DINERO Y ACTIVIDAD ECONOMICA

FERNANDO J. de SANTIBAÑEZ*

I. Introducción

Este artículo constituye la primera parte de un estudio que pretende analizar la relación entre el dinero y las variables reales.

El análisis se basa sobre la distinción entre el comportamiento del dinero dentro de modelos de crecimiento, donde se supone información completa y que las predicciones de los individuos son plenamente confirmadas, y modelos en donde se estudia el efecto del dinero durante el ciclo económico. En este último caso no se supone más la presencia de información total y por lo tanto se abandona también el supuesto de exactitud de las predicciones.

En los dos casos el análisis se hace en términos de equilibrio, es decir los agentes económicos maximizan su bienestar bajo las restricciones existentes. Por lo tanto no hay, ex ante, posibilidades de beneficio no aprovechadas.

La organización de esta primera parte se basa en encontrar la relación o grado de coincidencia de varios modelos desarrollados en diversos artículos con ciertas implicaciones de la teoría cuantitativa. Esto se ha hecho de esta manera pues es una manera clara de analizar y encontrar las diferencias entre modelos que, a pesar de ser desarrollados con un alto grado de rigor, sus conclusiones aparecen, a primera vista contradictorias.

* Banco Central de la República Argentina y Profesor del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de La Plata.-

En la primera sección se introducirá una presentación de los modelos desarrollados por Samuelson-Cass-Yaari, estos modelos dan una clara razón de la necesidad de introducir el dinero con el objeto de maximizar la utilidad de la sociedad.

Si bien este último material no tiene una relación directa con la parte siguiente del trabajo, es necesario para otras secciones.

II - Necesidad del dinero

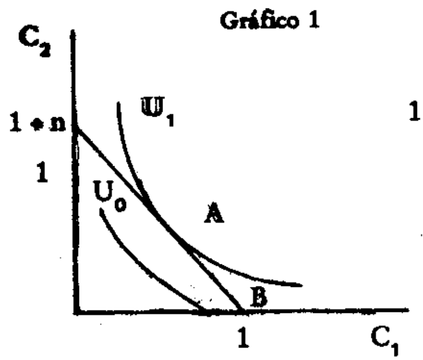
i) Ahora se va a desarrollar el modelo de Samuelson (An Exact Consumption Loan Model of Interest With and Without the Social Contrivance of Money, J.P.E. 1958) e introduciremos algunas de las modificaciones elaboradas por Cass and Yaari.

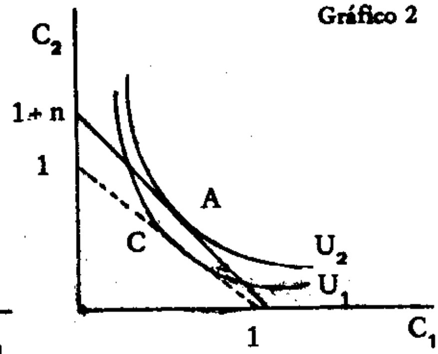
El punto más importante de estos trabajos es que dan una razón perfectamente clara de la necesidad del dinero para alcanzar un punto óptimo en términos de bienestar.

Arrow ("An extension of the basic theorems of classical welfare economics") mostró que una economía de mercado y una dirigida por un planificador pueden alcanzar ambas el punto óptimo. Este modelo muestra la necesidad de la existencia del dinero, para que la economía competitiva alcance el mismo nivel de utilidad que la economía del planificador.

La idea intuitiva es la siguiente: supongamos que existe una economía donde los individuos viven dos períodos, en el primero consumen y trabajan, en el segundo solo consumen. Entonces en todo período coexisten dos generaciones, una joven y otra adulta, la cantidad de producción disponible será igual a la producción de la generación joven (llamemos ese nivel 1), en el próximo período la producción disponible será $1 + n$ donde n es la tasa de crecimiento de la población. Cada persona maximizará su función de utilidad que tendrá por argumentos, el consumo en el período 1 y en el período 2 $U(C_1, C_2)$.

Un planificador podrá elegir el punto A con un nivel de utilidad U_2 pero el individuo si el bien es perecedero solo podrá alcanzar el punto B, consume todo en el primer período.





Si el bien tiene perfecta durabilidad, tampoco le será posible al individuo alcanzar el punto A, se ubicará en C. (Gráfico 2).

La razón económica de ello es que entre dos períodos se deja ociosa una cantidad de bienes. Hay un desperdicio de recursos que no existe con el planificador.

Podemos complicar más el panorama, introduciendo el capital como alternativa (Diamond), pero esto como se verá no soluciona el problema. Tampoco lo soluciona la introducción de dinero en la forma de oro. Necesitamos la existencia de dinero papel y según Samuelson este dinero tiene que ser emitido por el gobierno ¿Por qué?

La razón es que una entidad privada tendría un balance con saldo negativo, pues tendría un pasivo por una cantidad igual a la cantidad de dinero emitido y no tendría activos. En el caso que tuviera activos estaríamos en el mismo caso que con el oro. Una crítica a este tipo de argumento es si la restricción es solo un problema contable o un problema económico, es decir como se computa la confianza del público acerca del emisor. Pero quizás esa discusión tiene más matices ideológicos que económicos. Lo importante es ver la naturaleza de la necesidad del dinero, que aquí juega el papel de facilitar las transacciones, es una mejora tecnológica, como hoy las tarjetas de crédito.

ii) *Modelo de Samuelson-Cass-Yaari:*

C_t^1 : *consumo per cápita de la gente de la generación t en el período 1*

C_t^2 : *consumo per cápita de la gente de la generación t en el período 2*

n : *tasa de crecimiento*

Los individuos maximizan su función de utilidad $U(C_t^1, C_t^2)$, las propiedades de esta función son las usuales.

¿Cuál es la situación al momento t?

(1) Población joven	(2) Población adulta	(3) Producción	(4) Consumo (1)	(5) Consumo (2)
$(1+n)^t$	$(1+n)^{t-1}$	$(1+n)^t$	$C_t^1(1+n)^t$	$C_{t-1}^2(1+n)^{t-1}$

Posible asignación de recursos:

$$(1+n)^t \quad C_t^1 + (1+n)^{t-1} \quad C_{t-1}^2 = (1+n)^t$$

$$(4) \quad + \quad (5) \qquad = \quad (3)$$

(dividiendo por $(1+n)^t$:

$$C_t^1 + \frac{C_{t-1}^2}{1+n} = 1$$

Podemos obtener una segunda condición de equilibrio observando la tasa implícita de interés.

Para la población adulta, sus ahorros cuando jóvenes fueron:

$$1 - C'_{t-1} = S'_{t-1}$$

Su consumo presente es C_{t-1}^2

La tasa de retorno será

$$\frac{C_{t-1}^2}{1-C_{t-1}^1} = 1+r$$

Reescribiendo esta expresión se obtiene

$$C'_{t-1} + \frac{1}{1 + r} C^2_{t-1} = 1$$

Si suponemos una distribución estacionaria, es decir, que la gente joven de distintas generaciones consuma lo mismo tendremos que:

$$C'_{t-1} = C'_t$$

De ambas condiciones de equilibrio se obtiene que:

$$r = n$$

que es lo que Samuelson llama tasa de interés biológica. La interpretación de Samuelson [1] es que en el período t hay más gente que en el período t-1 y por lo tanto la gente adulta tiene un poder de negociación mayor.

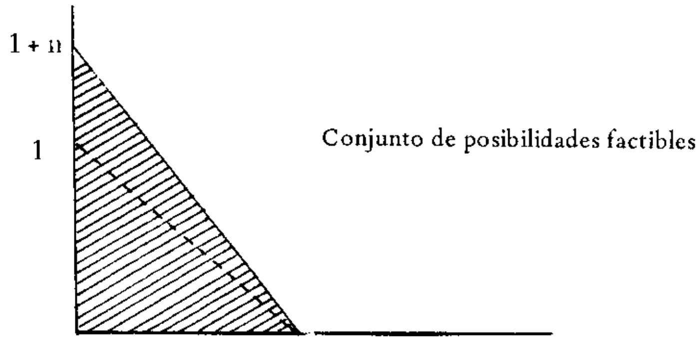


Gráfico 3

El sector privado si el bien es perecedero y no hay dinero, no puede hacer nada dentro de esta región; si ellos están sólos consumirán todo cuando jóvenes.

Si el producto tiene perfecta durabilidad los individuos podrán actuar en una relación de 1X1 pero van a terminar en un punto ineficiente pues en ese caso $r < n$. La ineficiencia surge del hecho que hay recursos ociosos. La solución es la existencia de un intermediario, que tome recursos de los jóvenes y que los transfiera a los adultos. El intermediario podría pagar una tasa de interés $r = n$ pues la pobla-

1 Ver SAMUELSON pág. 472.-

ción está creciendo a esa tasa. Pero el sector privado no va a tomar esta función, pues el intermediario deberá ser solvente.

Recapitulando, primero se supuso la existencia de un bien no durable, luego se supuso que el bien tenía perfecta durabilidad, pero aún así no se ha alcanzado el punto óptimo.

Ahora introduciremos la existencia de capital y vamos a ver que tampoco se puede solucionar el problema.

función de producción $Y_t = F(K_t \; N_t)$

C_t^1 consumo de un joven en el período t

C_t^2 consumo de un adulto en el período t

$$N_t \; C_t^1 = \Sigma \; C_t^1$$

$$N_{t-1} \; C_t^2 = \Sigma \; C_t^2$$

Se supondrá que la tasa de depreciación es igual a 0

a) Comportamiento del planificador

El planificador deberá decidir cuánto consumirán los jóvenes, cuánto los adultos y cuánto capital se acumulará

$$Y_t = \Sigma \; C_t^1 + \Sigma \; C_t^2 + K_{t+1} - K_t$$

$$K_{t-1} - K_t = nK_t$$

en el estado de crecimiento constante :

$$Y_t = N_t \, C_t^1 + N_{t-1} \; C_t^2 + K_{t+1} - K_t$$

$$Y_t = C_t^1 + \frac{1}{1+n} \; C_t^2 + n \; k_t$$

Ahora el planificador tendrá que decidir cómo asignar los recursos. Maximizará primero el total y luego la distribuirá

1) Maximizar

$$y_t - n \; k = \text{Consumo} \qquad y_t = f(k_t)$$

$f'(k_t) - n = 0 \qquad f'(k_t) = n$

esta es la "Golden rule"

2) Distribución entre jóvenes y adultos, el problema es:

$$\max\ U\ (C_t^1\ C_t^2)\ \text{s.t.}\ y - n\ k = C_t^1 + \frac{1}{1+n} C_t^2$$

$$\max\ U\ (C_t^1\ C_t^2) + \lambda\ (y - nk - C_t - (1+n)^{-1}\ C_t^2)$$

$$U_{C_t^1} - \lambda = 0$$

$$U_{C_t^2} - \lambda\ (1+n)^{-1} = 0$$

$$y - n\ k = C_t + (1+n)^{-1}\ C_t^2$$

la solución es

$$\frac{U_{C_t^1}}{U_{C_t^2}} = 1 + n$$

O sea la solución es como en el caso sin capital en que estaremos en un óptimo cuando $r = n$. Ahora la pregunta es cuál será el comportamiento en el caso de competencia.

b) Comportamiento en competencia

El sector privado igualará la tasa marginal de sustitución a $1 + r$, entonces en orden de llegar a un óptimo debemos encontrar que $r = n$.

Cada individuo recibirá un ingreso proveniente de su salario $w = f(k) - f'(k)\ k$

recordar que
$y = f'(k)$
k = capital per capita

El rendimiento de la inversión de los empresarios en el próximo período será:

$$r_t + 1 = f'(k_{t+1})$$

Este rendimiento será entregado a los accionistas.

Cuál es el problema del agente económico: maximizar su función de utilidad sujeto a la restricción presupuestaria.

$$\text{Max} \quad U(C'_t \; C'_{t+1}) \text{ dado que } C'_t + \frac{C'_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \leqslant w$$

r_{T+1} es la tasa que el empresario pagará por los préstamos.

$$\text{en equilibrio se tendrá que } \frac{U_{c_t}}{U_{c_{t+1}}} = 1 + r_{t+1}$$

siendo U_{c_t} = la derivada parcial de U respecto a C_t

De aquí se puede obtener la función de demanda, lo cual se va a ver más claro luego en el desarrollo de un ejemplo.

Por otro lado se tiene la función de oferta y, además se sabe que la demanda agregada es en equilibrio igual a la oferta agregada.

oferta		demanda
$f(k) = C'_t$	$+ \quad (1 + r_t) \; k_t$	$+ \dfrac{k_{t+1}}{N_t} - k_t$
consumo de los jóvenes	consumo de los adultos, que son los dueños del capital	acumulación de capital

$$\text{pero } \frac{K_{t+1}}{N_t} = \frac{K_{t+1}}{\dfrac{N_{t+1}}{1+n}} = (1+n) \; k_{t+1}$$

$$\text{luego } C'_t + (1+n) \; k_{t+1} = f(k) - r\,k_t = w$$

$$\text{luego } k_{t+1} = \frac{w_t - C'_t}{1 + n} \qquad \text{ecuación de equilibrio}$$

En realidad es una ecuación en diferencia autónoma de primer orden, pues tanto w_t y C_t dependen de k_t. Esta ecuación nos dice que el capital per cápita en el período k_{t+1} es igual a lo que la gente ahorra en este período anterior ajustado por la tasa de crecimiento.

Ahora para ver si la competencia alcanza en equilibrio un punto donde $r = n$, vamos a desarrollar un ejemplo con funciones específicas de producción y de utilidad.

$$U = \beta \ln C_t + (1-\beta) \ln C_{t+1} \qquad \text{función de utilidad}$$

$$y = f(k_t) = A K_t^{\alpha} \qquad \text{función de producción}$$

Primero se calculará la función de demanda.
El problema para el individuo consiste en maximizar

$$L = \beta \ln C_t + (1-\beta) \ln C_{t+1} + \lambda \left(W - C_t - (1+T_{t+1})^{-1} C_{t+1}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\beta}{C_t} - \lambda = 0 \\
&\frac{1-\beta}{C_{t+1}} - \lambda (1+r_{t+1})^{-1} = 0 \\
&w_t = C_t + (1+r_{t+1})^{-1} C_{t+1}
\end{aligned}\right\} \frac{\beta}{C_t} = \frac{(1-\beta)(1+r_{t+1})}{C_{t+1}}$$

La condición de equilibrio será:

$$\frac{U_{ct}}{U_{ct+1}} = \frac{C_{t+1}}{C_t} - \frac{\beta}{1-\beta} = 1 + r_{t+1}$$

$$C_{t+1} = C_t \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)(1+r_{t+1})$$

$$\text{pero } w_t = C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_{t+1}}$$

$$w_t = C_t + \frac{C_t \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)(1 + r_{t+1})}{1 + r_{t+1}}$$

$$w_t = C_t \left(1 + \frac{1-\beta}{\beta}\right) = C_t \frac{1}{\beta}$$

$C_t = w_t \ \beta$ demanda

w proviene de la función producción
Nosotros teníamos:

$$y_t = f(k_t) = A \ k_t^a$$

$$r_t = f'(k_t) = Aa \ k_t^{a-1} = \frac{A \, a \, k^a}{k}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t \quad f'(k_t)$$

$$w_t = A \, k_t^a - k_t \ \frac{a \ A}{k_t} \ k^a$$

$$w_t = A \ k_t^a \ (1 - a)$$

Ahora veamos la ecuación de equilibrio

$$k_{t+1} = \frac{w_t - C_t^1}{1 + n}$$

Sustituimos

w_t y C_t^1

$$k_{t+1} = \frac{(1 - \beta)}{1 + n} \ (1 - a) \ A \ k_t^a$$

En el steady state $K_{t+1} = K_t$, luego

$$k = \left[\frac{(1-\beta)\,(1-\alpha)\,A}{1+n} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Ahora vamos a obtener el valor de r en función de n

$$r = f\,(k_T) = \frac{\alpha \quad A \quad k^{\alpha}}{k}$$

Reemplazamos k por su valor de equilibrio en el steady state

$$r = \frac{\alpha\,(1+n)}{(1-\beta)\,(1-\alpha)} \neq n \qquad \text{salvo que } n = \frac{\alpha}{(1-\alpha)\,(1-\beta)} - \alpha$$

Entonces se puede ver que la dificultad no es la ausencia de capital productivo.

En competencia se alcanza un punto donde $r \neq n$ y por lo tanto no alcanza el óptimo.

III - Un marco intuitivo.

En los modelos de largo plazo, que incluyen como variable la cantidad de dinero, la teoría cuantitativa ha desarrollado un papel preponderante.

Lo cual sugiere que desde un punto de vista didáctico puede ser una buena idea contrastar los resultados de diversos trabajos con las implicaciones de la teoría cuantitativa.

Las dos implicaciones más importantes de esta teoría son que un cambio en la tasa de creación de dinero induce:

i) un cambio en igual proporción en el nivel de inflación.

ii) un cambio igual en la tasa nominal de interés.

Desarrollaremos, los modelos de Tobin (1965) y Sidrauski (1967) en una forma en que podamos contrastar sus implicaciones con las de la teoría cuantitativa.

Veremos que los resultados son diferentes respecto a la segunda proposición, Tobin obtiene que la tasa nominal de interés aumentará en menor proporción que la inflación y Sidrauski por el contrario deduce que la tasa de interés aumentará en igual medida que la inflación.

En ambos modelos la tasa de inflación es igual a la tasa de creación monetaria, por lo tanto la discusión es acerca de la segunda pro-

Los resultados obtenidos por Sidrauski dependen crucialmente de la aditividad de la función de utilidad (Michener 1977). Por otra parte si la utilidad marginal del dinero tiende a cero, Sidrauski obtiene el mismo resultado que Tobin (el dinero deja de ser neutral).

Cabría preguntarse la razón por la cual ambos modelos difieren. La causa está en la forma de introducción del dinero, en Sidrauski el dinero da utilidad en si mismo, por lo que entra como argumento de la función de utilidad, no pasando lo mismo con el capital, por lo tanto no son perfectos sustitutos.

El resultado final depende, por lo tanto de la validez de los supuestos empleados. Aunque en términos estrictamente teóricos uno debería preveer que exista una cierta clase de no neutralidad basada principalmente en los argumentos expuestos por Tobin. Pero aún en este caso poco se puede decir cuantitativamente sobre este fenómeno, solo estudios empíricos podrán determinar el grado de sustitubilidad existente. Trabajos en esa dirección (Lucas 1978) mostrarían que la teoría cuantitativa se comportaría mejor cuanto más largos son los períodos considerados. Recapitulando, en Tobin la tasa de interés aumentará en menor proporción que la inflación y Sidrauski por lo contrario deduce que la tasa de interés aumentará en igual medida que la inflación.

Otros autores obtuvieron resultados similares a los de Tobin respecto a la no neutralidad por ejemplo Mundell (1963), Levhari y Patinkin (1968), Fisher (1978, 1979).

La razón por la que en el modelo de Tobin el aumento de la tasa nominal de interés es menor que la tasa de inflación es la siguiente: si suponemos (como Tobin) que el dinero y el capital son perfectos sustitutos, entonces en equilibrio el rendimiento marginal de ambos tiene que ser igual. Dado que el rendimiento del dinero depende de la tasa de inflación, aumentando la tasa de emisión se disminuye el rendimiento (o aumentamos el costo de mantener dinero), entonces tiene que bajar el rendimiento del capital, que baja acumulando más capital. De esto se tiene la conclusión de que la política monetaria afecta el proceso de formación de capital. Por lo tanto baja la tasa de interés real, la nominal sube en menor proporción que la inflación. Está claro que este resultado depende del supuesto de perfecta sustitubilidad entre capital y dinero; depende de la misma manera que la política cambiaria argentina depende de la sustitubilidad (perfecta) entre bienes comerciables y no comerciables. Si son perfectos sustitutos los precios de los no comerciables tienen que cambiar en la misma proporción que los comerciables.

En Mundell la tasa de interés real baja porque al aumentar la emisión, aumenta la inflación, entonces, aumenta el costo de mantener dinero y bajan los saldos monetarios reales. Dada la función de ahorro que depende negativamente de la riqueza, la caída de los saldos reales provoca una caída en la riqueza y por lo tanto un aumento en el ahorro y esto a su vez provoca una caída en la tasa de interés real.

IV - Modelos formales

Existe una teoría del crecimiento ampliamente aceptada (dentro de los economistas neoclásicos), basada principalmente en trabajos de Solow (Q.J.E. Feb. 1956) y Cass (R.E.S. 1965).

Estas teorías, donde la disponibilidad de factores y la estructura de preferencias juegan un papel primordial, han podido explicar con éxito algunos aspectos del crecimiento en las últimas épocas. Lo que se verá ahora es la introducción del dinero en modelos de este tipo.

Los factores que se deben tratar de explicar son:

i) Tasas de inflación

Obviamente se necesita dinero para hablar de inflación, como se necesita aire para inflar un globo. Nosotros queremos observar cómo se mueven el dinero y los precios a través del sendero de equilibrio.

ii) Interacción del dinero y variables reales dentro de un contexto de crecimiento. Por ejemplo, existen estudios para España que muestran que la introducción del oro en el Siglo XVI, no sólo produjo inflación sino que junto con esto se apreció un incremento en la tasa de crecimiento.

iii) Relación del dinero con variables reales durante el ciclo económico.

Introducción del dinero

Como señalamos, el objeto de este estudio está conectado con los primeros puntos (i, ii). En la literatura podemos ver distintos caminos por los cuales se introdujo al dinero en modelos de crecimiento.

Los principales son:

a) Postular una demanda de dinero, sin modificar la parte real. Se considera en estos modelos el dinero como algo necesario que ya existe en la economía (Friedman).

b) Considerar el dinero como un activo más, la gente puede ahorrar en forma de dinero en vez de ahorrar en máquinas. Se considera que dinero y otros activos son perfectos sustitutos (Tobin).

c) Considerar el dinero como un elemento dentro de la función de utilidad. Se introduce el dinero en forma simétrica a un bien de consumo, el dinero es demandado porque produce utilidad (Sidrauski).

d) Levantar el supuesto de los mercados walrasianos de que el comercio no tiene costos e introducir el dinero como un adelanto tecnológico (Samuelson-Cass-Yaari).

La base de toda esta discusión está en fundamentar la demanda de dinero.

Lo importante de estas distinciones es que según la forma que introducimos el dinero vamos a tener distintos resultados cuando consideramos el efecto del dinero sobre las variables reales.

Algunos modelos

1) Tobin "Money and economic growth"

Lo que sigue es una interpretación del artículo de Tobin con el fin de ilustrar los puntos que nos proponemos discutir. Tobin considera la existencia de dos activos, capital y dinero. Si en equilibrio la gente demanda a ambos, tienen que ofrecer el mismo rendimiento. Vamos a suponer que no hay incertidumbre aunque esto no es esencial al análisis.

Definiciones

W = riqueza
W' = riqueza a principios del próximo período
λ = fracción de la riqueza mantenida en forma de capital físico.
1-λ = fracción de la riqueza mantenida en forma de dinero.

tasa de retorno del capital $(1-\delta)+r_{t+1}-1 = f'_{(t+1)}-\delta$

δ = tasa de depreciación

tasa de retorno del dinero $= \dfrac{P_t}{P_{t+1}} - 1$

El problema consiste en maximizar la riqueza en el período 1

$$\max_{\lambda} \quad W' = W \left[\lambda \{ (1-\delta) + f'_{(k_{t+1})} \} + (1-\lambda) \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]$$

$$\frac{\delta W}{\delta \lambda} = (1-\delta) + f'_{(k_{t+1})} - \frac{P_t}{P_{t+1}} = 0$$

entonces $$f'_{(k_{t+1})} - \delta = \frac{P_t}{P_{t+1}} - 1 \qquad (1)$$

rendimiento del capital — rendimiento del dinero

El siguiente paso es introducir una hipótesis acerca de la oferta de dinero

$$M_{t+1} = M_t \; (1+\pi)$$

π = tasa de cambio en la cantidad de dinero.

Fijándonos en (1) vemos que el rendimiento del capital y por lo tanto la cantidad del capital dependerá de los precios (cuanto más capital per capita menor será el rendimiento, ya que estamos trabajando con la función de producción de Solow).

Ahora queremos saber de qué depende P, siempre en el *Steady state*, o sea donde $k_{t+1} = k_t = k$

$$m = \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}} = M_t\ (1+\pi)\ \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

$$m = m\,(1+\pi)\ \frac{P_t}{P_{t+1}} \qquad \frac{P_{t+1}}{P_t} = 1 + \pi \tag{2}$$

De (2) vemos que en equilibrio la tasa de inflación iguala a la tasa de creación monetaria.
Reemplazando en (1) tenemos:

$$f'_{(k)} - \delta = \frac{-\pi}{1+\pi} \tag{3}$$

(3) es la principal conclusión del trabajo de Tobin; en equilibrio el stock de capital está determinado por la política monetaria, además de por la tecnología y "thriff" (pág.684)

El argumento sigue en la siguiente línea, si uno desea tener más capital per capita uno debe hacer menos atractivo el rendimiento del dinero (inflación).

Supuestos necesarios:

La tasa de retorno del dinero depende de la inflación.
El dinero no produce otro tipo de rendimiento.
Dinero y capital son perfectos sustitutos.

2) Sidrauski "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy"

Para analizar el trabajo de Sidrauski utilizaremos como base el trabajo de Cass "Optimun Growth in Aggregative Model of Capital Accumulation".

El adelanto del trabajo de Cass sobre el de Solow es la introducción explícita de las preferencias.

El problema a solucionar para Cass es maximizar:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \beta_t\ \mu\,(C_t) \qquad 0 \leqslant \quad \beta \leqslant 1$$

β refleja las preferencias en el tiempo.

sujeto a la tecnología (Solow)

$$k_{t+1} = \frac{f(k_t) - C_t}{1 + \lambda} + \left(\frac{1 - \delta}{1 + \lambda}\right) k_t$$

k = Capital per capita
C = Consumo
δ = Tasa de depreciación
n = Tasa de crecimiento de la población

dado k_0 y $\mu'(0) = \infty$

El problema es elegir $C_0, C_1, C_2, \ldots\ldots\ldots;$
$k_1, k_2, k_3, \ldots\ldots\ldots$

Cass prueba que existe una secuencia de k y además que es única.

Podemos presentar el modelo de Sidrauski de la siguiente forma:

preferencias maximizar $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ \mu \ (C_T, m_t)$

siendo $m_t = {}^{M_t}/_{P_t}$

tecnología

$$C_T + k_{t+1} = f(k_T) + (1 - \delta)\ k_T$$

a fin de simplificar vamos a considerar $n = 0$

Queda por aclarar la forma en que se va a introducir el dinero en la economía (que no es un problema inocente).

La vamos a hacer en forma de transferencias en términos reales no relacionados con la tenencia anterior de dinero.

$$V_t = \frac{M_{t+1} - M_t}{P_t}$$

Ahora estamos en condiciones de presentar la restricción presupuestaria que enfrentan los consumidores.

Primero la vamos a escribir en términos nominales.

$$P_t\,(C_t + k_{t+1}) + M_{t+1} - P_t \left[f\ (k_t) + (1 - \delta)\ k_t \right] + M_t + P_t\, V_t$$

deflacionando

$$C_t + k_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_t} \leqslant f(k_t) + (1-\delta)\, k_t + \frac{M_t}{P_t} + V_t$$

pero $\dfrac{M_{t+1}}{P_t} = \dfrac{M_{t+1}}{P_{t+1}} \; \dfrac{P_{t+1}}{P_t} = m_{t+1}\,(1+\pi_t)$

pues $\dfrac{P_{t+1}}{P} - 1 = \pi_t$

Es decir la inflación es igual a la tasa de creación de dinero.

Estamos suponiendo en este tipo de modelos que $\pi_t = \pi_t^e$ es decir que las predicciones se ven realizadas a través del tiempo. Entonces el problema es:

$$\operatorname{Max} \sum_{t=o}^{\infty} \beta^t \mu\,(C_t{}' m_t)$$

$$\text{s.t.}\quad C_t + k_{t+1} + m_{t+1}\,(1+\pi_t) = f(k_t) + (1-\delta)\, k_t + \frac{M_t}{P_t} + V_t$$

o sea

$$\underset{m_t\, C_t\, k_t}{\operatorname{Max}} \sum_{t=o}^{\infty} \beta^t \left\{ U(C_t, m_t) + \lambda_t \left[f(k_t) + (1-\delta)\, k_t + m_t + V_t - C_t - k_{t+1} - m_{t+1}\,(1+\pi_t) \right] \right\}$$

Un punto importante es que cuando se maximizan a través del tiempo sujeto a una restricción, tanto la función objetivo como la restricción tienen que ser descontadas.

Maximizando respecto a :

i) c_t

$$U_c\,(C_t\; m_t) - \lambda_t = 0$$

ii) m

$$\beta^t \left[U_m (C, m) + \beta^t \lambda_t - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} (1 + \pi_{t-1}) \right] = 0$$

$$\beta \left[U_m (C, n) \right] + \beta \lambda_t - \lambda_{t-1} (1 + \pi_{t-1}) = 0$$

iii) k

$$\beta^t \lambda_t \left[f'(k_t) + (1 - \delta) \right] - \beta^{t-1} \lambda_{t-1} = 0$$

$$\beta \lambda_t \left[f'(k_t) + (1 - \delta) \right] - \lambda_{t-1} = 0$$

iv)

λ_t

$$C_t + k_{t+1} + m_{t+1} (1 + \pi_t) = f(k_t) + (1 - \delta) k_t + m_t + V_t$$

Lo que obtenemos es un sistema de ecuaciones diferenciales. Una pregunta que nos podemos hacer es si este sistema es autónomo, es decir, si el tiempo entra sólo a través de las variables del sistema, la respuesta va a estar dada por la naturaleza de V, es decir las transferencias.

Como estamos interesados en analizar los puntos estacionarios (steady state). Vamos a definir:

U_T = cte. = V variable de política ec.
K_C = cte. = K
C_t = cte. = C
π_t = cte. = π
λ_t = cte. = λ

Con estas simplificaciones podemos resolver el sistema anterior

(1) $U_c (C, m) = \lambda$
(2) $\beta\, U_m (C, m) + \beta \lambda = \lambda\, (1 + \pi)$
(3) $\beta \left[f(k) + (1 - \delta) \right] = 1$

$$(4)\quad C + \pi\ m = f(k) - \delta\ k + V$$

$$V = \pi\ m$$

Tenemos cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, podemos resolver el sistema para un valor dado de π

Solamente la ecuación (3) nos da una conclusión esencial de este modelo

$$f'(k) + (1 - \delta) = \frac{1}{\beta}$$

$$f'(k) + 1 - \delta = 1 + \rho$$

$$f'(k) - \delta = \rho \qquad \text{definiendo } \beta = \frac{1}{1+\rho} \quad \rho \geqslant 0$$

Este resultado es totalmente opuesto al de Tobin, la cantidad de capital no tiene nada que ver con la política monetaria, solo depende de las preferencias.

Un punto interesante se desprende del análisis de la ecuación 2 si:

$$U_m \Rightarrow 0 \quad \beta = 1 + \pi$$

pero $\beta = \dfrac{1}{1+\rho}$ entonces $\rho = \dfrac{-\pi}{1+\pi}$

y obtenemos un resultado idéntico al de Tobin (3)

$$f'(k) - \delta = \frac{-\pi}{1+\pi}$$

Una objeción importante al trabajo de Sidrauski es la siguiente. De la ecuación (iii) tenemos:

$$f'(k) - \delta = (1+\rho)\ \frac{\lambda\ t}{\lambda_{t-1}} - 1$$

Por el supuesto de aditividad de la función de utilidad vemos que la tasa marginal de sustitución en el consumo es igual a $\beta\ \dfrac{U_{c_t}}{U_{c_{t+1}}}$

En el steady state por lo tanto esa expresión es igual a β, que es el resultado inicial de Sidrauski. Pero si levantamos el supuesto de aditividad en la especificación de la función de utilidad, los anteriores resultados no se mantienen, y el dinero deja de ser neutral.

Podemos trabajar con el modelo de Sidrauski y tratar de averiguar qué pasa con la cantidad real de dinero cuando aumentamos las transferencias.

Intuitivamente (excepto en el caso en que las transferencias sean proporcionales a las tenencias) podemos esperar que la cantidad real de dinero disminuya, debido al impuesto producido por el aumento en las transferencias (al aumentar la tasa de inflación y con ellos el costo de mantener el dinero).

En el steady state teníamos:

1. $U_c\ (C, m) = \lambda$
2. $U_m\ (C, m) = \lambda\ (\rho + \pi + \pi\rho)$
3. $f\ (k) = \rho + \delta$
4. $C + \delta k = f\ (k)$
5. $V = \pi m$

Podemos resolver el sistema obteniendo k a partir de (3) y luego reemplazando en (4) obtenemos C y luego trabajando con 1, 2, y 5,

$$U_m\ (C^*, m) = U_c\ (C^*, m)\ (\rho + \pi + \pi\rho)$$

$$V = \pi\ m \longrightarrow m = m\ (v)$$

Tenemos dos ecuaciones con dos variables (π, m). El punto es que V es una variable exógena.

Reemplazando π por $V/_m$

$$U_m\ (C^*, m) = U_c\ (C^*, m)\left[\rho + (1+\rho)\frac{V}{m}\right] \tag{6}$$

Ahora nos vamos a preguntar qué pasa si aumentamos las transferencias; se puede ver a partir de (6) que nada pasará con k pero sí podemos tratar de averiguar que pasará con m:

$$U_{mm} (\quad) \; m'(v) = U_{cm} (\quad) \; m'(v) \; (\rho + (1+\rho) \frac{V}{m}) +$$

$$+ \quad U_c (1+\rho) (\frac{-V}{m^2}) \qquad m(v) + U_c (1+P) \frac{1}{m}$$

$$m'(v) = \frac{\bullet \quad U_c \frac{1+\rho}{m}}{U_{mm} - (\rho + (1+\rho) \frac{V}{m}) \; U_{cm} + U_c (L+\rho) \frac{V}{m^2}}$$

$$*$$

* teniendo en cuenta 6

$$m'(v) = \frac{U_c \frac{1+\rho}{m}}{\underbrace{U_{mm} - (\frac{U_m}{U_c}) \qquad U_{cm}}_{(7)} + \underbrace{U_c \; (1+\rho) \frac{V}{m^2}}_{+}}$$

Nosotros no podemos saber el signo de (7) por lo tanto no podemos deducir qué va a pasar con los saldos monetarios.

BIBLIOGRAFIA

K.J.ARROW *"An extension of the basic theorems of classical welfare economics"* Proceedings of the Second Berkeley Symposium (Berkeley 1951).

R.SOLOW, *"A contribution to the theory of economic growth"*. Quarterly Journal of Economics (1956).

D.CASS, *"Optimun growth in an aggregative model of capital accumulation."* Review of Economic Studies (1965).

M. FRIEDMAN, *"The optimun quantity of money"* in *"The optimun quantity of money and other essays"*. Chicago, 1969.

J.TOBIN, *"Money and economic growth"*. Econometrica (1965).

M. SIDRAUSKI, *"Rational choice and patterns of growth in a monetary economy"*. American Economic Review (1967).

P.A. SAMUELSON, *"An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money"*. Journal of Political Economy (1958).

D. CASS and M. YAARI, *"A re-examination of the pure consumption-loan model"* Journal of Political Economy (1966).

P.DIAMOND, *"National debt in a Neoclassical model of economic growth."* American Economic Review (1965).

R. DORNBUSH and J. FRENKEL, *"Inflation and growth: alternative approaches"* Journal of Money, Credit and Banking (1975)

S. FISHER, *"Capital accumulation on the transition path in a monetary optimizing model"* M.I.T. Working paper (1978).

S.FISHER, *"Neutrality of money"*. Journal of Political Economy,1979).

D. LEVHARI and D. PATINKIN, *"The role of money in a simple growth Model"*. American Economic Review (1968).

R.MICHENER, *"An application of non additive preference to a problem in money and growth* University of Chicago. Working paper.(1977).

R. MUNDELL, *"Inflation and real interest"*. Journal of Political Economy (1963).

R. LUCAS, *"Two illustrations of the quantity theory of money"*. University of Chicago. Working paper (1979).

R. LUCAS, *"Notes of Course 331"*. (1977, 1978, 1979).

DINERO Y ACTIVIDAD ECONOMICA

RESUMEN

Este artículo constituye la primera parte de un estudio que pretende analizar la relación entre el dinero y las variables reales. Se distingue entre el comportamiento del dinero dentro de modelos de crecimiento y modelos donde se estudia el efecto del dinero durante el ciclo económico. Para ello se analiza el grado de coincidencia de varios modelos desarrollados en diversos artículos (Tobin, "Money and economic growth"; Sidrausky, "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy") con ciertas implicaciones de la teoría cuantitativa.

MONEY AND ECONOMIC ACTIVITY

SUMMARY

This article constitutes the first part of a paper that pretends to analyse the relation between money and real variables. A distinction is established between the behaviour of money in models of growth and models which study the effect of money during the economic cycle. The author studies the degree of coincidence of various models expounded in different papers (Tobin, "Money and economic growth"; Sidrausky, "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy") which contain certain implications of the quantitative theory.