayer *et al.* 2002] Mayer, L., Quinn, T., Wadsley, J., and Stadel, J. 2002. *Science*, 298, 1756 - 1759

- [Mayer *et al.* 2004] Mayer, L., Quinn, T., Wadsley, J., & Stadel, J. 2004, ApJ, 609, 1045
- [Mayor y Queloz, 1995] Mayor, M., & Queloz, D. 1995, Nature, 378, 355
- [McNeil *et al.* 2005] McNeil D., Duncan M., & Levison H. F. 2005. AJ. 130, 2884 - 99
- [Miguel *et al.* 2011 a] Miguel, Y., Guilera, O. M., & Brunini, A. 2011, MNRAS, 412, 2113
- [Miguel *et al.* 2011 b] Miguel, Y., Guilera, O. M., & Brunini, A. 2011, MNRAS, 417, 314
- [Militzer *et al.* 2008] Militzer, B., Hubbard, W. B., Vorberger, J., Tamblyn, I., & Bonev, S. A. 2008, ApJL, 688, L45
- [Militzer(2013)] Militzer, B. 2013, Physical Review B , 87, 014202
- [Mizuno *et al.* 1978] Mizuno, H., Nakazawa, K., & Hayashi, C. 1978, Progress of Theoretical Physics, 60, 699
- [Mizuno, 1980] Mizuno, H. 1980, Progress of Theoretical Physics, 64, 544
- [Morales *et al.* 2009] Morales, M. A., Schwegler, E., Ceperley, D., et al. 2009, Proceedings of the National Academy of Science, 106, 1324
- [Morard *et al.* 2011] Morard, G., Bouchet, J., Valencia, D., Mazevet, S., & Guyot, F. 2011, High Energy Density Physics, 7, 141
- [Morbidelli *et al.* 2005] Morbidelli, A., Levison, H. F., Tsiganis, K., & Gomes, R. 2005, Nature, 435, 462
- [Morbidelli y Crida, 2007] Morbidelli, A., & Crida, A. 2007, Icarus, 191, 158
- [Morbidelli *et al.* 2007] Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, H. F., & Gomes, R. 2007, AJ, 134, 1790
- [Morbidelli *et al.* 2009 a] Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D., & Levison, H. F. 2009, Icarus, 204, 558
- [Morbidelli *et al.* 2009 b] Morbidelli, A., Brasser, R., Tsiganis, K., Gomes, R., & Levison, H. F. 2009, A&A, 507, 1041
- [Morbidelli *et al.* (2014)] Morbidelli, A., Szulágyi, J., Crida, A., et al. 2014, Icarus, 232, 266
- [Mordasini *et al.* 2009] Mordasini, C., Alibert, Y., & Benz, W. 2009, A&A, 501, 1139
- [Mordasini *et al.* 2011] Mordasini, C., Dittkrist, K.-M., Alibert, Y., et al. 2011, IAU Symposium, 276, 72
- [Mordasini *et al.* 2012] Mordasini, C., Alibert, Y., Georgy, C., et al. 2012, A&A, 547, AA112
- [Mostovych *et al.* 2000] Mostovych, A. N., Chan, Y., Lehecha, T., Schmitt, A., & Sethian, J. D. 2000, Physical Review Letters, 85, 3870
- [Nelson y Gressel, 2010] Nelson, R. P., & Gressel, O. 2010, MNRAS, 409, 639
- [Nettelmann *et al.* 2008] Nettelmann, N., Holst, B., Kietzmann, A., French, M., Redmer, R., & Blaschke, D. 2008. ApJ 683, 1217-1228

BIBLIOGRAFÍA

- [Nettelmann *et al.* 2012] Nettelmann, N., Becker, A., Holst, B., & Redmer, R. 2012, *ApJ*, 750, 52
- [Nettelmann *et al.* 2013] Nettelmann, N., Püster, R., & Redmer, R. 2013, *Icarus*, 225, 548
- [O'Brien *et al.* 2006] O'Brien D. P., Morbidelli A., & Levison H. F. 2006. *Icarus* 184, 39 - 58
- [Ohtsuki *et al.* 2002] Ohtsuki, K., Stewart, G. R., & Ida, S. 2002, *Icarus*, 155, 436
- [Ormel *et al.* 2010 a] Ormel, C. W., Dullemond, C. P., & Spaans, M. 2010, *Icarus*, 210, 507
- [Ormel *et al.* 2010 b] Ormel, C. W., Dullemond, C. P., & Spaans, M. 2010, *ApJ*, 714, L103
- [Ormel y Kobayashi, 2012] Ormel, C. W., & Kobayashi, H. 2012, *ApJ*, 747, 115
- [Paardekooper y Mellema, 2006] Paardekooper S.-J., Mellema G. 2006. *A&A*, 459, L 17 - 20
- [Paardekooper *et al.* 2010] Paardekooper, S.-J., Baruteau, C., Crida, A., & Kley, W. 2010, *MNRAS*, 401, 1950
- [Paardekooper *et al.* 2011] Paardekooper, S.-J., Baruteau, C., & Kley, W. 2011, *MNRAS*, 410, 293
- [Papaloizou *et al.* 2007] Papaloizou, J. C. B., Nelson, R. P., Kley, W., Masset, F. S., & Artymowicz, P. 2007, *Protostars and Planets V*, 655
- [Perri y Cameron, 1981] Perri, F. & Cameron, A. G. W. 1974, *Icarus*, 22, 416.
- [Pierens y Nelson, 2008] Pierens A., & Nelson R. P. 2008. *A&A*. 482, 333 - 40
- [Podolak *et al.* 2000] Podolak, M., Podolak, J. I., & Marley, M. S. 2000, *P&SS*, 48, 143
- [Podolak, 2003] Podolak, M. 2003. *Icarus* 165, 428 - 437
- [Pollack *et al.* 1977] Pollack, J. B., Grossman, A. S., Moore, R., & Graboske, H. C., Jr. 1977, *Icarus*, 30, 111
- [Pollack *et al.* 1985] Pollack, J. B., McKay, C. P., & Christofferson, B. M. 1985. *Icarus* 64, 471 - 492.
- [Pollack *et al.* 1996] Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P. et al. 1996, *Icarus*, 124, 62
- [Pringle, 1981] Pringle, J. E. 1981, *ARA&A*, 19, 137
- [Rafikov, 2004] Rafikov, R. R. 2004, *AJ*, 128, 1348
- [Rafikov, 2005] Rafikov, R. R. 2005. *AJ*, 621, L69 - L72
- [Raymond *et al.* 2006] Raymond S. N., Quinn T., & Lunine J. I. 2006. *Icarus* 183, 265 - 82
- [Rogers e Iglesias, 1992] Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992. *ApJ*. 401, 361-366.
- [Ronco y de Elía, 2004] Ronco, M. P., de Elía, G. C. *Diversity of planetary systems in low-mass disks: terrestrial-type planet formation and water delivery*. 2014. Enviado a *A&A*
- [Safronov, 1969] Safronov, V.S. 1969, in *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planets*. Nauka, Moscow [Engl. transl. NASA TTF-677, 1972]

- [Salpeter, 1973] Salpeter, E. E. 1973, ApJL, 181, L83
- [Sano *et al.* 2000] Sano, T., Miyama, S. M., Umebayashi, T., & Nakano, T. 2000, ApJ, 543, 486
- [Saumon *et al.* 1995] Saumon, D., Chabrier, G., & van Horn, H. M. 1995, ApJS, 99, 713
- [Saumon y Guillot, 2004] Saumon, D., & Guillot, T. 2004, ApJ, 609, 1170
- [Shakura y Sunyaev, 1973] Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, A&A, 24, 337
- [Shiraishi e Ida, 2008] Shiraishi, M., & Ida, S. 2008, ApJ, 684, 1416
- [Silvera *et al.* 2013] Silvera, I., Dzyabura, V., & Zaghoo, M. 2013, APS March Meeting Abstracts, 1346
- [Soubiran *et al.* 2012] Soubiran, F., Mazevet, S., Winisdoerffer, C., & Chabrier, G. 2012, Physical Review B, 86, 115102
- [Stevenson y Salpeter, 1977] Stevenson, D. J., & Salpeter, E. E. 1977, ApJS, 35, 239
- [Stevenson, 1982] Stevenson, D. J. 1982, P&SS, 30, 755.
- [Tanaka e Ida, 1997] Tanaka, H., & Ida, S. 1997, Icarus, 125, 302
- [Tanaka e Ida, 1999] Tanaka, H., & Ida, S. 1999, Icarus, 139, 350
- [Tanaka *et al.* 2002] Tanaka, H., Takeuchi, T., & Ward, W. R. 2002, ApJ, 565, 1257
- [Teiser y Wurm, 2009] Teiser, J., & Wurm, G. 2009, MNRAS, 393, 1584
- [Thommes *et al.* 2003] Thommes, E. W., Duncan, M. J., & Levison, H. F. 2003, Icarus, 161, 431
- [Thommes *et al.* 2008] Thommes, E. W., Matsumura, S., & Rasio, F. A. 2008, Science, 321, 814
- [Thompson y Lauson, 1972] Thompson S. and Lauson H. *Technical Report SC-RR-61- 0714, Sandia National Laboratories.* 1972
- [Tsiganis *et al.* 2005] Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2005, Nature, 435, 459
- [von Zahn *et al.* 1998] von Zahn, U., Hunten, D. M., & Lehmacher, G. 1998, JGR, 103, 22815
- [Weidenschilling, 1977] Weidenschilling, S. J. 1977, Ap&SS, 51, 153
- [Weidenschilling, 1997] Weidenschilling, S. J. 1997, Icarus, 127, 290
- [Weidenschilling, 2010] Weidenschilling, S. J. 2010, Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts, 41, 1453
- [Weidenschilling, 2011] Weidenschilling, S. J. 2011, Icarus, 214, 671
- [Weidling *et al.* 2012] Weidling, R., Güttler, C., & Blum, J. 2012, Icarus, 218, 688
- [Wetherill y Stewart, 1993] Wetherill, G. W., & Stewart, G. R. 1993, Icarus, 106, 190

BIBLIOGRAFÍA

- [Wilson y Militzer 2010] Wilson, H. F., & Militzer, B. 2010, *Physical Review Letters*, 104, 121101
- [Wilson y Militzer, 2012 a] Wilson, H. F., & Militzer, B. 2012, *Physical Review Letters*, 108, 111101
- [Wilson y Militzer, 2012 b] Wilson, H. F., & Militzer, B. 2012, *ApJ*, 745, 54
- [Winisdoerffer y Chabrier, 2005] Winisdoerffer, C., & Chabrier, G. 2005, *Physical Review E*, 71, 026402
- [Youdin, 2011] Youdin, A. N. 2011, *ApJ*, 731, 99
- [Zapolsky y Salpeter, 1969] Zapolsky, H. S., & Salpeter, E. E. 1969, *ApJ*, 158, 809
- [Zhou y Lin, 2007] Zhou, J.-L., & Lin, D. N. C. 2007, *ApJ*, 666, 447
- [Zsom *et al.* 2010] Zsom, A., Ormel, C. W., Güttler, C., Blum, J., & Dullemond, C. P. 2010, *A&A*, 513, A57