OBJETIVOS ALTERNATIVOS DE LA EMPRESA Y ELASTICIDAD DE LA DEMANDA DE INSUMOS

JORGE E. FERNÁNDEZ POL *

El objetivo y el comportamiento de una empresa son los elementos clave para la determinación de la clase y cantidad de las compras y ventas que la misma efectúa durante el período de planeamiento. La teoría microeconómica contemporánea considera que la maximización del beneficio es *un objetivo*, pero no *el objetivo*. En efecto, después de los trabajos pioneros de *Baumol* [1] y *Shubik* [11] ha aparecido una amplia literatura sobre lo que podría denominarse "teoría de la empresa con objetivos alternativos". Entre los objetivos alternativos que han recibido mayor atención se encuentran los siguientes: maximización de ventas para un nivel de beneficio dado (corrientemente conocido como "hipótesis de *Baumol*"), maximización de la producción para un nivel de beneficio dado (objetivo predominante en las empresas que operan en economías de planificación centralizada), y la maximización del beneficio para un nivel de ventas dado.

El cotejo de la hipótesis de *Baumol* con el objetivo de maximización del beneficio se encuentra en [1, Caps. 6 y 7] y, especialmente, [5]. Asimismo, las semejanzas formales entre la hipótesis de *Baumol* y el objetivo de maximización del beneficio para un nivel de ventas dado fueron analizadas por varios autores [4], [2] [3]. El propósito de este artículo es comparar las elasticidades de demanda de insumos según que la empresa maximice el beneficio (a secas) o que maximice el beneficio para un nivel de ventas dado.

La notación es como sigue: z_i, cantidad física del factor productivo i ($i = 1, \ldots, n$); w_i, precio monetario del factor productivo i ($i = 1, \ldots, n$); $f(z)$, función de producción; $R(x)$, ingreso total o ventas; x, cantidad de producto; p, precio monetario del producto; $C(x)$, costo total; y, B beneficio total. Supondremos que $f(z)$ satisface las siguientes condiciones de regularidad sobre el ortante positivo: a) es de clase C^2; b) tiene productividades marginales estrictamente positivas, y c) la matriz hessiana de f es definida negativa. Además, la curva de demanda dirigida a la empresa, $p = p(x)$, es también de clase C^2 y no tiene inclinación positiva.

---

* El autor es profesor titular de Microeconomía en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, Investigador Científico (CONICET) y miembro del Instituto de Investigaciones Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

1. El objetivo de maximización del beneficio

La función objetivo es

$$B = R\,[f(z)] - \sum_{r=1}^{n} w_r\, z_r, \tag{1}$$

de modo tal que las condiciones de primer orden

$$R' f_i - w_i = 0 \qquad i = 1, \ldots, n \tag{2}$$

expresan la igualdad familiar entre la productividad marginal monetaria del factor *i* y el precio del factor homónimo, w_i. El supuesto de máximo regular implica que las funciones de demanda de insumos

$$z_i^* = g_i\,(w_1, \ldots, w_n) \qquad i = 1, \ldots, n \tag{3}$$

poseen, entre otras, la siguiente propiedad cualitativa

$$\frac{\delta z_i^*}{\delta w_i} < 0 \qquad i = 1, \ldots, n, \tag{4}$$

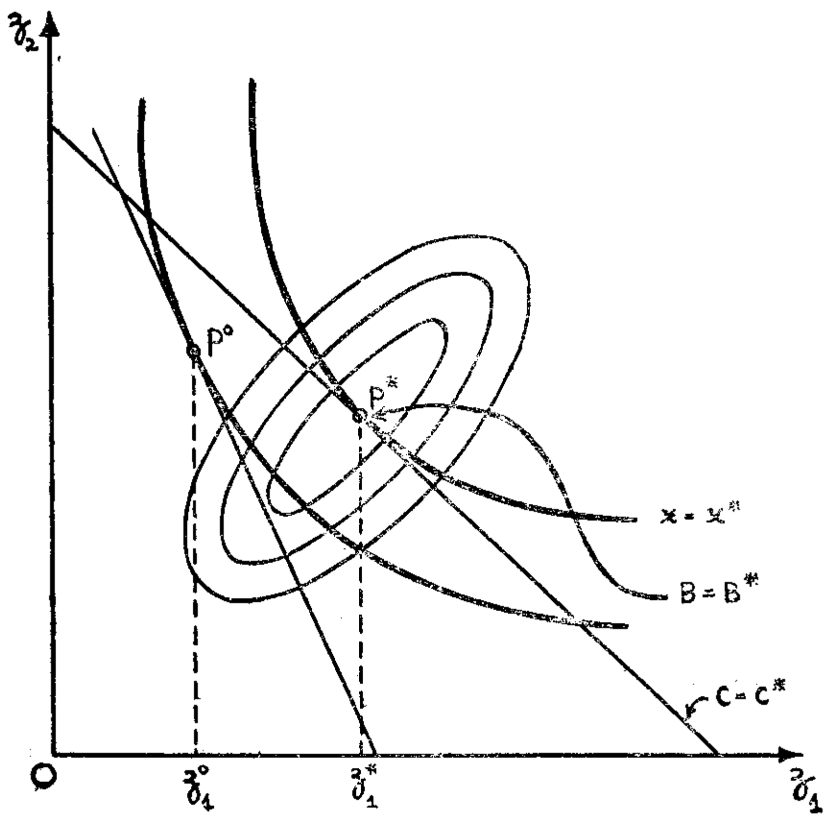

Figura 1

es decir, la curva de demanda de cada insumo tiene inclinación negativa [cfr. 7, p. 79].

Para ilustrar geométricamente el desplazamiento del equilibrio, podemos considerar un "insumo compuesto" z_2, en base al teorema de *Hicks*, y un "insumo simple" z_1, digamos, el factor trabajo. La situación de óptimo inicial se encuentra en el punto P^* de tangencia entre la recta de isocostos $C = C^*$ y la isocuanta $x = x^*$ (en virtud del supuesto de máximo regular, la curva de isobeneficio $B = B^*$ se contrae a un punto). Si ahora suponemos que aumenta el salario, *ceteris paribus*, se desplazan las curvas de isobeneficio y cambia la inclinación de las rectas de isocostos, de tal manera que, en la nueva posición de óptimo P^o, la cantidad demandada de trabajo se reduce, tal como se indica en la Fig. 1 (por razones de claridad no aparecen en la Fig. 1 las curvas de isobeneficio correspondientes a la nueva posición de óptimo).

2. *El objetivo de maximización del beneficio para un nivel de ventas dado*

El problema de optimización para la empresa es, en el caso presente, el de maximizar la función (1) con sujeción a la restricción de ventas

$$R\,[f(z)] = \overline{R}. \tag{5}$$

En consecuencia, las condiciones de primer orden son:

$$(1 + a)\ R'f_i - w_i = O \qquad i = 1, \ldots, n \tag{6}$$

$$R\,[f(z)] - \overline{R} = O, \tag{7}$$

donde a (positivo) es el multiplicador de *Lagrange* y se supone que, en equilibrio, R' es positivo. La n ecuaciones del sistema (6) ponen de relieve que el objetivo aquí considerado implica la minimización del costo total, pues de ellas se desprende que

$$\frac{f_i}{f_1} = \frac{w_i}{w_1} \qquad i = 2, \ldots, n. \tag{8}$$

Además, en situación de óptimo, el costo marginal, C', es mayor que el ingreso marginal, en virtud de que

$$C' = (1 + a)\ R'. \tag{9}$$

También aquí está asegurada la diferenciabilidad local de las funciones de demanda de insumos

$$z_i^{**} = h_i\ (w_1, \ldots, w_n, \overline{R}) \qquad i = 1, \ldots, n \tag{10}$$

y la curva de demanda del insumo i es descendente, es decir,

$$\frac{\delta z_i^{**}}{\delta w_i} < 0 \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (11)$$

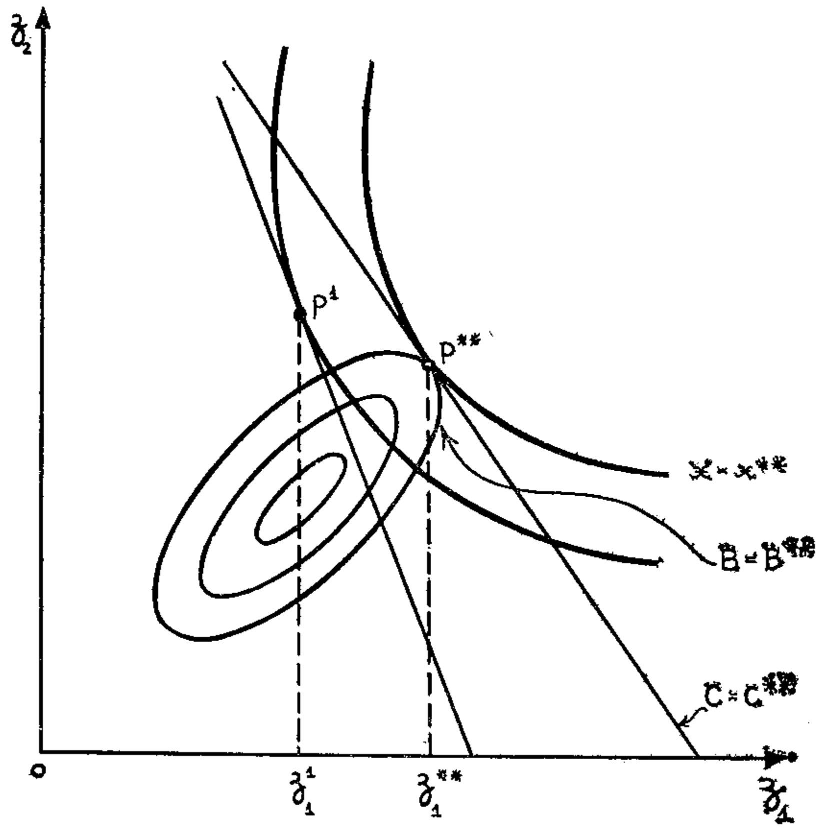

Figura 2

La interpretación geométrica del desplazamiento del equilibrio es semejante al caso anteriormente considerado. En la Fig. 2 tenemos en el punto P^{**} la situación de óptimo inicial (se trata del punto de tangencia entre la recta de isocostos $C = C^{**}$, la isocuanta $x = x^{**}$ y la curva de isobeneficio $B = B^{**}$). Un aumento del salario, *ceteris paribus,* provoca un desplazamiento de las curvas de isobeneficio y las rectas de isocostos se vuelven más empinadas. La nueva posición de óptimo se encuentra en el punto P^1, lo cual implica una reducción en la cantidad demandada del factor trabajo (en la Fig. 2 se han omitido las curvas de isobeneficio correspondientes a la función de beneficio después del aumento en el salario).

3. *Elasticidad de la demanda de insumos*

En base a las consideraciones previas, se puede colegir que la elasticidad de la demanda de un insumo cualquiera es inequívocamente negativa, ya sea que la empresa maximice el beneficio a secas, o bien que maximice el beneficio para un nivel de ventas dado. La cuestión se traslada ahora a indagar si es posible probar rigurosamente la existencia de alguna relación de orden entre dichas elasticidades. Intuitivamente, es de esperar que la demanda de insumos sea más elástica cuando la empresa maximiza el beneficio que cuando se impone la restricción de ventas (5) a la función objetivo (1) pero, si bien es cierto que la intuición es un elemento de gran importancia para la formulación de enunciados factualmente determinados, no es menos cierto que dichos enunciados deben ser, por regla general, consecuencia lógica de los supuestos escogidos.

Si observamos la estructura formal del problema que nos ocupa, percibiremos rápidamente que se trata de responder la siguiente pregunta: ¿cómo varía la variable incógnita z_i $(i = 1, \ldots, n)$ —definida como solución de un problema de máximo regular— cuando varía su parámetro conjugado w_i $(i = 1, \ldots, n)$ según exista o no una restricción adicional? El llamado principio de *Le Chatelier - Samuelson* proporciona una respuesta "local" al interrogante planteado (*).

Para comparar las razones de cambio (4) y (11), por conducto del principio de *Le Chatelier - Samuelson*, elegimos el nivel de la restricción de ventas, $\overline{R}$, de tal manera que resulte igual al volumen de ventas, R^*, correspondiente al objetivo de maximización del beneficio a secas. Luego, debe tenerse: $\overset{**}{z_i} = \overset{*}{z_i}$ $(i = 1, \ldots, n)$; o, dicho de otra manera, el supuesto $\overline{R} = R^*$ implica que el punto óptimo P^{**} de la Fig. 2 coincide con el punto óptimo P^* de la Fig. 1.

Dado que se cumplen todos los supuestos que sustentan el principio de *Le Chatelier - Samuelson*, podemos afirmar que:

$$\frac{\delta \overset{*}{z_i}}{\delta w_i} < \frac{\delta \overset{**}{z_i}}{\delta w_i} < 0 \qquad i = 1, \ldots, n, \tag{12}$$

es decir, *la demanda de un insumo cualquiera i* (i = 1, ..., n) *es más elástica con el objetivo de maximización del beneficio que con el objetivo de maximización del beneficio para un nivel de ventas dado.*

(*) El profesor SAMUELSON demostró el principio mencionado en [7, pp. 36-39]; posteriormente, lo extendió al campo no regular de la programación lineal [8] y, asimismo, al dominio de los sistemas del tipo LEONTIEF-METZLER-MOSAK [9]. SILBERBERG [12] obtuvo el principio de LE CHATELIER-SAMUELSON como un corolario del teorema generalizado de la envolvente.

Ilustraremos geométricamente el significado de las desigualdades (12). Para ello, consideramos una situación de equilibrio inicial de la empresa en el supuesto de que $\overline{R} = R^*$ y suponemos un aumento, *ceteris paribus*, en el salario (en la Fig. 3 sólo se dibujan

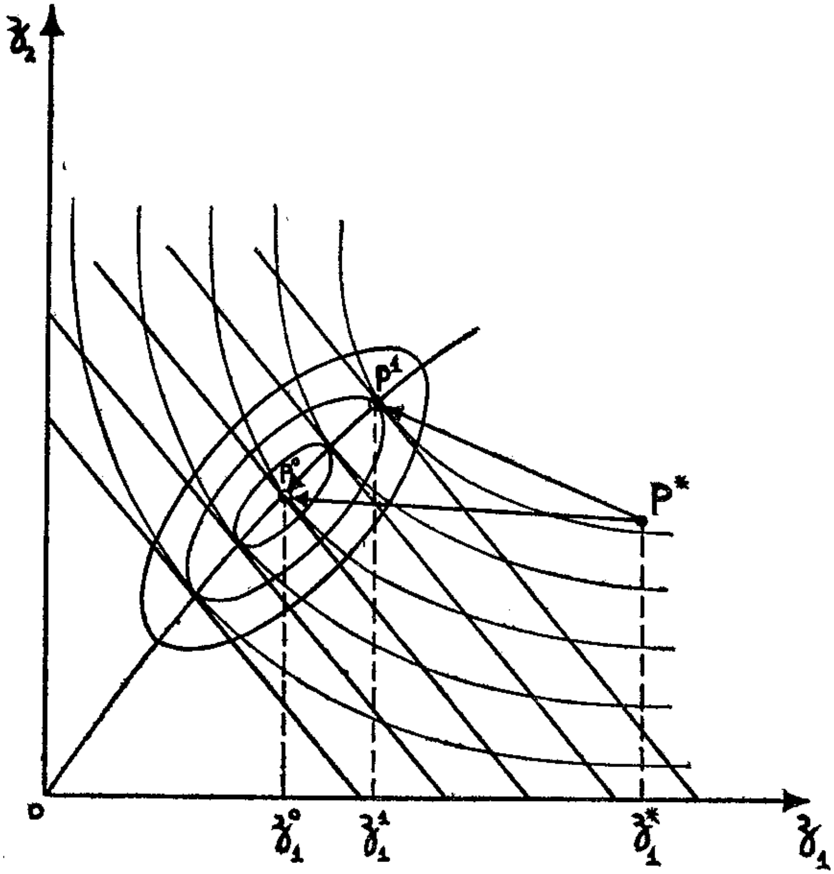

Figura 3

las curvas de isobeneficio y las rectas de isocostos correspondientes a la situación después del aumento en el salario). Aparecen *dos* situaciones de equilibrio final, a saber: la correspondiente a la maximización "libre" del beneficio (punto P^0, sin restricción de ventas) y la correspondiente a la maximización "condicionada" del beneficio (punto P^1, con restricción de ventas). El tránsito de P^* a P^0 refleja el desplazamiento de la posición de beneficio máximo, en tanto que el tránsito de P^* a P^1 corresponde al desplazamiento con restricción de ventas. Ambos desplazamientos del equilibrio entrañan una reducción de la cantidad demandada de trabajo, pero la reducción es mayor en el caso de inexistencia de restricciones auxiliares (por simple inspección de la Fig. 3, surge que $\overset{0}{z}_1 < \overset{1}{z}_1$).

Cabe señalar, finalmente, que el paso de P^* a P^0 se puede desdoblar del siguiente modo: primero, el aumento del salario provoca el paso de P^* a P^1 y, segundo, el paso de P^1 a P^0, desplazamiento este último que se produce a lo largo del sendero de expansión de la situación final, debido a la relajación de la restricción de ventas (normalmente, las ventas compiten con el beneficio).

REFERENCIAS

1. Baumol, W. J., *Business Behavior, Value and Growth*. Nueva York, Harcourt, Brace and World, Inc., 1967.

2. Fisher, F. M., "On the Goals of the Firm: Comment", *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 79, agosto de 1965, pp. 500-503.

3. Hall, M., "On the Goals of the Firm: Comment", *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 80, febrero de 1966, pp. 154-158.

4. Osborne, D. K., "On the Goals of the Firm", *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 78, noviembre de 1964, pp. 592-603.

5. Portes, R. D., "Input Demand Functions for the Profit-Constrained Sales-Maximizer: Income Effects in the Theory of the Firm", *Economica*, Vol. 35, agosto de 1968, pp. 233-248.

6. , "The Enterprise under Central Planning", *Review of Economic Studies*, Vol. 36, abril de 1969, pp. 197-212.

7. Samuelson, P. A., *Fundamentos del Análisis Económico*, traducción del inglés por Uros Basic y supervisión por José Barral Souto, Buenos Aires, El Ateneo, 1966.

8. , "The Le Chatelier Principle in Linear Programming", *Rand Corporation Research Memorandum*, 1949. Reproducido en 10.

9. ,"An Extension of the Le Chatelier Principle", *Econométrica*, Vol. 28, 1960, pp. 368-379. Reproducido en 10.

10. , *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Editor: J. Stiglitz, the M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1966.

11. Shubik, M., "Objetive Functions and Models of Corporate Optimization", *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 75, agosto de 1961, pp. 345-375.

12. Silberberg, E., "The Le Chatelier Principle as a Corollary to a Generalized Envelope Theorem", *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, 1971, pp. 146-155.

OBJETIVOS ALTERNATIVOS DE LA EMPRESA Y ELASTICIDAD DE LA DEMANDA DE INSUMOS

Resumen

El propósito de este artículo consiste en comparar la elasticidad de la demanda de insumos según que la empresa maximice el beneficio (a secas) o que maximice el beneficio para un nivel de ventas dado. Se demuestra, sobre la base del Principio de *Le Chatelier - Samuelson*, que la demanda de insumos es más elástica cuando la empresa es maximizadora de beneficios que cuando maximiza el beneficio para un nivel de ventas dado. Se presenta, asimismo, una interpretación geométrica del principio mencionado.

ALTERNATIVE GOALS OF THE FIRM AND THE ELASTICITY OF INPUT DEMAND FUNCTIONS

Summary

The purpose of this paper is to compare the elasticity of input demand functions of a firm which is either a profit maximizer or a profit maximizer under a sales constraint. It is shown, by mean of the *Le Chatelier - Samuelson* principle, that the input demand functions for a profit maximizing firm are more elastic than those for a sales-constrained profit maximizing firm. We also provide a geometrical interpretation of the principle mentioned above