VARIABILIDAD DE PRECIOS RELATIVOS EN MODELOS DE GENERACIONES SUPERPUESTAS* **

ALFREDO M. LEONE ***

I. Introducción

Durante los últimos años han surgido críticas de inusitada intensidad con respecto a la forma tradicional de enfocar cuestiones macroeconómicas. Tales críticas han afectado tanto a las técnicas econométricas como a la metodología teórica.

Por una parte, es generalmente aceptado después de la famosa "crítica de Lucas (1976)"[1] que las estimaciones econométricas de los modelos macroeconómicos no tienen valor para efectuar predicciones condicionales, es decir, para predecir y evaluar el comportamiento del sistema bajo lo que puede considerarse como un cambio drástico en la política económica.

En el campo teórico se ha afirmado[2] que los modelos macroeconómicos adolecen de inconsistencia lógica. Tradicionalmente, un modelo macroeconómico consistía de una serie de ecuaciones que

* Este trabajo está basado en el tercer capítulo de mi tesis doctoral en la Universidad de Minnesota (EE.UU.). Agradezco a los profesores Oswald H. Brownlee, Neil Wallace, Edward M. Foster, Takatoshi Ito, Terry Roe y a mi amigo y colega Rodolfo Manuelli por sus interesantes comentarios y sugerencias.
Agradezco también los comentarios recibidos a la versión determinística de este modelo (Ver Leone (1983)) efectuados por Guillermo Escude y Adolfo E. Buscaglia.

** Este trabajo fue presentado en un seminario interno del Centro de Estudios Monetarios y Bancarios del Banco Central de la República Argentina y en la XIX Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política realizada en Puerto Iguazú, Misiones (1984). Agradezco los valiosos comentarios y sugerencias recibidas de los miembros de aquel seminario y de Daniel Heymann que fue el comentarista del trabajo en aquella reunión.

*** Miembro del Centro de Estudios Monetarios y Bancarios (C.E.M. y B.) del Banco Central de la República Argentina. Las opiniones vertidas son propias y no representan necesariamente las de la Institución a la que pertenece.

1 Ver también R.E. Lucas Jr. y T.S. Sargent (1979).

2 Ver J. H. Kareken y N. Wallace (1980) y J. Bryant y N. Wallace (1980).

describía el funcionamiento de la economía. Cada una de esas ecuaciones, por ejemplo, describía el comportamiento de demandas u ofertas específicas. Cada una de estas ecuaciones se justificaban apelando a distintos modelos subyacentes de equilibrio parcial. Por ejemplo, la ecuación explicativa del consumo se podía justificar apelando a la teoría del consumo desarrollada por M. Friedman (1957) la función demanda de dinero podía basarse, por ejemplo, en el modelo de composición de cartera de Tobin (1958). Otras ecuaciones (particularmente aquellas que describían el proceso de formación de expectativas) eran postuladas en forma ad hoc, es decir, sin mayor fundamento teórico. En el mejor de los casos el modelador sólo se preocupaba en demostrar que cada uno de los modelos teóricos de equilibrio parcial a los que había apelado "implicaba" la correspondiente ecuación. Ningún esfuerzo se hacía para comprobar que cada uno de esos modelos y su correspondiente ecuación eran "equivalentes" ni para demostrar que esos distintos modelos eran mutuamente consistentes. La consecuencia de esta metodología es que es muy fácil adoptar especificaciones para algunas ecuaciones que contradigan las implicaciones de los modelos de equilibrio parcial a los que se acude para justificar otras ecuaciones del sistema. En otras palabras, la no "equivalencia" entre modelo y ecuación y la falta de consistencia entre los distintos modelos teóricos impiden al usuario del modelo macroeconómico completo apelar "simultáneamente" a todos esos modelos teóricos para justificar el sistema de ecuaciones del modelo macroeconómico.

Las críticas señaladas han creado incentivos entre los investigadores para buscar formas alternativas para el análisis de cuestiones macroeconómicas. Una de esas formas es la de postular y utilizar modelos intertemporales de equilibrio general, convenientemente adaptados para simular el comportamiento de una economía y estudiar dentro de ese marco los efectos de cambios en las políticas económicas y en otros parámetros de esa economía[3] Resulta entonces de interés estudiar las implicaciones de modelos de este tipo.

El presente trabajo ofrece una versión de un modelo intertemporal de equilibrio general conocido como de "generaciones superpuestas" y desarrollado originalmente por Samuelson (1958). Más precisamente el objetivo es presentar una estructura teórica que pueda generar correlaciones entre series de tiempo correspondiente a distintas variables y variabilidad en las mismas.

En particular, este trabajo presenta algunos resultados en esa dirección con respecto a las decisiones de consumo de bienes durables y no durables y de ahorro y al comportamiento de la tasa de inflación y de los precios relativos. La sección II describe el modelo teórico que

3 Esta metodología es sugerida, entre otros, por R.E. Lucas (1980).

es una versión estocástica del presentado en Leone (1983). La tercera sección considera el problema de optimización que enfrenta un individuo representativo de cada generación. En esta sección se analiza también el problema de existencia de equilibrio en la economía que se describe. Dado que la existencia de equilibrio no es demostrada rigurosamente se presenta un argumento que permite postular funciones que pueden ser consideradas como funciones de equilibrio. Se establecen también las condiciones que estas funciones deberían satisfacer para ser consideradas funciones de equilibrio y se presentan algunas propiedades de las funciones de equilibrio sugeridas. Obviamente, estos resultados están condicionados a la existencia de tales funciones. La última sección presenta algunas conclusiones y sugerencias para trabajos futuros.

II. El modelo: Características y supuestos[4]

Se supone una economía habitada por individuos que viven durante dos períodos de tiempo. La variable tiempo (t) es aquí una variable discreta. Además la economía tiene las siguientes características:

a) Población.

La economía evoluciona a partir de una fecha inicial $t = 1$. En cada período ($t \geqslant 1$) aparece una nueva generación (la generación t) que está presente en la economía durante los períodos t y $t + 1$. En consecuencia, en cada período de tiempo t, $t \geqslant 1$, la población está integrada por N (t) jóvenes, los miembros de la generación t, y N (t - 1) ancianos, los miembros de la generación t - 1. Se supone que:

$$N(t) \;/\; N\,(t-1) = (1 + n) \qquad \text{(i)}$$

donde, $n \geqslant 0$ es la tasa de crecimiento poblacional.

b) Tipos de bienes, tecnologías, preferencias y dotación de recursos.

Dos tipos de bienes son producidos en esta economía: bienes perecederos (Y) y bienes durables (X). Cada individuo "h" de la generación t posee exclusivamente durante su juventud una cantidad posi-

4 Los supuestos del modelo acerca de la población, tipos de bienes, tecnologías de producción, preferencias y dotación de recursos de los individuos en la economía que se considera, son los mismos que los presentados en Leone (1983) pero se repiten aquí para facilitar la lectura. Como se verá más adelante existen diferencias con respecto a los supuestos acerca del comportamiento del gobierno.

tiva de tiempo de trabajo (que denotaremos por l^h (t)) y una tecnología que emplea trabajo para producir cada uno de los dos tipos de bienes citados. Los individuos sólo consumen durante su vejez. Las tecnologías disponibles pueden ser representadas por las siguientes funciones de requerimientos de trabajo:

$$l_x^{h^*}(t) = A(X^h(t)) \qquad \text{(ii)}$$

$$l_y^h(t) = B(Y^h(t)) \qquad \text{(iii)}$$

$$A(0) = B(0) = (0) \qquad \text{(iv)}$$

$$A'(X^h(t)) > 0,\ B'(Y^h(t)) > 0,\ A''(X^h(t)) > 0,\ B''(Y^h(t)) > 0 \qquad \text{(v)}$$

$$B'(Y^h(t)) \rightarrow 0 \text{ cuando } Y^h(t) \rightarrow 0 \qquad \text{(vi)}$$

$$A'(X^h(t)) \rightarrow 0 \text{ cuando } X^h(t) \rightarrow 0 \qquad \text{(vii)}$$

Los individuos de distintas generaciones son idénticos en cuanto a la cantidad de tiempo de trabajo de que disponen (l^h (t) durante su juventud, cero durante su vejez) y en cuanto a sus posibilidades tecnológicas y sus preferencias. Estas preferencias pueden ser representadas por la siguiente función de utilidad.

$$U^h(c_1^h(t), k_1^h(t), c_2^h(t), k_2^h(t)) = \sum_{t=1}^{2} a_i F[g(c_i^h(t), k_i^h(t))] \qquad \text{(viii)}$$

donde, c_i^h (t), k_i^h (t) denotan el consumo durante el período i del bien perecedero y el stock del bien durable durante ese mismo período, respectivamente.

Asimismo, se supone que:

$$0 < a_2 \leqslant a_1 \leqslant 1 \qquad \text{(ix)}$$

F (·) es una función creciente, estrictamente cóncava y dos veces diferenciable (x)

$F'(s) \rightarrow \infty$ cuando $s \rightarrow 0$ (xi)

g (c_i^h (t), k_i^h(t)), i: 1, 2 es una función homogénea de grado 1 en sus dos argumentos y, además, $g(.) : R_+^2 \rightarrow R_+$

Para i: 1, 2 y $c_i^h(t) > 0$, $k_i^h(t) > 0$:

$$\frac{[\partial g(c_i^h(t), k_i^h(t)) / \partial k_i^h(t)]}{[\partial g(c_i^h(t), k_i^h(t)) / \partial c_i^h(t)]} = \left[V \frac{c_i^h(t)}{k_i^h(t)} \right]$$

donde, $V(\cdot) > 0$, $V'(\cdot) > 0$

$$V\left[\frac{c_i^h(t)}{k_i^h(t)}\right] \rightarrow 0 \text{ cuando } \left[\frac{c_i^h(t)}{k_i^h(t)}\right] \rightarrow 0$$

$$V\left[\frac{c_i^h(t)}{k_i^h(t)}\right] \rightarrow \infty \text{ cuando } \left[\frac{c_i^h(t)}{k_i^h(t)}\right] \rightarrow \infty$$

Por otra parte, con respecto al bien durable, se supone que cada individuo h de la generación t, $t \geqslant 1$, puede producir, comprar , vender y/o alquilar a/ de otra persona este bien. En este sentido, se define:

$$R_i^h(t) = k_i^h(t) - D_i^h(t) \qquad (i : 1, 2) \qquad \text{(xiv)}$$

donde,

$D_i^h(t)$: denota las compras del bien durable efectuadas por el individuo h de la generación t durante el período i.

$R_i^h(t)$: denota la cantidad del bien durable que el mismo individuo ha alquilado durante el período i.

Finalmente, las posibilidades de almacenamiento están dadas por las tasas de depreciación que para los dos tipos de bienes existentes en esta economía son constantes en el tiempo e independientes del uso de los mismos. Estas tasas de depreciación satisfacen las siguientes expresiones:

$$\delta_y = 1 \qquad \text{(xv)}$$

$$0 < \delta < 1 \qquad \text{(xvi)}$$

donde,

δ_y y δ : denotan las tasas de depreciación del bien perecedero y del bien durable, respectivamente.

c) El comportamiento del gobierno

Un elemento clave en la estructura teórica que se considera aquí (en particular, si se está interesado en generar algún tipo de relación entre las variancias de distintas variables) es la existencia de alguna fuente de incertidumbre en la èconomía.

Hay varias formas alternativas para introducir incertidumbre en la economía que estamos considerando. Algunas de sus características que pueden hacerse estocásticas son: las preferencias de los individuos, las tecnologías de producción de cada uno de los bienes, la tasa de crecimiento de la población y la política seguida por el gobierno. El análisis que sigue se concentra exclusivamente en esta última fuente de incertidumbre[5].

La única función del gobierno en la economía artificial que estudiamos es la de financiar un esquema de trasferencias e impuestos por medio de la emisión (absorción) de dinero fiduciario. La transferencia (impuesto) en cada período t se distribuye equitativamente entre los N (t - 1) individuos viejos (los miembros de la generación t - 1). Asimismo, las transferencias (impuestos) son de suma fija, es decir, independientes de las decisiones de ahorro y composición de cartera de los individuos. Las transferencias (impuestos) T (t + 1) satisfacen la siguiente relación:

$$N(t)\ T(t+1) = M(t+1) - M(t) = Z_{t+1}\, M(t) \qquad \text{(xvii)}$$

donde,

M(t): denota el stock de dinero que existe en el período t después de haberse efectuado (recaudado) las transferencias (impuestos) correspondientes a ese período y donde $(1 + Z_t) > 0$.

En lugar de suponer un valor constante de Z_t en el tiempo (como es el caso de la versión determinística de este modelo presentada en Leone (1983)) se supone aquí que Z_t sigue un proceso de Markov de primer orden[6] cuyo espacio de estados es finito, es decir, con una cantidad finita de estados posibles. Además, la probabilidad de que la variable $1/(1 + Z_{t+1})$ se encuentre en el estado j, dado que $1/(1+Z_t)$ se encuentra en el estado i, es decir, la probabilidad de transición de un paso se supondrá independiente del tiempo y se denotará como sigue:

$$\Pi_{ij} = P_r\left[\frac{1}{1+Z_{t+1}} = j \;\middle|\; \frac{1}{1+Z_t} = i\right]$$

5 Esto no implica necesariamente que se considere a esta fuente de incertidumbre como la más importante.

6 Sobre procesos estocásticos se puede consultar, por ejemplo, J. G. Kemeny, Hazleton M., J. L. Snell y G.L. Thompson (1967) y E. Parzen (1972).

donde los valores de Π_{ij} satisfacen las siguientes condiciones:

$$1 \geqslant \Pi_{ij} \geqslant 0 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, s$$

$$\sum_{j=1}^{s} \Pi_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, s$$

donde S indica el número total de posibles estados.

III. Problemas de optimización y equilibrio.

1. Problemas de optimización.

El objetivo de un individuo representativo de la generación t, t $\geqslant 1$, es el de maximizar una función de utilidad esperada teniendo en cuenta una serie de restricciones que él enfrenta. Este problema puede plantearse como sigue:

$$\text{Max } E_t\, U^h(\cdot) = \sum_{i=1}^{2} E_t\, a_i\, F\,[g\,(c_i^h(t), k_i^h(t))]\,[c_i^h(t), k_1^h(t), D_1^h(t), m^h(t), Y^h(t)\, X^h(t)] \qquad \text{(viii')}$$

sujeto a:

$$Y^h(t) + P_D(t)\, X^h(t) \geqslant c_1^h(t) + r(t)\, k_1^h(t) + [P_D(t) - r(t)]\; D_i^h(t) + P_m(t)\, m^h(t) \qquad \text{(xviii)}$$

$$(1 - \delta)\, P_D(t+1)\, D_1^h(t) + P_m(t+1)\,[m^h(t) + T(t+1)] \geqslant c_2^h(t) + r(t+1)\, k_2^h(t) + [P_D(t+1) - r(t+1)\; D_2^h(t) \qquad \text{(xix)}$$

y

$$B\,(Y^h(t)) + A\,(X^h(t)) \leqslant 1^h(t) \qquad \text{(xx)}$$

donde,

$c_i^h(y)$, $k_i^h(t)$, $D_i^h(t)$, y $T(t+1)$: responden a las definiciones dadas anteriormente.

Y^h (t) y X^h (t): representan las cantidades producidas y vendidas del bien perecedero y del bien durable, respectivamente, por el individuo h de la generación t.

m^h (t): representa las compras de dinero fiduciario por el individuo h de la generación t.

P_D (t), P_m (t) y r (t): representan, respectivamente, los precios relativos en el período t del bien durable, de una unidad de dinero fiduciario y de alquiler del bien durable, todos medidos en términos del bien perecedero.

Las expresiones (xviii) y (xix) son las restricciones presupuestarias que un individuo representativo enfrenta durante su juventud y su vejez, respectivamente. La primera indica que el valor total que implican el consumo del bien perecedero, las compras del bien durable o su alquiler y las compras de dinero fiduciario no pueden superar el valor total resultante de la venta de los bienes producidos. La segunda indica que el valor total de las distintas alternativas de consumo durante la vejez no puede superar el valor del bien durable (previamente depreciado) propiedad del individuo y de sus stocks de dinero aumentados (reducidos) por la transferencia (impuesto) que recibe (entrega) del (al) gobierno. La expresión (xx) indica que la cantidad total de tiempo que el individuo puede dedicar a la producción de los dos tipos de bienes durante su juventud no puede exceder la dotación total de tiempo de que dispone.

Asimismo, la distribución con respecto a la cual se toma la esperanza en (viii') será especificada más adelante.

Las características del problema, en particular el hecho de que la función de utilidad esperada (viii') es aditivamente separable en el tiempo, permiten que el mismo pueda ser resuelto "desde el futuro hacia el presente" mediante un procedimiento recursivo basado en el "principio de optimalidad de Bellman"[7]. En consecuencia, la solución óptima al problema que enfrenta un individuo representativo de la generación t puede ser hallada resolviendo primeramente lo siguiente:

$$\max_{[\, c_2^h(t),\, k_2^h(t),\, D_2^h(t) \,]} \; a_2 \, F\, [\, g\, (c_2^h(t),\, k_2^h(t))\,] \qquad \text{(xxi)}$$

7 Sobre este aspecto ver R.E. Lucas Jr. y T.J. Sargent (1981).

sujeto a la restricción (xix) y para valores dados de D_1^h (t), m^h (t), $T_{(t+1)}$, P_D (t + 1), r (t + 1) y P_m (t + 1). La solución de este problema determina los valores óptimos de c_2^h (t), k_2^h (t) y D_2^h (t) que denominaremos c_2^{h*} (t), k_2^{h*} (t) y D_2^{h*} (t), respectivamente. El paso siguiente consiste en resolver el problema (viii') sujeto a las restricciones (xviii) y (xx) y dados c_2^{h*} (t), k_2^{h*} (t) y D_2^{h*} (t) como funciones de P_D (t + 1), r (t + 1) D_1^h (t), P_m (t + 1), m^h (t) y T (t + 1).

Antes de caracterizar las condiciones necesarias y suficientes para una solución óptima del problema (xxi) se debe hacer referencia a la existencia de tal solución. En tal sentido, se puede hacer uso de un resultado obtenido en un trabajo anterior[8] y concluir que existirá una solución óptima si y sólo si $r(t+1) < P_D(t+1) \ \forall \ t \geq 1$.

De las condiciones necesarias y suficientes para este problema[9] resulta que los valores óptimos de c_2^h (t), k_2^h (t) y D_2^h (t), $\forall$ t $\geq$ 1, están dadas por:

$$c_2^{h*}(t) = V^{-1}[r(t+1)]\left[\frac{(1-\delta)P_D(t+1)D_1^h(t)+P_m(t+1)[m^h(t)+T(t+1)]}{r(t+1)+V^{-1}[r(t+1)]}\right] \tag{1}$$

$$k_2^{h*}(t) = \frac{(1-\delta)P_D(t+1)D_1^h(t)+P_m(t+1)[m^h(t)+T(t+1)]}{r(t+1)+V^{-1}[r(t+1)]} \tag{2}$$

$$D_2^{h*}(t) = 0 \tag{3}$$

Siguiendo el procedimiento recursivo indicado anteriormente queda ahora por resolver el problema (viii') sujeto a las restricciones (xviii) y (xx) para valores de c_2^h (t), k_2^h (t) y D_2^h (t) dados respectivamente por las expresiones (1), (2) y (3) y para valores dados de P_D (t), r (t) y P_m (t). Suponiendo que la distribución con respecto a la cual se toma la esperanza que aparece en (viii') se especifica de forma que la función objetivo sea continuamente diferenciable, las condiciones de Kuhn-Tucker aplican a este problema y son necesarias y suficientes[9].

2. Equilibrio

a) Consideraciones preliminares

Antes de tratar el problema de equilibrio para la economía descripta anteriormente conviene considerar algunas condiciones adicionales que serán de utilidad más adelante.

8 Ver Proposición 1 en Leone (1983).

9 Estas condiciones pueden ser solicitadas por el lector interesado a la Editorial de esta revista.

En primer lugar, un "equilibrio" deberá ser consistente con las condiciones de equilibrio correspondientes a los distintos mercados existentes en esta economía. Estas condiciones son las siguientes:

(MND) $N_{(t)}c_1^h(t) + N(t-1)c_2^h(t-1) = N(t)Y^h(t)$ (mercado del bien no durable)

(MAD) $N(t)R_1^h(t) + N(t-1)R_2^h(t-1) = 0$ (mercado de alquiler del bien durable)

(MD) $M(t) = N(t)\ m^h(t)$ (mercado de dinero)

Asimismo, las condiciones necesarias y suficientes mencionadas anteriormente y los supuestos del modelo implican los siguientes resultados:

a1) Las funciones óptimas de oferta del bien perecedero (Y^{h*} (t)) y del bien durable (X^{h*} (t)) dependen exclusivamente de P_D (t), es decir, del precio relativo en el período t, del bien durable en términos del bien no durable ($\forall t \geq 1$) [10].

a2) La tasa marginal de substitución entre el consumo del bien perecedero y el stock del bien durable es igual al precio relativo de alquiler de este último bien. Esto puede expresarse como sigue[11] :

$$c_i^h(t) = V^{-1}[\ r(t)\ ]\ k_i^h(t) \tag{4}$$

a3) Los supuestos sobre la función de utilidad del individuo representativo de la generación t, $t \geq 1$, implican que k_i^h (t), i: 1, 2 será positivo en equilibrio. Entonces si se utiliza la definición (xiv) en la condición de equilibrio en el mercado de alquiler del bien durable (MAD) y se tiene en cuenta que $D_2^{h*}(t) = 0$ se concluye que también D_1^h (t), $t \geq 1$, será positivo en cualquier equilibrio. En consecuencia, en cualquier equilibrio donde existan tenencias de dinero fiduciario por parte de los individuos se deberán cumplir las siguientes igualdades[12] :

$$a_2(1-\delta)E_t[F'(2)P_D(t+1)g_1(2)] = [P_D(t) - r(t)]a_1 F'(1)g_1(1) \tag{5}$$

$$a_2 E_t[F'(2)P_m(t+1)g_1(2)] = P_m(t)a_1 F'(1)g_1(1) \tag{6}$$

10 Ver Proposición 2 en Leone (1983).

11 Para obtener este resultado se emplea el supuesto (xiii) y algunas de las condiciones necesarias y suficientes de los problemas de optimización antes mencionadas.

12 Esto surge de utilizar algunas de las condiciones necesarias y suficientes de los problemas de optimización antes detallados.

donde,

$$F'(i) \equiv F'[g(c_i^h(t), k_i^h(t))] \equiv \frac{\partial F[g(c_i^h(t), k_i^h(t))]}{\partial g(c_i^h(t), k_i^h(t))}, \quad i = 1, 2$$

$$g_1(i) \equiv g_1(c_i^h(t), k_i^h(t)) \equiv \frac{\partial g(c_i^h(t), k_i^h(t))}{\partial c_i^h(t)}, \quad i = 1, 2$$

$$g_2(i) \equiv g_2(c_i^h(t), k_i^h(t)) \equiv \frac{\partial g(c_i^h(t), k_i^h(t))}{\partial k_i^h(t)}, \quad i = 1, 2$$

y además,

$c_2^h(t) = c_2^{h*}(t)$, $k_2^h(t) = k_2^{h*}(t)$ con $k_2^{h*}(t)$ y $c_2^{h*}(t)$ dados por las expresiones (1) y (2), respectivamente.

a4) Usando la expresión (4) la condición de equilibrio en el mercado de bien perecedero (MND) y la definición (xiv) se obtiene:

$$D_1^h(t) = \frac{Y^h[P_D(t)]}{V^{-1}[r(t)]} \tag{7}$$

a5) Por otra parte, utilizando las restricciones presupuestarias que el individuo representativo enfrenta durante su juventud y su vejez (expresadas como igualdades), las condiciones de equilibrio en los mercados del bien perecedero (MND) y de alquiler del bien durable (MAD), la definición (xiv) y la relación (xvii) que describe el comportamiento de las transferencias (impuestos) otorgadas (recaudados) por el gobierno se obtiene:

$$X^h(P_D(t)) + \frac{(1-\delta)}{(1+n)} D_1^h(t-1) = D_1^h(t)$$

que teniendo en cuenta la expresión (7) se transforma en:

$$X^h(P_D(t)) + \frac{(1-\delta)}{(1+n)} D_1^h(t-1) = \frac{Y^h[P_D(t)]}{V^{-1}[r(t)]}$$

o

$$r(t) = V\left[\frac{Y^h[P_D(t)]}{X^h[P_D(t)] + \frac{(1-\delta)}{(1+n)} D_1^h(t-1)}\right] \tag{8}$$

a6) Finalmente, la condición de equilibrio en el mercado monetario (MD) y la relación (xvii) tomadas conjuntamente implican lo siguiente:

$$N(t+1)\, m^h(t+1) = (1 + Z_{t+1})\, N(t)\, m^h(t)$$

es decir:

$$q^h(t+1) = \left[\frac{(1+Zt+1)\,P_m(t+1)}{(1+n)\,P_m(t)} \right] q^h(t) \tag{9}$$

donde,

$$q^h(t) = P_m(t)\, m^h(t)$$

El sistema de ecuaciones dado por (5), (6), (7), (8) y (9) constituye la forma reducida de esta versión estocástica del modelo.

b) Definición y funciones de equilibrio sugeridas.

La definición de equilibrio que se expone más adelante está motivada por una serie de consideraciones.

En primer lugar, se piensa que las variables Z_t, D_1^h (t-1) y M(t-1) proveen una descripción completa del estado de la economía en cada período t. Es decir, si en dos puntos distintos del tiempo la economía arriva a un estado particular (Z_t, D_1^h (t-1), M(t-1)) es razonable esperar que ella se comporte de igual forma en ambos casos. La base para este razonamiento está dada por el supuesto de que la función de utilidad es separable en el tiempo. Este supuesto implica que las decisiones tomadas por un individuo representativo de la generación t, en cada período de su vida, no depende ni de los valores pasados de sus variables de decisión (con excepción de D_1^h (t-1) y m^h (t-1)) ni de los valores pasados de los precios relativos. Además, las decisiones tomadas por los individuos que viven su vejez dependen solamente de los valores de D_1^h (t-1) y m^h (t-1) y de los valores corrientes de los precios relativos P_D(t), r(t) y P_m(t).

Sin embargo, puede ser demostrado que M(t-1) es una variable de estado inocua en el siguiente sentido: Las asignaciones de consumo, las compras de durables, las tenencias de dinero en términos reales y los precios relativos correspondientes a un equilibrio con M(t-1) serán idénticas a las correspondientes a un equilibrio con γM(t-1) para cualquier $\gamma > 0$.

Dadas las consideraciones previas, una hipótesis plausible es que los precios relativos y cantidades de equilibrio se pueden expresar como funciones de Z_t y D_1^h (t-1) en el espacio de estados posibles. Formalmente,

$$P_D(t) = P_D(Z_t, D_i^h(t-1))$$

$$r(t) = r\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$q^h\,(t) = q\,(Z_t,\, D_1^h\,(t - 1))$$

$$D_1^h\,(t) = D_1\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$k_1^h\,(t) = k_1\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$c_1^h\,(t) = c_1\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$Y^h\,(t) = Y\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$X^h\,(t) = X\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$c_2^h\,(t\text{-}1) = c_2(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

$$k_2^h\,(t\text{-}1) = k_2\,(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$$

Las consideraciones precedentes conducen a la siguiente definición:

Un equilibrio para la economía que aquí se considera es una serie de funciones: c_1 $(\cdot)$, k_1 $(\cdot)$, D_1 $(\cdot)$, Y $(\cdot)$, X $(\cdot)$, q $(\cdot)$, P_D $(\cdot)$, r $(\cdot)$, c_2 $(\cdot)$, k_2 $(\cdot)$ cuyos argumentos son Z_t y D_1 (t-1) tal que:

b.1) Las funciones c_1 $(\cdot)$, k_1 $(\cdot)$, D_1 $(\cdot)$, q $(\cdot)$, Y $(\cdot)$ y X $(\cdot)$ satisfacen, idénticamente en $(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$, las condiciones necesarias y suficientes para una solución óptima correspondientes al problema de decisión bajo incertidumbre que enfrentan los jóvenes en cada período t, $t \geqslant 1$.

b.2) Las funciones c_2 $(\cdot)$, k_2 $(\cdot)$ satisfacen, idénticamente en $(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$ las condiciones necesarias y suficientes para una solución óptima correspondiente al problema de decisión bajo certeza que enfrentan los ancianos de cada período t.

b.3) Las funciones c_1 $(\cdot)$, k_1 $(\cdot)$, D_1 $(\cdot)$, q $(\cdot)$, r $(\cdot)$, P_D $(\cdot)$, Y $(\cdot)$, c_2 $(\cdot)$ y k_2 $(\cdot)$ satisfacen, idénticamente en $(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$ las condiciones de equilibrio en los mercados de bienes no durables (MND), de alquiler de bienes durables (MAD) y de dinero (MD) y la ecuación que describe el esquema de transferencias (impuestos) -relación xvii-.

Obviamente, las funciones de equilibrio sugeridas deben satisfacer idénticamente en $(Z_t,\, D_1^h\,(t\text{-}1))$, el sistema de ecuaciones dado por (5), (6), (7), (8) y (9). En consecuencia, siguiendo las consideraciones anteriores se pueden reescribir estas ecuaciones como sigue:

$$D_1^h(z_t, D_1^h(t-1)) = \frac{Y^h[P_D(z_t, D_1^h(t-1))]}{V^{-1}[r(z_t, D_1^h(t-1))]} \qquad (7')$$

$$r(z_t, D_1^h(t-1)) = V\left\{\frac{Y^h[P_D(z_t, D_1^h(t-1))]}{X^h[P_D(z_t, D_1^h(t-1))] + (1-\delta)D_1^h(t-1)/(1+n)}\right\} \qquad (8')$$

$$a_2(1-\delta)E_t\{F'(2)P_D[z_{t+1}, D_1(z_t, D_1^h(t-1))]g_1(2)\} \qquad (5')$$

$$= [P_D(z_t, D_1^h(t-1)) - r(z_t, D_1^h(t-1))]\, a_1\, F'(1)\, g_1(1)$$

y sustituyendo (9) en (6):

$$a_2 E_t\left\{F'(2)\frac{(1+n)q^h[z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1)]g_1(2)}{(1+z_{t+1})q^h(z_t, D_1^h(t-1))}\right\} \qquad (6')$$

$$= a_1\, F'(1)g_1(1),$$

donde,

$$F'(2) = F'[g(c_2^{h*}(t), k_2^{h*}(t))] = F'\left\{k_2^{h*}(t)g\left[\frac{c_2^{h*}(t)}{k_2^{h*}(t)}, 1\right]\right\}$$

dado que se ha supuesto que la función g (·) es homogénea de grado uno en sus dos argumentos. Asimismo, utilizando las expresiones (1) y (4) y la relación (xvii) se tiene:

$$F'(2) = F'\{[(1-\delta)P_D[z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))]D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))$$

$$+ q^h[z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))]\,]g(\cdot)/\ [r[z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))]$$

$$+ V^{-1}\{r[z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))]\}\,|\,\}$$

$$g(\cdot) = g\,\{V^{-1}[r(z_t, D_1^h(t-1))], 1\}$$

$$g_1(2) = g_1\left\{\frac{c_2^{h*}(t)}{k_2^{h*}(t)}, 1\right\}$$

$$= g_1\{V^{-1}[r(z_{t+1}, D_1^h(z_t, D_1^h(t-1))], 1\},$$

Asimismo,

$$F'(1) = F'\{k_1^h(z_t, D_1^h(t-1))g[V^{-1}[r(z_t, D_1^h(t-1)], 1]\} \quad \text{y}$$

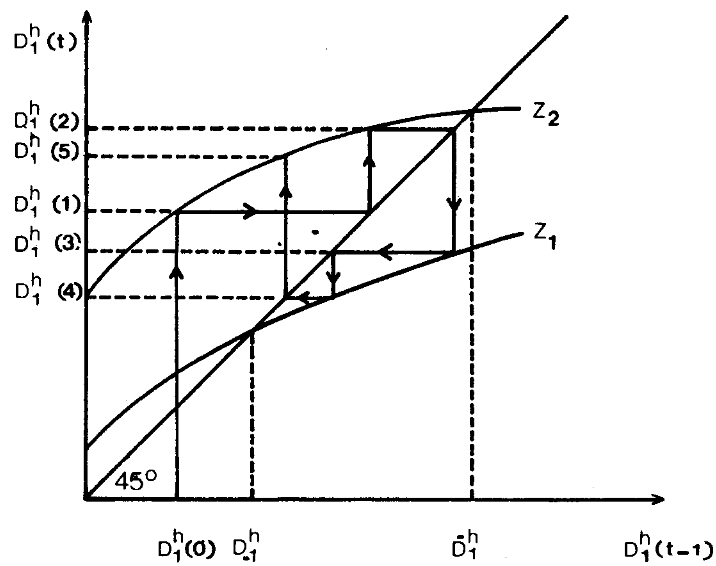
$$g_1(1) = g_1\{V^{-1}[r(z_t, D_1^h(t-1))], 1\}$$

donde se han utilizado el supuesto de homogeneidad y la expresión (4).

Finalmente, se tiene que especificar la distribución con respecto a la cual se debe tomar la esperanza condicional en las expresiones (5') y (6'). Sobre la base del estado de la economía en el período t, un individuo representativo de la generación t, t $\geqslant$ 1, debería tomar esa esperanza con respecto a la distribución conjunta de (Z_t, Z_{t+1}) condicionada por el valor de Z_t, o para un valor conocido de Z_t, con respecto a la distribución de Z_{t+1} dado tal valor de Z_t. Se supone que esta última distribución, representada por el proceso estocástico seguido por la variable $1/(1 + Z_t)$, es conocida por los miembros de la generación t, t $\geqslant$ 1, en el período t.

En la versión no-estocástica de este modelo presentada en Leone (1983) se analizaron las propiedades de un equilibrio estacionario (Steady- state equilibrium). Me referiré ahora, aunque sólo intuitivamente, al correspondiente estado de equilibrio para esta economía estocástica. En este caso, se puede pensar que el "equilibrio" que se ha definido anteriormente es un proceso estocástico. En particular, si de acuerdo con las consideraciones anteriores se pueden expresar las diferentes cantidades y precios relativos como funciones de D_1 (t-1) y Z_t, entonces el comportamiento de la variable D_1^h (t) en el tiempo podría

GRAFICO 1



ser descripta con la ayuda de un diagrama de fase. El gráfico Nro. 1 presenta una de las posibles series de realizaciones para la variable $D_1(t)$ para el caso en que sólo existen dos posibles estados para la variable Z_t: Z_1 y Z_2.

Dado un valor inicial de D_1^h (t-1) y Z_t, digamos D_1^h (0) y Z_2 y los sucesivos valores que Z_t toma en el tiempo para $t > 1$, el comportamiento en el tiempo de D_1^h (t) puede ser representado. El gráfico Nro. 1 corresponde al caso en que los sucesivos valores tomados por Z_t son: Z_2, Z_2, Z_1, Z_1, Z_2. La correspondencia con el equilibrio estacionario de la versión no-estocástica del modelo puede explicarse como sigue: en cuanto el valor de D_1^h (t) se ubica en el intervalo $[\underline{D}_1^h, \bar{D}_1^h]$, permanece en ese intervalo para siempre. Como quedará claro más adelante, este comportamiento de $\underline{D}_1^h$ (t) en el tiempo estará relacionado con el comportamiento de otras variables que representan cantidades y precios relativos en este modelo. En particular, puede observarse que, si las funciones sugeridas existen, una mayor variabilidad en la tasa de crecimiento del dinero será acompañada por mayor variabilidad en cantidades y precios relativos.

Antes de establecer algunas propiedades que las funciones sugeridas deberían satisfacer para ser "funciones de equilibrio", se considera un resultado que ilustra la importancia que, para los resultados señalados, tiene el supuesto de correlación serial que se hizo con respecto al proceso seguido por la variable Z_t y que implica que las variables $1/(1 + Z_t)$ y $1/(1 + Z_{t+1})$ no son variables aleatorias independientes. Este resultado puede expresarse como sigue:

Proposición 1: Para cualquier $0 < \delta < 1$ y $n \geqslant 0$ existe un proceso aleatorio para Z_t con $1/(1 + Z_t)$ y $1/(1+Z_{t+1})$ como variables aleatorias independientes tal que existan $D_1^h > 0$, $\bar{P}_D > 0$, $r > 0$ y $q^h > 0$ y constantes en el tiempo que satisfacen el sistema de ecuaciones dado por (5'), (6'), (7') y (8').[13]

La proposición 3 no implica que sólo equilibrios estacionarios no estocásticos son consistentes con procesos aleatorios de Z_t en los cuales las variables aleatorias $1/(1 + Z_t)$ y $1/(1 + Z_{t+1})$ son independientes. Sin embargo, esa proposición implica que tales equilibrios

13 **Las pruebas de esta y las siguientes proposiciones pueden ser solicitadas por el lector interesado a la editorial de esta revista.**

pueden existir bajo ese tipo particular de procesos estocásticos para Z_t. En tal caso, no existirá relación alguna entre el comportamiento de la tasa de crecimiento del dinero y de las cantidades y precios relativos en el tiempo. En particular, los valores de equilibrio de esas variables dependerán exclusivamente de $E_t\ [\ 1/(1 + Z_{t+1})\ ]$ -que es constante e independiente de Z_t- y de los parámetros que describen el medio físico y el crecimiento de la población en esta economía.

c) Propiedades de las funciones de equilibrio sugeridas.

Una prueba de existencia de las funciones de equilibrio sugeridas por los argumentos dados más arriba no constituye una tarea sencilla y no será intentada aquí. Sin embargo, se pueden establecer algunas propiedades que tales funciones deben cumplir para satisfacer la definición de equilibrio dada anteriormente.

Estos resultados, que se presentan como proposiciones están condicionados a la existencia de aquellas funciones.

En primer lugar, se establece lo siguiente:

Proposición 2. Si funciones de la forma:

$$P_D(t) = P\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$$
$$r(t) = r\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$$
$$D_1^h(t) = D_1(Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$$

constituyen las soluciones de equilibrio para los precios relativos de compra y alquiler del bien durable y para las compras de bienes durables efectuadas por los jóvenes, respectivamente, y si tales funciones dependen de Z_t para un valor dado de $D_1^h(t\text{-}1)$, entonces para cualquier Z_{it}, Z_{jt} con $i \neq j$, $i = 1, 2, ..., S$ y $j = 1, 2, ..., S$, se tiene:

2.1) Las funciones $P_D\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$ y $r\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$ son tales que:

$$P_D(Z_{it},\ D_1^h(t\text{-}1)) \gtreqless P_D(Z_{jt},\ D_1^h(t\text{-}1))$$

cuando:

$$r\ (Z_{it},\ D_1^h(t\text{-}1)) \gtreqless (Z_{jt},\ D_1^h(t\text{-}1))$$

y viceversa:

2.2) Las funciones $D_1\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$ y $P_D\ (Z_t,\ D_1^h(t\text{-}1))$ son tales que:

$$P_D\ (Z_{it},\ D_1^h(t\text{-}1)) \gtreqless P_D\ (Z_{jt},\ D_1^h(t\text{-}1))$$

cuando:

$$D_1\ (Z_{it}, D_1^h(t\text{-}1)) \gtrless D_1(Z_{jt}, D_1^h(t\text{-}1))$$

y viceversa.

Proposición 3. Si funciones de la forma:

$$P_D(t) = P_D\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$r(t) = r\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$Y^h(t) = Y\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$X^h(t) = X\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$c_1^h(t) = c_1\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$k_1^h(t) = k_1\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$c_2^h(t\text{-}1) = c_2\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$
$$k_2^h(t\text{-}1) = k_2(Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$$

son funciones de equilibrio y, además las funciones $P_D\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$ y $r\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$ dependen de Z_t para un valor dado de $D_1^h(t\text{-}1)$; entonces, para cualquier Z_{it}, Z_{jt} con $i \neq j$, $i = 1, 2, \ldots S$ y $j = 1, 2, \ldots, S$, se tiene:

3.1) Las funciones $Y\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$ y $P_D\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$ son tales que:

$$P_D\ (Z_{it}, D_1^h\ (t\text{-}1)) \gtrless P_D\ (Z_{jt}, D_1^h\ (t\text{-}1))$$

cuando:

$$Y\ (Z_{it}, D_1^h\ (t\text{-}1)) \gtrless Y\ (Z_{jt}, D_1^h\ (t\text{-}1))$$

y viceversa.

3.2) Las funciones:

$$P_D(Z_{it}, D_1^h\ (t\text{-}1)) \gtrless P_D\ (Z_{jt}, D_1^h\ (t\text{-}1))$$

cuando:

$$X\ (Z_{it}, D_1^h\ (t\text{-}1)) \gtrless X\ (Z_{jt}, D_1^h\ (t\text{-}1))$$

y viceversa.

3.3) Las funciones $c_b\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))\ /\ k_b\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$ y $r\ (Z_t, D_1^h(t\text{-}1))$, para $b = 1, 2$, son tales que:

$$r\ (Z_{it}, D_1^h\ (t\text{-}1)) \gtrless r\ (Z_{jt}, D_1^h\ (t\text{-}1))$$

cuando:

$$\left[\frac{c_b(Z_{it}, D_1^h(t-1))}{k_b(Z_{jt}, D_1^h(t-1))}\right] \gtrless \left[\frac{c_b(Z_{jt}, D_1^h(t-1))}{k_b(Z_{jt}, D_1^h(t-1))}\right]$$

y viceversa.

Las proposiciones precedentes establecen que si las funciones de equilibrio sugeridas existen y P_D $(\cdot)$ o r $(\cdot)$ o D_1 $(\cdot)$ dependen de Z_t, entonces esas tres funciones dependerán de Z_t y, además, las funciones Y $(\cdot)$, X $(\cdot)$, y c_i $(\cdot)$ / k_i $(\cdot)$, i: 1, 2 también dependerán de Z_t. Asimismo, todas esas funciones estarán relacionadas tal como se establece en las proposiciones 2 y 3.

La próxima proposición demuestra que, para satisfacer las condiciones de equilibrio, P_D $(\cdot)$ o r $(\cdot)$ o D_1 $(\cdot)$ o q $(\cdot)$ o todas estas cuatro funciones deberían depender de Z_t. Este resultado se resume en la siguiente:

Proposición 4. Si funciones de la forma:

$$\begin{aligned} P_D(t) &= P(Z_t, D_1^h(t-1)) \\ r(t) &= r(Z_t, D_1^h(t-1)) \\ D_1^h(t) &= D_1(Z_t, D_1^h(t-1)) \\ q^h(t) &= q(Z_t, D_1^h(t-1)) \end{aligned}$$

son las soluciones de equilibrio para los precios relativos de compra y alquiler del bien durable, para las compras del bien durable y de dinero fiduciario por los jóvenes, respectivamente, entonces al menos una de esas funciones debe depender de Z_t para satisfacer las condiciones de equilibrio.

Una interpretación posible de la proposición 4 es que si P_D $(\cdot)$ o r $(\cdot)$ o D_1 $(\cdot)$ es la función que depende de Z_t, entonces se cumplirán los resultados establecidos en las Proposiciones 2 y 3. Sin embargo, las condiciones de equilibrio pueden satisfacerse contando con que únicamente la función q $(\cdot)$ sea dependiente de Z_t. En tal caso, puede demostrarse que también las funciones k_i $(\cdot)$ y c_i $(\cdot)$, i: 1, 2, serán dependientes de Z_t.

IV. Conclusiones.

Este trabajo ha presentado un modelo teórico que tiene implicaciones con respecto a (i) las decisiones de producción y consumo de bienes durables y no durables y a las decisiones de ahorro, y, (ii) la relación entre el comportamiento de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria y los precios relativos.

La estructura teórica descripta es una versión estocástica del modelo de generaciones superpuestas con dos tipos de bienes presentado en Leone (1983). La diferencia esencial con aquel modelo es el supuesto acerca del comportamiento de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria. A diferencia de aquella versión no-estocástica en la cual se suponía que esa tasa era constante en el tiempo y conocida por el individuo representativo, la tasa de crecimiento de la oferta monetaria sigue en la presente versión un proceso estocástico de Markov de primer orden con un número finito de posibles estados. La importancia de este supuesto de no-independencia de Z_t y Z_{t+1} queda demostrada en el primer resultado que ofrece este trabajo (Proposición 1). Esta proposición sugiere que en ausencia de tal supuesto podrían existir equilibrios para esta economía en los cuales las variables que representan cantidades y precios relativos en el modelo tomen valores constantes. Es decir, en este caso no existiría relación entre el comportamiento de la tasa de crecimiento del dinero y las cantidades y precios relativos, ni correlaciones entre esas variables ni, tampoco, variabilidad en las series de tiempo correspondientes.

Esta versión estocástica del modelo no ofrece una prueba rigurosa de existencia de equilibrio en la economía artificial que se describe. En su lugar, se sugieren una serie de funciones que se piensa podrían satisfacer las condiciones de equilibrio. Para cumplir esta tarea se especifican las variables relevantes que describen el estado de la economía en cada punto del tiempo (y que, en consecuencia, entran como argumentos de aquellas funciones) y las condiciones que las funciones sugeridas deberían satisfacer para convertirse en funciones de equilibrio.

En general, las propiedades de las funciones sugeridas implican que el modelo es consistente con **correlaciones positivas** entre las series de tiempo correspondientes al precio relativo del bien durable (en términos del bien perecedero) y a las compras y producción del bien durable. Por otra parte, el modelo es consistente con **correlaciones**

negativas entre las series de tiempo correspondientes al precio relativo del bien durable y su precio relativo de alquiler, la producción del bien perecedero y la razón consumo del bien no durable/stock del bien durable. Cabe destacar, sin embargo, que estas implicaciones están condicionadas a la existencia de las funciones de equilibrio sugeridas.

Finalmente, se pueden efectuar algunas sugerencias para futuros estudios. En primer lugar, se debería intentar una prueba de existencia de las funciones de equilibrio sugeridas en esta versión estocástica del modelo. Esto permitiría, probablemente, conocer con más precisión las formas funcionales compatibles con la definición de equilibrio correspondiente a la economía considerada. Además, aún cuando el modelo puede ser utilizado para enfrentar preguntas sobre el análisis de bienestar, ningún intento se ha efectuado en esa dirección en este trabajo. En particular, sería de interés investigar los efectos sobre el bienestar de los individuos de diferentes esquemas de política fiscal y monetaria. Del modelo se desprende que una mayor variabilidad en la tasa de crecimiento de la oferta monetaria puede crear mayor variabilidad en las series de tiempo de precios relativos y cantidades pero no se ha intentado analizar el efecto que este incremento en la variabilidad de las variables económicas tiene sobre el bienestar. En este sentido, podría resultar de interés estudiar las implicaciones del modelo presentado con respecto a la relación entre la tasa de inflación y la variabilidad de precios relativos que ha recibido últimamente la atención de investigadores empíricos y teóricos.[14]

14 Ver, por ejemplo, Fischer (1981), y la bibliografía que allí se menciona.

REFERENCIAS

BRYANT J. y WALLACE N. (1980): A Suggestion For Further Simplifying the Theory of Money, **Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department, Staff Report Nro. 2.**

FISCHER S. (1981): Relative Shocks, Relative Price Variability and Inflation, **Brookings Papers on Economic Activity:** 2.

FRIEDMAN M. (1957): **A Theory of The Consumption Function,** Princeton University Press.

KAREKEN J.H. y WALLACE N. (1980): **Introduction, on Models of Monetary Economies,** J.H. Kareken y N. Wallace (eds.), Federal Reserve Bank of Minneapolis.

KEMENY J.G., HAZLETON M., SNELL J.L. y THOMPSON G.L. (1967): **Estructuras matemáticas finitas,** Editorial Universitaria de Buenos Aires.

LEONE A.M. (1983): Inflation and The Relative Price of Durable and Non-Durable Goods in Overlapping Generations Models, **Anales, XVIII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política**, Universidad Nacional de Tucumán, Facultad de Ciencias Económicas, Instituto de Investigaciones Económicas.

LUCAS Jr. R.E. (1976): Econometric Policy Evaluation: A Critique, en **The Phillips Curve and Labor Markets,** L. Brunner y A.H. Meltzer (eds.), Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1; pgs. 19-46, Amsterdam, North Holland. Reimpreso en **Studies in Business Cycle Theory,** R.E. Lucas Jr., The MIT Press (1982).

LUCAS Jr. R.E. (1980): Methods and Problems in Business Cycle Theory, **Journal of Money, Credit and Banking** (noviembre, Parte II). Reimpreso en Studies **in Business-Cycle Theory,** R.E. Lucas Jr., The MIT Press (1982).

LUCAS Jr. R.E. y SARGENT T.J. (1979): After Keynesian Macroeconomics, **Federal Reserve Bank of Minneapolis, Quarterly Review,** Nro. 2. Reimpreso en **Rational Expectations and Econometric Practice,** R.E. Lucas Jr. y T.J. Sargent (eds.), University of Minnesota Press, (1981).

LUCAS Jr. R.E. y SARGENT T.J. (1981): Introduction, en **Rational Expectations and Econometric Practice,** R.E. Lucas Jr. y T.J. Sargent (eds.) University of Minnesota Press.

PARZEN E. (1972): **Procesos Estocásticos,** Editorial Paramigo, Madrid.

SAMUELSON P.A. (1958): An Exact Consumption-Loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money. **Journal of Political Economy** (diciembre).

TAKAYAMA A. (1974): **Mathematical Economics,** The Dryden Press.

TOBIN J. (1958): Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, **Review of Economic Studies** (febrero).

VARIABILIDAD DE PRECIOS RELATIVOS EN MODELOS DE GENERACIONES SUPERPUESTAS

RESUMEN

Este trabajo presenta una versión estocástica de un modelo de generaciones superpuestas para una economía con dos tipos de bienes (durables y no durables) y analiza algunas de sus implicaciones con respecto a las decisiones de consumo y ahorro de los individuos y al comportamiento de las series de tiempo correspondientes a precios relativos y cantidades. La única fuente de incertidumbre en esta economía es el comportamiento de la oferta monetaria que sigue un proceso estocástico de Markov de primer orden. Se concluye que si ciertas funciones que se sugieren como funciones de equilibrio existen entonces el modelo será consistente con correlaciones positivas entre las series de tiempo correspondientes al precio relativo del bien durable (expresado en términos del bien perecedero) y a las compras y producción del bien durable y con correlaciones negativas entre las series de tiempo correspondientes al precio relativo del bien durable y su precio relativo de alquiler, la producción del bien perecedero y la razón consumo del bien no durable/stock del bien durable. Por otra parte, una mayor variabilidad en la tasa de crecimiento de la oferta monetaria puede crear mayor variabilidad en las series de tiempo de cantidades y precios relativos.

RELATIVE PRICES VARIABILITY IN OVERLAPPING GENERATIONS MODELS

SUMMARY

This work presents an stochastic version of a two-goods economy general equilibrium model with overlapping generations which has implications with regard to households' production, consumption and savings decisions and the behaviour of time series corresponding to relative commodity prices and quantities in an environment where the money supply follow. a first order Markov process. Even though a proof of existence of equilibrium for this economy is not provided, a set of functions that one hopes would satisfy equilibrium conditions imply that the model is consistent with positive (time series) correlations between the relative price of the durable good (in terms of the non-durable good) and the production and purchases of that good and with negative (time series) correlations between the relative price of the durable good and its rental price, the production of the non-durable good and the ratio of consumption of the non-durable good to the stock of the durable good. Also, it is found that variability in the rate of change of money supply may be accompanied by variability in equilibrium relative prices and quantities.